Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 13 (1913), p. 136-137

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__136_1>

CORRESPONDANCE.

M. **M. d'Ocagne** : *Au sujet d'un article récent.* — L'intégration effectuée par M. R. Garnier dans le numéro de novembre 1912 des *Nouvelles Annales* (p. 502) repose sur la formule (1) de la page 505, que l'auteur établit de deux manières différentes, l'une et l'autre ingénieuses; mais il me semble que cette relation peut être obtenue par un procédé plus direct que voici :

Supposons menée en M (sur la figure 1 de la page 503) la normale limitée d'autre part à l'axe OA. Une propriété classique de l'ellipse nous apprend que la projection de cette normale n sur le rayon vecteur MF est constante et égale à $\frac{b^2}{a}$. On a donc, en appelant μ l'angle de cette normale avec ce rayon vecteur,

$$n \cos \mu = \frac{b^2}{a}.$$

Mais si ν est l'angle de la normale avec OA, une autre propriété non moins classique $\left(\text{celle qui dit que le pied de la normale sur OA divise OR dans le rapport } \frac{b^2}{a^2}\right)$ donne

$$\frac{a \cos \varphi}{n \cos \nu} = \frac{a^2}{b^2},$$

et la comparaison de ces deux formules montre immédiatement que

$$\cos\nu = \cos\mu \cos\varphi.$$

Or, les arcs infiniment petits $d(\mathrm{M})$ et $d(\mathrm{Q})$, décrits simultanément par les points M et Q, ayant même projection sur OB, on a

$$d(\mathrm{Q})\cos\varphi = d(\mathrm{M})\cos\nu$$

ou

$$b\cos\varphi d\varphi = \frac{r\cos\nu\, d\theta}{\cos\mu},$$

et en vertu de la formule ci-dessus

$$bd\varphi = rd\theta,$$

C. Q. F. D.