NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Certificats d'analyse supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 13 (1913), p. 237-239
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__237_1>

CERTIFICATS D'ANALYSE SUPÉRIEURE.

Bordeaux.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Définir les caractéristiques pour une surface intégrale de l'équation*

$$f(x, y, z, p, q) = 0.$$

Équation différentielle de ces caractéristiques.

Méthode d'intégration à l'aide des caractéristiques.

Appliquer, comme exemple, à l'équation

$$p^2 - qx + z = 0$$

dont on chercher a la surface intégrale qui contient la droite

$$x = 0, \qquad y = z.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Trouver les solutions communes* *aux deux équations*

$$x_2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial f}{\partial x_2} - (3x_2x_4 + x_1 + x_1x_2)\frac{\partial f}{\partial x_3} - x_1x_2 \frac{\partial f}{\partial x_4} = 0,$$

$$x_3 \frac{\partial f}{\partial x_1} - x_4 \frac{\partial f}{\partial x_2} + x_4[1 + x_2 - 3x_3] \frac{\partial f}{\partial x_3} - x_2x_3 \frac{\partial f}{\partial x_4} = 0,$$

dans lesquelles f est une fonction inconnue des quatre variables indépendantes x_1, x_2, x_3, x_4.

(Novembre 1911.)

Lille.

Épreuve écrite. — *Pour que l'équation différentielle algébrique*

$$(1) \qquad f\left(u, \frac{du}{dz}\right) = 0$$

admette une intégrale uniforme, il faut que la courbe

$$f(x, y) = 0$$

soit de genre 0 *ou de genre* 1. *Si cette condition est remplie, l'équation* (1) *peut toujours être intégrée par des quadratures.*

Démontrer ce théorème. Comme application, intégrer l'équation

$$(2) \qquad \left(\frac{du}{dz}\right)^4 + (2u^2 + a^2)\left(\frac{du}{dz}\right)^2 + u^2(u^2 - a^2) = 0,$$

a étant une constante. (Juillet 1911.)

Nancy.

Épreuve écrite. — *On donne l'équation*

$$(1) \qquad u^3 - zu + 2\varphi(z) = 0,$$

$\varphi(z)$ désignant un polynome entier tel que, pour aucune

des valeurs de z qui rendent son carré égal à l'unité, $\varphi'(z)$ *ne soit nul.*

1° *Quels sont, à distance finie, les points singuliers de la fonction algébrique u? Trouver la forme des développements qui représentent ses branches envisagées dans le domaine de chacun de ces points.*

2° *Former l'équation différentielle linéaire homogène* (E) *du second ordre à laquelle ces branches satisfont.*

3° *Quels sont, à distance finie, les points singuliers de l'équation* (E). *Écrire l'équation déterminante relative à chacun d'eux. Montrer que, parmi ces points, ceux pour lesquels $\varphi'(z)$ est nul sont des points à apparence singulière pour l'équation* (E).

4° *Abstraction faite du dénominateur, le coefficient de $\dfrac{du}{dz}$ dans l'équation* (E) *est égal à*

$$\varphi\varphi'^2 - (\varphi^2 - 1)\varphi''.$$

Choisir la fonction φ, maintenant quelconque, de manière que ce coefficient soit identiquement nul, et, φ étant ainsi choisi, intégrer l'équation (E), *puis en déduire les trois racines de l'équation* (1).

Appliquer au cas, où l'on prend

$$\varphi = \cos z.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On considère la fonction rationnelle de z et u*

$$v = \frac{u^3 + z^2u^2 + 16u + 16z^2}{z^3 - 2z^2 + 5z - 10},$$

u étant une fonction algébrique de z définie par l'équation $u^2 = z^4 - 16$, et la surface de Riemann T *correspondante.*

Trouver les pôles et les zéros de v sur T *ainsi que leurs ordres; trouver les résidus. Quel est le nombre des racines de l'équation $v =$* C, C *étant une constante?*

(Juin 1910.)