

Solution de question proposée

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 13 (1913), p. 287-288

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__287_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE QUESTION PROPOSÉE.

2184.

(1911, p. 480.)

Le lieu du milieu des cordes d'une parabole de longueur $2l$ et le lieu des pôles de ces cordes sont deux courbes du quatrième degré asymptotes à la parabole. L'aire comprise entre ces deux courbes est finie et égale à πl^2 , et reste la même pour n'importe quelle parabole.

Cette aire est partagée en deux parties égales par la parabole. (E.-N. BARIÉSIEN.)

SOLUTION

Par M. PARROD.

Soient A (x_1 y_1), B (x_2 y_2) les extrémités d'une corde de la parabole $y^2 = 2px$.

Les coordonnées du milieu de cette corde sont

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2};$$

on a

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4l^2,$$

d'où

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 + y_2 = 2y \\ y_1^2 + y_2^2 = 4px \\ (y_1^2 - y_2^2)^2 + 4p^2(y_1 - y_2)^2 = 16p^2 l^2. \end{array} \right.$$

Éliminons y_1, y_2 , il vient

$$2px = y^2 + \frac{l^2 p^2}{y^2 + p^2},$$

courbe facile à construire. Elle est de degré quatre.

L'aire comprise entre cette courbe et la parabole est

$$\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{l^2 p^2}{y^2 + p^2} dy = \frac{l^2}{2} \left[\text{arc tg} \frac{y}{p} \right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{2} l^2.$$

Si M est le milieu de AB et P le pôle de AB, la droite PM est parallèle à l'axe de la parabole, de plus le milieu de PM est sur cette courbe, donc l'aire comprise entre la parabole et le lieu du point P est $\frac{\pi}{2} l^2$.

On en déduit aussi l'équation du lieu du point P

$$2px = y^2 - \frac{l^2 p^2}{y^2 + y^2}.$$

Autres solutions par MM. BOUVAIST et T. ONO.