G. FONTENÉ

Sur la courbe $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 13 (1913), p. 300-301
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__300_1>

[M¹8e]

SUR LA COURBE $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$;

PAR M. G. FONTENE.

---

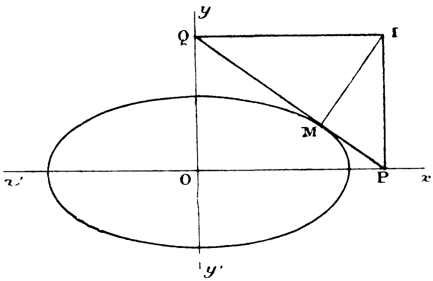
1. Si une courbe plane, donnée de grandeur, se déplace dans son plan, les courbes qui sont les lieux de ses différents points ont même enveloppe que la courbe elle-même.

En effet, si M est un point de la courbe, il arrive, pour un certain nombre de positions de cette courbe, que M est le point de contact m de la courbe avec son enveloppe, et la ligne qui est le lieu du point M est tangente en m à l'enveloppe; on peut d'ailleurs introduire la considération du centre de rotation instantané de rotation I : la droite Im est normale en m à la courbe donnée, à son enveloppe et à la courbe qui est le lieu du point M.

En particulier, si une droite de longueur constante PQ se déplace dans un plan de manière que ses extrémités P et Q décrivent deux droites rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$, les ellipses décrites par les différents points du segment PQ ont même enveloppe que la droite elle-même, à savoir la courbe qui a pour équation

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = l^{\frac{2}{3}};$$

ces ellipses sont celles qui ont leurs axes dirigés sui-



vant $x'x$, $y'y$, et pour lesquelles la somme des axes est constante et égale à $2l$. On a (*voir* la figure)

$$MP = b, \qquad MQ = a.$$

2. A propos de cette question, on peut chercher la relation qui existe entre les *longueurs* MP et MQ, PQ étant la tangente en un point M variable sur une ellipse donnée, P et Q étant sur les axes; cette relation est

$$(1) \qquad \frac{\overline{MP}^2 - b^2}{MP} + \frac{\overline{MQ}^2 - a^2}{MQ} = 0$$

ou

$$\frac{b^2}{MP} + \frac{a^2}{MQ} = PQ.$$

On peut avoir, comme dans la question précédente, $MP = b$, $MQ = a$; cela correspond à $\tang^2 \varphi = \frac{b}{a}$, φ étant l'angle d'anomalie.