

Concours d'admission à l'École polytechnique en 1913

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 13
(1913), p. 461-463

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1913_4_13__461_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1913, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE EN 1915.

Composition de Géométrie analytique et mécanique.

Dans le plan xOy du trièdre des coordonnées $Oxyz$, on donne le cercle de rayon r , tangent à Oy au point O , du côté de Ox ; sur la circonférence, les points A et B situés à la distance r du point O .

I. Un point quelconque P de la circonférence est la projection d'un point M dont la cote est

$$z = PA + PB.$$

1° Calculer les coordonnées x, y, z du point M en fonction de l'angle polaire $POx = \omega$ du point P .

2° Le lieu du point M est une courbe Γ . En construire les projections sur les plans xOz, yOz .

II. Soit C le point d'abscisse $-r$ pris sur le prolongement de Ox ; A, B, C sont les points d'appui sur le plan horizontal, supposé rigide, de trois pieds sphériques identiques fixés aux trois sommets d'une lame triangulaire homogène.

Sous l'action d'efforts horizontaux, la lame se met à tourner autour d'un certain axe vertical dont la trace I sur le plan xOy a pour coordonnées polaires f et ω .

1° Exprimer que la résultante des réactions de frottement du plan sur la lame est perpendiculaire à OI. (On désignera par a, b, c les longueurs IA, IB, IC; par α, β, γ les coefficients de frottement, supposés différents, aux trois points A, B, C.)

2° On suppose $\alpha = \beta, \gamma$ étant rendu négligeable au moyen d'un lubrifiant. Former l'équation polaire du lieu des points I définis par la condition précédente. Étudier ce lieu.

3° Comment varie, avec la position du point I, le moment résultant des réactions de frottement par rapport à la verticale du point I?

Composition d'Algèbre et Trigonométrie.

On considère la fonction θ de x définie par la relation $\text{arc tang } x = \frac{x}{1 + \theta x^2}$ où le premier membre représente un arc compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$.

1° Déterminer les valeurs limites de θ pour

$$x = \pm \infty \quad \text{et} \quad x = 0.$$

2° Suivre les variations de la fonction $\theta(x)$ quand x croît de $-\infty$ à $+\infty$.

3° Dans cette fonction $\theta(x)$, on remplace x par n^p , n étant un entier variable et p un nombre positif donné; on considère la série dont le terme de rang n a pour valeur $\theta(n^p)$. Pour quelles valeurs de p la série est-elle convergente?

4° Calculer $\int_a^\infty \frac{x}{1+x^2} \theta(x) dx$. Étudier la variation de cette intégrale quand a augmente de $-\infty$ à $+\infty$.

5° Calculer, à l'approximation de la règle à calcul, la valeur numérique de

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^\infty \frac{x}{1+x^2} \theta(x) dx.$$

Composition de calcul.

1° Calculer une table des valeurs de 10^{-t^2} pour des valeurs de t croissant de 0 à 1 par échelons de 0,1.

2° De cette première table en déduire une deuxième qui donne les valeurs approchées de l'intégrale

$$u = \int_0^1 10^{-t^2} dt.$$

pour des valeurs de t croissant de 0 à 1 par échelons de 0,1.

3° Comment et dans quelles limites la deuxième table peut-elle servir à étudier la fonction de la variable x définie par la formule

$$y = \int_0^x e^{-t^2} dx^2 \quad (e = 2,718\dots)?$$

4° En particulier, calculer la valeur de x qui correspond à

$$y = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \quad (\pi = 3,14\dots).$$