

F. GOMES TEIXEIRA  
**À propos de la question 1491**

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 15  
(1915), p. 362-364

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1915\\_4\\_15\\_\\_362\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__362_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

[M<sup>15kα</sup>]

A PROPOS DE LA QUESTION 1491;

PAR M. F.-GOMES TEIXEIRA.

---

Je désirerais présenter quelques remarques sur la question 1491, récemment résolue par M. Brocard (1915, p. 138).

J'ai considéré cette question (p. 55) dans le Tome I de mon *Traité des courbes spéciales* où j'ai démontré que le lieu des points d'où l'on voit deux segments recti-

lignes  $A_1 A_2, A'_1 A'_2$  dans des angles égaux ou supplémentaires, est formé de deux cubiques circulaires, et que l'équation d'une de ces courbes, quand on prend le point  $A_1$  pour origine des coordonnées et la droite  $A_1 A_2$  pour axe des abscisses, les coordonnées des points  $A_2, A'_1, A'_2$  étant respectivement  $(0, \alpha), (\alpha, \beta), (\alpha', \beta')$ , est

$$\begin{aligned} & (x^2 + y^2) [(\beta' - \beta)x + (\alpha + \alpha - \alpha')y] \\ &= [\alpha\beta' - \beta\alpha' + \alpha(\beta' - \beta)]x^2 + [\alpha\beta' - \beta\alpha' + \alpha(\beta + \beta')]y^2 \\ &+ 2\alpha\alpha xy - \alpha(\alpha\alpha' + \beta\beta')y - \alpha(\alpha\beta' - \beta\alpha')x. \end{aligned}$$

J'ai fait voir aussi qu'en transportant l'origine des coordonnées au *foyer singulier* de la courbe et en prenant pour nouvel axe des abscisses la droite perpendiculaire à l'asymptote réelle, l'équation de cette courbe prend la forme

$$x(x^2 + y^2) = A(x^2 + y^2) - Bx - Cy,$$

$A, B, C$  ayant des valeurs que nous n'écrivons pas ici.

La courbe considérée est donc identique à celle rencontrée par Van Rees en cherchant les *focales* du cône elliptique, dans la *Correspondance mathématique* de Quételet (T. V, 1829, p. 361), courbe que j'ai désignée dans l'Ouvrage susmentionné sous le nom de *focale de Van Rees*.

Ajoutons que Van Rees a démontré qu'à chaque couple de points  $A_1, A_2$  de la courbe arbitrairement choisis correspondent deux points  $A'_1, A'_2$ , tels que les cordes  $A_1 A_2$  et  $A'_1 A'_2$  sont vues de tous les points de la courbe sous des angles égaux ou supplémentaires.

Ajoutons encore que le lieu considéré est identique à celui d'un point tel que le produit de ses distances à deux pôles soit égal au produit de ses distances à deux autres.

Ajoutons enfin que les lignes considérées sont comprises dans une classe très générale de courbes envisagées par M. Darboux dans son important Ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces* (3<sup>e</sup> Partie, 1873).

Si  $\beta = \beta'$ ,  $\alpha = \alpha' - \alpha$ , c'est-à-dire si les points  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A'_1$ ,  $A'_2$  sont les sommets d'un parallélogramme, la courbe considérée se réduit à une hyperbole équilatère et à une droite.