

Certificats de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 15 (1915), p. 521-530

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1915_4_15__521_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

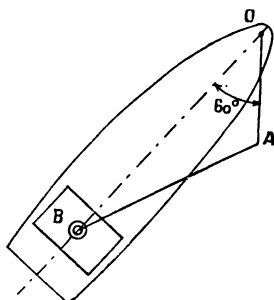
CERTIFICATS DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

Lille.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *Théorème des flèches réciproques de James Maxwell; théorème de Castigliano. Leur application aux poutres continues.*

II. *Appliquer la théorie générale des turbines (sur laquelle on n'aura rien à dire) : 1° au cas de la turbine Jonval-Kœcklin à tube de suction; 2° au cas de la turbine Girard à libre déviation.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. *Un des cylindres d'un moteur à pétrole tourne autour de l'axe O, tandis que le piston est*



relié à l'axe fixe A par une barre de jonction AB.

Diamètre intérieur des cylindres = 0^m, 115;

Barre AB = 0^m, 35;

Longueur OA = 0^m, 064.

Le cylindre tourne à la vitesse constante de 1200 tours par minute.

1° *Déterminer la vitesse angulaire et l'accélération angulaire de AB pour la position où $\widehat{BOA} = 60^\circ$;*

2° *La pression dans le cylindre étant de 8^{kg}, 5 par cen-*

35.

timètre carré, trouver le moment moteur de la machine pour la même position.

II. Exemple de la détermination des constantes caractéristiques d'une voiture par une série d'essais au banc et sur route. On trouve qu'une voiture fait 60^{km} à l'heure en palier, en quatrième vitesse, son moteur tournant alors à 1200 tours à la minute, et qu'elle ne marche plus qu'à 30^{km} à l'heure, aussi en quatrième vitesse, à la montée d'une rampe de 24^{mm} par mètre. Il résulte, d'autre part, de la caractéristique de puissance du moteur que le couple moyen est égal, en mètres-kilogrammes, à 11,7 à 1200 tours et à 13,6 à 600 tours, dans les mêmes conditions, bien entendu, de distribution et d'allumage au banc que sur route. On donne enfin le poids $P = 1500^{\text{kg}}$ de cette voiture en ordre de marche et le rendement $\rho = 0,75$ du mécanisme de transmission, et l'on demande de déduire de toutes ces données les deux constantes caractéristiques f_1 et λ qui interviennent dans l'équation générale de locomotion :

$$F = P f_1 + P \frac{v}{g} + \lambda v^2 \pm P \iota,$$

où v désigne la vitesse de la voiture en kilomètres à l'heure.

(Juillet 1913.)

EPREUVE THÉORIQUE. — I. Cinématique graphique. — Construction et usage du cinème des accélérations.

Application au système bielle-manivelle dans le cas d'un mouvement de rotation uniforme. Règle de Mohr.

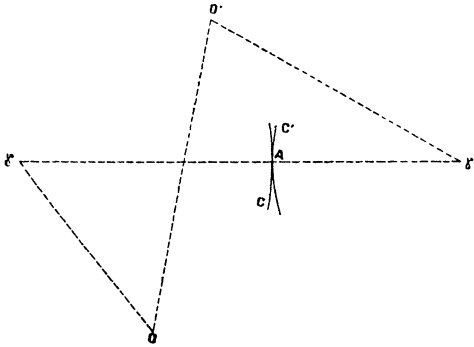
II. Dynamique. — Exposer, à l'aide de graphiques, le mode de fonctionnement dynamique du régulateur à action directe. Montrer les inconvénients de l'isochronisme absolu. Comparer entre eux, au point de vue de la promptitude d'action, les régulateurs de Watt et de Porter.

On rappelle l'équation

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2}{2b} P_3 + b Q_1 \sin^2 \alpha \right) \frac{d^2 z}{dt^2} \\ & = \frac{\omega^2 - \omega'^2}{\omega^2} g \sin^2 \alpha (a P_2 + b Q_1) + a^2 P_3 \cos \alpha \cdot z^2, \end{aligned}$$

qui permet d'étudier le mouvement relatif du régulateur dans son plan, et conduit à la notion de promptitude d'action.

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. Deux engrenages, d'axes O et O' , sont en prise par un couple de dents à profils circulaires C



et C' qui se touchent actuellement en A , les centres des profils étant γ et γ' . La roue O' tourne uniformément à raison de 10 radians par seconde.

Calculer pour la position dessinée du mécanisme :

- 1° La vitesse angulaire de la roue O et la vitesse relative de glissement entre les deux profils;
- 2° L'accélération angulaire de la roue O .

II. Calculer les éléments d'une turbine à réaction, d'axe vertical, à établir sur une chute de $1^m,60$, ayant un débit de $1^m^3,2$.

Données :

$$\text{Degré de réaction } \varepsilon = \frac{1}{2};$$

$$\text{Angles de construction } \alpha = \beta_1 = 20^\circ;$$

$$\text{Nombre d'aubes fixes } n = 18;$$

$$\text{Épaisseur de ces aubes } e = 8^{\text{mm}};$$

Relations entre les dimensions

$$a = \frac{r}{2}, \quad a_1 = r_1.$$

(Novembre 1913)

Nancy.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. Établir la relation qui existe entre les tensions aux extrémités d'un câble passant sur un tambour circulaire, en tenant compte du frottement. Application à la recherche des tensions dans les brins d'une courroie de transmission.

11. Deux réservoirs ouverts à l'air libre renferment de l'eau jusqu'à des niveaux A et B maintenus constants à des cotes z_1 et z_2 ($z_1 > z_2$); ils sont réunis par un tuyau cylindrique de longueur L; quel doit être le diamètre de ce tuyau pour que l'eau s'y écoule avec un débit donné Q?

En un point C de ce tuyau, situé à une cote z et à une distance L_2 de l'extrémité inférieure, est branché un deuxième tuyau de longueur L_3 , débouchant dans un réservoir ouvert à l'air libre où l'eau se maintient à un niveau constant D de cote z_3 ; calculer le diamètre de ce dernier tuyau pour que les débits d'écoulement par les deux tuyaux ouverts simultanément soient les mêmes en B et D, et calculer ces débits.

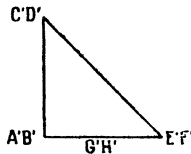
Application : $z_1 = 356^m$, $z_2 = 300^m$, $z = 310^m$, $z_3 = 305^m$, $L = 5^km$, $L_2 = 3^km$, $L_3 = 200^m$, $Q = 500^l$ par seconde.

On a

$$\frac{1}{4} DJ = \left(0,000507 + \frac{0,00000647}{R} \right) u^2.$$

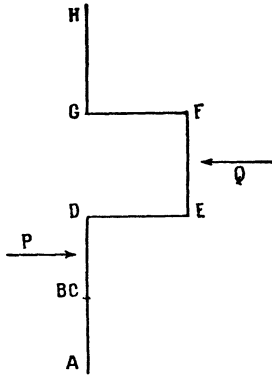
On néglige les pertes de charge à l'entrée des différents tuyaux.

ÉPREUVE PRATIQUE. — On donne un vilbrequin à deux manetons représenté ci-après par ses deux projections;



les dimensions sont les suivantes : $AB = GH = 400^{mm}$, $GD = EF = 300^{mm}$, $CB = GF = 320^{mm}$; A et H sont les mi-

lieux de deux papiers qui supportent le système. Le système est sollicité : 1° par une force P agissant au milieu de CD perpendiculairement au plan $ABCD$, et égale



à 3000kg ; 2° par une force Q agissant au milieu de EF , parallèlement à la première, mais de sens opposé, et égale à 7000kg .

On demande : 1° de calculer les réactions des appuis; 2° d'indiquer et de calculer les forces et les moments sollicitant le bras DE .
(Juin 1908.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Première question. — *Théorie de l'écoulement de l'eau en régime permanent dans une portion de tuyau cylindrique. Calcul du diamètre d'un tuyau dont on donne le débit et la longueur, connaissant les différences des cotes et des pressions aux deux extrémités.*

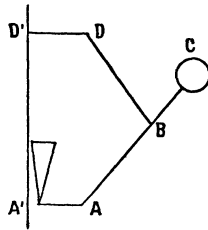
Deuxième question. — *Un volant est monté sur un arbre horizontal; on donne le rayon R du volant et le moment d'inertie MK^2 du système autour de son axe de rotation. Ce volant est soumis à un couple moteur de moment C , et il transmet sa puissance par l'intermédiaire d'une courroie, à une poulie montée sur un arbre parallèle au premier; on donne le rayon R' de la poulie, et le moment d'inertie $M'K'^2$ de la poulie et de son arbre par rapport à leur axe de rotation.*

1° On suppose d'abord que la poulie est soumise à un couple résistant tel que le mouvement du volant soit uniforme, et que sa vitesse angulaire soit égale à ω ; comment calcule-t-on la section de la courroie ?

2° On suppose qu'à un certain instant le moment du couple résistant prend et conserve une valeur constante supérieure à la précédente; quelle sera la loi du mouvement du système et quelles seront les tensions dans les brins de la courroie ?

Application. — Le rayon du volant est $R = 2^m$; le poids du volant et de son arbre est $P = 200^{kg}$, et le rayon de giration $K = 1^m, 50$; le rayon de la poulie est $K' = 0^m, 50$; le poids de la poulie et de son arbre est $P' = 800^{kg}$, et le rayon de giration $K' = 0^m, 30$. En régime uniforme, la puissance transmise est 50 chevaux, et la vitesse du volant 90 tours par minute. On prend $e^{f\alpha} = e^{f'\alpha'} = 2$, et la résistance de la courroie est de 40^{kg} par centimètre carré. Dans la deuxième partie, le moment du couple résistant a augmenté de la moitié de sa valeur; quelles seront les tensions et la vitesse au bout de 5 secondes ?

ÉPREUVE PRATIQUE. — Un régulateur à force centrifuge tournant autour d'un axe vertical est représenté pour



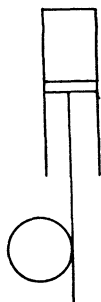
une de ses moitiés par la figure ci-dessus : les distances DD' et AA' des points D et A à l'axe sont de 50^{mm} ; $AC = 450^{mm}$; $AB = BD = 300$; le demi-poids du manchon est de 35^{kg} , celui d'une boule 10^{kg} ; les tiges AC et BD sont des barres rondes de fer forgé de 20^{mm} de diamètre, et de poids spécifique 7,8.

1° Trouver la vitesse angulaire qui maintient le régu-

lateur dans une position telle que le centre de chaque boule se trouve à 260^{mm} de l'axe, en négligeant les frottements et la résistance appliquée au manchon, et en supposant la masse de chaque boule concentrée en son centre; 2° calculer dans ces conditions les efforts auxquels sont soumises les tiges. (Octobre 1908.)

Première question. — *Principes sommaires de la construction des engrenages cylindriques à développante de cercle.*

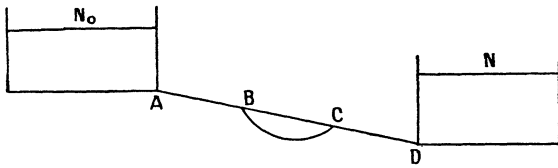
Deuxième question. — *Dans un cylindre vertical, ouvert à l'air libre à la partie supérieure, se meut un piston*



muni d'une tige à crémaillère engrenant avec une roue dentée; ce cylindre renferme une certaine masse de gaz se détendant suivant la loi $p v^2 = \text{const}$. On donne la section S du cylindre, le poids P du piston et de sa tige, le poids P' de la roue, son rayon extérieur r et son rayon de giration K ; on donne la pression atmosphérique p_a , la pression initiale du gaz p_0 et la longueur x_0 de la portion du cylindre qu'il occupe à l'instant initial; en supposant que le piston soit au repos à cet instant et qu'il n'y ait aucun effort résistant appliqué à la roue, on demande de former l'équation qui donne la vitesse du piston, de trouver le point du cylindre où il s'arrête et la pression finale du gaz.

Troisième question. — *Un tuyau cylindrique AD, de diamètre D et de longueur L , met en communication deux*

réservoirs ouverts à l'air libre, où les niveaux de l'eau N_0



et N sont maintenus à des cotes constantes z_0 et z (on pose $z_0 - z = h$); quel est le débit de ce tuyau?

Entre deux points B et C de ce tuyau, situés aux cotes z_1 et z_2 et tels que

$$AB = L_1, \quad BC = L_2, \quad CD = L_3.$$

on établit un tuyau supplémentaire de dérivation, de longueur L'_2 et de diamètre D' , et l'on fait couler l'eau par les deux tuyaux simultanément entre B et C . Calculer les nouvelles pressions qui s'établissent en B et C et le nouveau débit de la canalisation.

Application au cas où

$$L_1 = L_2 = L'_2 = L_3 = \frac{l}{3}$$

et où $D' = D$. Calculer les différences entre les pressions nouvelles et les pressions primitives en B et C et calculer le rapport entre le débit nouveau et le débit primitif.

(On supposera connues toutes les formules usuelles relatives aux tuyaux; on prendra pour b_1 une valeur unique et l'on négligera les pertes de charge autres que celles qui sont produites par les tuyaux.)

(Juin 1909.)

Première question. — Déterminer la puissance d'une pompe refoulant l'eau d'un réservoir inférieur dans un réservoir supérieur par un tuyau cylindrique de longueur et de diamètre donnés; on donne les cotes des niveaux de l'eau ainsi que les pressions dans les réservoirs.

En supposant que la dépense de premier établissement du tuyau soit proportionnelle à sa longueur et à son diamètre, trouver pour une longueur et un débit donnés le

diamètre le plus avantageux à donner au tuyau; on rendra minimum l'ensemble de l'amortissement de la dépense précédente et des frais courants proportionnels à la puissance de la pompe.

Deuxième question. — *Un cylindre plein homogène, de poids P et de rayon R, est mobile autour d'un axe horizontal; une corde, de poids négligeable, fixée à ce cylindre par l'une de ses extrémités et enroulée sur sa surface, porte à son autre extrémité un poids Q qui tombe verticalement. Sur ce même cylindre sont disposées des ailettes, de poids négligeable, éprouvant de la part de l'air une résistance proportionnelle à la vitesse angulaire, le moment du couple résistant étant représenté par $B\omega$. Étudier le mouvement du système abandonné à lui-même sans vitesse initiale. Vers quelle limite tend la vitesse angulaire? Trouver l'instant à partir duquel la vitesse différera de cette limite de moins de 10 pour 100.*

(Octobre 1909.)

Rennes.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Problème. — *Connaissant les coefficients λ et μ de Lamé, déterminer le coefficient d'élasticité longitudinale d'un prisme soumis à une traction uniforme sur deux bases opposées, le coefficient de compressibilité d'une sphère pleine soumise à une pression uniforme et le coefficient d'élasticité radiale dans cette sphère.*

Question de cours. — *Application du principe de l'équivalence et du principe de Carnot à un gaz qui suit la loi de Joule et la loi de Mariotte. Détermination, par l'intermédiaire de ce gaz, de l'équivalent mécanique de la chaleur et de la température absolue.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — Première question. — *Un ressort de masse négligeable à peu près plan est encastré d'une part dans un encastrement fixe et d'autre part dans un encastrement appartenant à un solide tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan du ressort; le ressort est*

supposé construit de manière que l'encastrement fixe ne réagisse constamment que par un couple.

1° Démontrer que le mouvement du solide tournant sera oscillatoire simple et déterminer sa demi-période T.

2° Deux ressorts R et S remplissant les conditions précédentes ont été placés aux mêmes encastrements et actionnent le même solide tournant.

La longueur du ressort R est quadruple de celle du ressort S; leurs sections sont deux rectangles dont les dimensions parallèles au plan du ressort sont les mêmes, mais dont les dimensions perpendiculaires au plan du ressort sont différentes, celle du ressort R est double de celle du ressort S.

Sachant que les deux ressorts produisent des mouvements oscillatoires simples de même période, calculer le rapport de leurs coefficients d'élasticité longitudinale.

Deuxième question. — Un diapason donnant 100 vibrations complètes par seconde perd la moitié de son amplitude vibratoire en 10 secondes, calculer l'amortissement, c'est-à-dire la décroissance proportionnelle de l'amplitude par période.

Le régime vibratoire du diapason est assimilé au régime d'un mouvement pendulaire uniformément amorti.

On calculera l'inverse de l'amortissement.

(Juin 1910.)
