NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 18 (1918), p. 199-200

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1918_4_18__199_1>

CORRESPONDANCE.

M. L. **Poli**. — *Solutions des questions* 774 *et* 1444. — La solution de la question 774 est donnée dans la *Théorie des nombres* d'Ed. Lucas, Tome I (seul publié), pages 92-93. Cette question, de Prouhet, remontant à 1866, doit donc disparaître de la liste de celles qui sont restées sans solution.

Il en est de même pour la question 1444, de Cesàro, dont la solution se trouve dans l'Ouvrage précité, page 257.

M. F. **Egan**. — *Sur la solution de la question* 1511 (1918, p. 70). — La solution de M. Chapuis n'est pas tout à fait exacte. Un système de deux droites n'est pas une forme intermédiaire entre ellipses et hyperboles, à moins que les droites ne soient parallèles. Il y a trois couples de droites satisfaisant cette condition : par exemple BC et la parallèle passant par A. Chaque couple a une infinité de centres, situés sur l'un des côtés du triangle médian. C'est donc ce triangle qui doit remplacer le triangle ABC dans le raisonnement de M. Chapuis.

L'analyse conduit assez rapidement à la même conclusion. Soit

$$lyz + mzx + nxy = 0$$

une conique circonscrite à ABC. En éliminant z entre cette équation et celle de la droite à l'infini,

$$x + y + z = 0,$$

on obtient une équation dont le discriminant

$$\Delta = (l + m - n)^2 - 4lm$$

décidera par son signe si la conique est une ellipse ou une hyperbole. Or, si le centre est (α, β, γ), on trouve

$$\begin{aligned}\frac{l}{\alpha(\beta + \gamma - \alpha)} &= \frac{m}{\beta(\gamma + \alpha - \beta)} \\ &= \frac{n}{\gamma(\alpha + \beta - \gamma)} = \theta = \frac{l + m - n}{(\gamma + \alpha - \beta)(\beta + \gamma - \alpha)},\end{aligned}$$

d'où

$$\Delta = -\theta^2(\alpha + \beta - \gamma)(\beta + \gamma - \alpha)(\gamma + \alpha - \beta)(\alpha + \beta + \gamma).$$

Donc Δ change de signe chaque fois qu'on traverse l'un des côtés du triangle médian. A l'intérieur de ce triangle, Δ a le signe négatif, la conique est donc une ellipse.