Questions

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 19 (1919), p. 39-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__39_1>

QUESTIONS.

2384. Démontrer qu'il est impossible de mener une tangente parallèle à une direction Δ, à une cardioïde à l'aide de la règle et du compas. En déduire la construction des tangentes parallèles à l'axe polaire. J. BOUCHARY.

2385. Sur les côtés BC, CA, AB d'un triangle équilatéral, on marque les points α_1, β_1, γ_1 et leurs isotomiques α_2, β_2, γ_2. Démontrer que les triangles $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ et $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ ont même angle de Brocard. V. THÉBAULT.

2386. Dans un triangle ABC dont le centre de gravité est G et le centre du cercle circonscrit O, on inscrit un triangle $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ tel que son centre de gravité G_1 soit sur la perpendiculaire à OG en G. Soit $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ l'isotomique de $\alpha_1\beta_1\gamma_1$. Montrer que les triangles $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ et $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ ont même angle de Brocard. V. THÉBAULT.

2387. Soient trois points α_1, β_1, γ_1 respectivement situés sur les côtés BC, CA, AB d'un triangle et leurs isotomiques α_2, β_2, γ_2. Démontrer la relation d'aires :

$$\alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_1\gamma_1 + \alpha_1\beta_2\gamma_1 + \alpha_1\beta_1\gamma_2 = \mathrm{ABC}.$$

V. THÉBAULT.

2388. Dans un quadrilatère complet, les orthopôles de chacun des côtés, pris par rapport au triangle formé par les trois autres côtés, sont quatre points collinéaires avec les orthocentres des quatre triangles obtenus en prenant les côtés trois à trois.

En déduire que, dans un triangle, l'orthopôle d'une droite appartient à la perpendiculaire abaissée de l'orthocentre sur la transversale réciproque de cette droite.

R. GOORMAGHTIGH.

2389. Si trois courbes de Cesàro d'indices n_1, n_2, n_3, de même pôle, ont un contact du deuxième ordre en un même point, leurs troisièmes rayons de courbure ρ_1, ρ_2, ρ_3 correspondant à ce point sont liés par la relation

$$\frac{(n_2-n_3)(n_1+1)^2}{(n_1-1)}\rho_1+\frac{(n_3-n_1)(n_2+1)^2}{(n_2-1)}\rho_2 + \frac{(n_1-n_2)(n_3+1)^2}{(n_3-1)}\rho_3 = 0.$$

R. Goormaghtigh.

2390. Étudier la surface qui a pour équation

$$x^2(z-a)^2+z^2(y^2+z^2-a^2)=0,$$

les axes étant rectangulaires; droites de la surface, cercles, coniques, etc.; génération de la surface par le mouvement d'un cercle, d'une ellipse. J. Lemaire.

2391. On sait que la radiale d'une chaînette d'égale résistance est une droite; démontrer que la radiale de sa développée est une parabole. F. Balitrand.

2392. On considère les paraboles tangentes à une hypocycloïde à trois rebroussements H_3 et à la tangente et à la normale en un sommet S de cette courbe. Démontrer que les polaires de S par rapport à ces paraboles enveloppent le cercle décrit sur SA comme diamètre, A étant le point de rebroussement de H_3 correspondant à S. F. Balitrand.

2393. Si l'équation d'une surface en coordonnées homogènes est de la forme

$$A(x, y, z)\times\varphi^m(x, y, z) + B(x, y, z) \times \varphi^{m-1}(x, y, z)t + \ldots = 0,$$

de sorte que la courbe représentée par les équations $t=0$, $\varphi=0$ est une ligne de la surface dont l'ordre de multiplicité est m, l'équation du système des m plans tangents à la surface en un point de cette ligne s'obtient en remplaçant, dans l'équation de la surface, $\varphi(x, y, z)$ par $X\varphi'_x+Y\varphi'_y+Z\varphi'_z$, et t par T. G. Fontené.