Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 5e série, tome 1 (1922), p. 188-190

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__188_1>

QUESTIONS.

* **2446**. (**1920**, 279). Si MN est une corde d'une conique tangente en P et Q à deux cercles bitangents à la courbe et ayant leurs centres sur le même axe, les deux segments MN et PQ ont même milieu. G. FONTENÉ.

2447. (**1920**, 279). Étant donnée, dans le plan, une région limitée par un contour convexe, on peut, d'une infinité de manières, mener deux cordes AC et BD de ce contour, se coupant à l'intérieur de la région considérée et la partageant en quatre régions d'aires données.

Démontrer que la tangente à la courbe, lieu des points de rencontre des deux cordes, est parallèle à la troisième diagonale du quadrilatère ABCD. R. B.

2448. (**1920**, 280). Étant données deux courbes planes quelconques, une courbe de grandeur invariable se meut dans leur plan commun de manière à avoir avec chacune d'elles une corde commune de longueur constante. Trouver, pour une position de la courbe mobile, le centre instantané de rotation du plan qu'elle entraîne. R. B.

2449. (**1920**, 319). Un triangle de grandeur invariable ABC prend dans un plan toutes les positions telles qu'il reste homologique à un triangle fixe du même plan. Démontrer qu'il existe un point, entraîné avec le triangle ABC, tel que la droite, joignant ce point à un point fixe convenablement choisi, passe constamment par le centre d'homologie des deux triangles. R. B.

2450. (**1920**, 320). Un quadrangle ABCD, de grandeur invariable, se meut dans un plan de telle manière que les droites, joignant ses sommets à quatre points fixes du même plan, soient constamment concourantes. Démontrer que l'on peut trouver d'une infinité de manières un point, entraîné avec le quadrangle, tel que la droite le joignant à un point fixe passe par le point de concours des quatre premières droites. Les points satisfaisants sont ceux d'une certaine courbe du troisième ordre. et de même les points fixes correspondants.

R. B.

2453. Soit AB′CA′BC′ un hexagone plan tel que les angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ aient pour somme 2π (il en est alors de même des angles $\widehat{A'}$, $\widehat{B'}$, $\widehat{C'}$). Les centres des cercles C′AB′, A′BC′, B′CA′ sont les sommets d'un triangle dont les angles sont respectivement supplémentaires des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$.

R. B.

2454. Si l'on choisit un point arbitrairement sur chaque arête d un tétraèdre, les quatre sphères ω_a, ω_b, ω_c, ω_d, passant respectivement par chaque sommet A, B, C, D, et par les points situés sur les trois arêtes adjacentes, ont un point commun K (*S. Roberts*, 1880).

Montrer que ce point K est l'inverse (conjugué isogonal), par rapport au tétraèdre $\omega_a\omega_b\omega_c\omega_d$, du centre de la sphère circonscrite au tétraèdre dont les sommets sont les points communs à trois des sphères sur les faces du tétraèdre ABCD.

V. Thébault.

2455. On considère quatre sphères de centres O_1, O_2, O_3, O_4, qui admettent un centre radical C, et une sphère (Σ) concentrique à la sphère circonscrite au tétraèdre $O_1O_2O_3O_4$. Montrer que le centre de la sphère inscrite au tétraèdre déterminé par les plans radicaux de la sphère (Σ), respectivement avec les sphères O_1, O_2, O_3, O_4, coïncide avec le centre radical C.

Application. — Étant donné un tétraèdre quelconque ABCD, déterminer un point P de l'espace qui soit le centre de la sphère inscrite au tétraèdre dont les sommets sont les projections orthogonales de P sur les faces du tétraèdre ABCD.

V. Thébault.

2456. Soient x, y, z les coordonnées d'un point M d'une courbe gauche, considérées comme fonction de l'arc s de la courbe. Soient respectivement r et r_1 les rayons de courbure et de torsion de la courbe au point M. On a la relation

$$\frac{1}{r^2 r_1} = \pm \begin{vmatrix} \frac{dx}{ds} & \frac{dy}{ds} & \frac{dz}{ds} \\ \frac{d^2x}{ds^2} & \frac{d^2y}{ds^2} & \frac{d^2z}{ds^2} \\ \frac{d^3x}{ds^3} & \frac{d^3y}{ds^3} & \frac{d^3z}{dt^3} \end{vmatrix},$$

le signe dépendant du sens positif de rotation choisi pour définir l'angle de torsion.

R. Leveugle.

2457. On donne une conique, deux points A et A' sur la courbe, un point P dans son plan. Si AM et A'M' sont deux cordes variables de la conique telles que la droite MM' passe au point P, la droite AM et A'M' rencontrent une droite fixe menée par ce point en des points I et I' qui sont en involution sur cette droite.

G. F.

2458. Une épicycloïde cuspidale est engendrée par le roulement d'un cercle sur un cercle de centre ω. Si l'épicycloïde varie, en restant inscrite à un triangle fixe et semblable à elle-même, le lieu du point ω se compose de droites.

R. B.

NOTE.

Ce numéro n'a que trente pages. Les prochains numéros seront augmentés en conséquence.