Questions

Nouvelles annales de mathématiques 5e série, tome 1 (1922), p. 38-40

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__38_1>

QUESTIONS.

Nous reproduisons ci-dessous les énoncés de quelques questions publiées dans les *Nouvelles Annales*, depuis 1919, et dont il n'a pas été publié de solutions. Il n'a pas été reçu de réponses aux questions marquées d'un astérisque. Pour les autres, nous avons des réponses en portefeuille. Nous croyons cependant que la reproduction en sera agréable à nos lecteurs.

2388. Dans un quadrilatère complet, les orthopôles de chacun des côtés, pris par rapport au triangle formé par les trois autres côtés, sont quatre points collinéaires avec les orthocentres des quatre triangles obtenus en prenant les côtés trois à trois.

En déduire que, dans un triangle, l'orthopôle d'une droite appartient à la perpendiculaire abaissée de l'orthocentre sur la transversale réciproque de cette droite.

R. GOORMAGHTIGH.

*2390. Étudier la surface qui a pour équation

$$x^2(z-a)^2+z^2(y^2+z^2-a^2)=0,$$

les axes étant rectangulaires; droites de la surface, cercles, coniques, etc.; génération de la surface par le mouvement d'un cercle, d'une ellipse.

J. LEMAIRE.

*2393. Si l'équation d'une surface en coordonnées homogènes est de la forme

$$A(x,y,z)\times\varphi^m(x,y,z)+B(x,y,z)\times\varphi^{m-1}(x,y,z)t+\ldots=0,$$

de sorte que la courbe représentée par les équations $t=0$, $\varphi=0$ est une ligne de la surface dont l'ordre de multiplicité est m, l'équation du système des m plans tangents à la surface en un point de cette ligne s'obtient en remplaçant, dans l'équation de la surface, $\varphi(x, y, z)$ par $X\varphi'_x+Y\varphi'_y+Z\varphi'_z$ et t par T.

G. FONTENÉ.

2397. Soient P et Q les intersections d'une conique (S) avec les tangentes à une conique (Σ) issues d'un point variable M de la première. On sait que PQ enveloppe une conique appartenant au faisceau (S, Σ). Démontrer que le point de contact de PQ avec son enveloppe est, par rapport au segment PQ, le conjugué harmonique de l'intersection de cette droite avec la polaire de M par rapport à (Σ).

G. BOULLOUD.

*2399. Soient α_1 et α_2, β_1 et β_2, γ_1 et γ_2 les milieux des arcs BC, CA, AB du cercle circonscrit à un triangle ABC, et α'_1 et α'_2. β'_1 et β'_2, γ'_1 et γ'_2 leurs symétriques par rapport aux côtés BC, CA, AB respectivement. Montrer que les quatre cercles $\alpha'_1\beta'_1\gamma'_1$, $\alpha'_1\beta'_2\gamma'_2$, $\beta'_1\alpha'_2\gamma'_2$, $\gamma'_1\alpha'_2\beta'_2$ se coupent à l'orthocentre H du triangle ABC. Indiquer les centres et les rayons de ces cercles.

V. THÉBAULT.

2402. Si l'on joint un point d'une ellipse aux deux sommets situés sur un axe et le point diamétralement opposé aux deux sommets situés sur l'autre axe, les quatre droites ainsi obtenues et les axes de l'ellipse sont six tangentes d'une parabole.

F. BALITRAND.

***2405.** L'équation

$$1 - \left(\frac{\alpha}{x}\right)^m - (\beta x)^n = 0,$$

α et β étant des quantités positives, a deux racines positives, si

$$\frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}} > (\alpha\beta)^{mn};$$

on a

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4mn}{m+n}} > \frac{m^m n^n}{(m+n)^{m+n}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{m+n}.$$

A. PELLET.

***2409.** Si deux triangles sont à la fois homologiques et orthologiques, les deux centres d'orthologie sont sur la perpendiculaire abaissée du centre d'homologie sur l'axe d'homologie.

Application. — Soient M et M' deux points inverses par rapport à un triangle ABC, μ_1, μ_2, μ_3; μ'_1, μ'_2, μ'_3 leurs projections sur BC, CA, AB; si les droites $A\mu_1$, $B\mu_2$, $C\mu_3$ et $A\mu'_1$, $B\mu'_2$, $C\mu'_3$ sont concourantes, elles se coupent sur MM' et les axes d'homologie des triangles ABC et $\mu_1\mu_2\mu_3$, ABC et μ'_1, μ'_2, μ'_3 sont perpendiculaires à MM'. R. BOUVAIST.

2410. Construire une conique connaissant un point M, le cercle osculateur en ce point et deux tangentes (ou deux points). A. PELLET.

***2411.** Une horloge porte une aiguille des heures, une aiguille des minutes et une aiguille des secondes, montées sur le même pivot. Ces trois aiguilles ne peuvent être en coïncidence qu'à midi, comme on le reconnaît facilement. A quelle heure, non infiniment voisine de midi, sont-elles contenues dans un angle aussi petit que possible? R. B.