Publications du Département de mathématiques de Lyon

A. Deaibes

R. Pupier

# $\delta$-complétion et $G_\delta$-densité

*Publications du Département de Mathématiques de Lyon*, 1972, tome 9, fascicule 3
, p. 1-12

<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1972__9_3_1_0>

Publications du
Département de
Mathématiques
Lyon 1972 t. 9-3

# $\delta$ - COMPLETION ET $G_\delta$ - DENSITE

A.Deaibes et R.Pupier

Ces quelques pages ont pour origine la première partie de l'article de K.MORITA "Topological completion and M-spaces" ([M]). Rappelons que celui-ci étudie la notion d'espace uniforme faiblement complet ( que nous appellerons $\delta$-complet) et construit par un procédé de limite projective l'espace faiblement complet associé à un espace uniforme donné. L'intérêt principal de cette notion est qu'elle coïncide avec la complétion dans le cas d'un espace fin (th.1.5 de [M]), et qu'elle permet ainsi de construire le complété topologique d'un espace complètement régulier. L'un des auteurs a montré en 1969 ([$BP_1$] avec H.BUCHWALTER, que ce complété topologique se construisait aisément au moyen de formes linéaires sur C(T), et plus tard, dans [$BP_2$], que le complété séparé d'un espace uniforme s'obtenait de manière analogue. Nous avons donc étudié la notion définie par K.MORITA à la lumière de ces résultats.

Pour faciliter le passage entre diverses méthodes de complétion nous donnons dans une première section quelques résultats classiques qui permettront au lecteur de se rattacher à la technique qu'il affectionne.

1. FORMES LINEAIRES ET FILTRES DE CAUCHY.- Dans toute la suite T désigne un espace uniforme séparé (pour des questions de plongement), $\mathcal{U}(T)$ l'espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles uniformément continues sur T, $\mathcal{H}(T)$ l'ensemble des parties uniformément équicontinues et simplement bornées de $\mathcal{U}(T)$, $\lambda T$ l'ensemble des formes linéaires *modulaires* (i.e. $u(1) = 1$ et $u(|f|) = |u(f)|$) sur $\mathcal{U}(T)$, qui sont continues sur les parties $H \in \mathcal{H}$, quand on munit celles-ci de la topologie de la convergence simple (formes compactologiques de [$B_2$], [$BP_2$]). Enfin, pour tout $H \in \mathcal{H}$, $d_H$ désigne l'écart sur T défini par

$$d_H(t,t') = \sup_{h \in H} |h(t) - h(t')|.$$

Les $d_H$ déterminent la structure uniforme de T. Le résultat fondamental de [$BP_2$] est :

1.1. THEOREME.- *Le complété de* T *n'est autre que l'ensemble* $\lambda T$ *muni de la structure uniforme de* $\mathcal{H}$*-convergence.*

La démonstration se fait directement en plongeant T dans l'elcs complet M(T) des formes linéaires sur $\mathcal{U}(T)$, continues sur les parties $H \in \mathcal{H}$ (avec la topologie de la $\mathcal{H}$-convergence) et en montrant que $\lambda T$ est l'adhérence de T dans cet espace. Il est bon d'établir le passage naturel (au sens des problèmes universels) avec la méthode des filtres de Cauchy minimaux préconisée par BOURBAKI ([$B_1$]).

Tant qu'il n'est pas fait mention d'une construction explicite du complété de T, on le notera $\hat{T}$.

On sait que les filtres de Cauchy minimaux sur T sont définis par les traces sur T des filtres de voisinages des points de $\hat{T}$.

Si $\mathcal{F}$ est un filtre de Cauchy qui converge vers $x \in \hat{T}$, on a nécesaire-

-ment, pour toute $f \in \mathcal{U}(T)$ :

$$\lim_{\mathcal{F}} f = \lim_{\mathcal{F}} \hat{f} = \hat{f}(x),$$

où $\hat{f}$ est le prolongement à T de f. On est donc amené à associer à tout filtre de Cauchy $\mathcal{F}$ l'application $u_{\mathcal{F}} : \mathcal{U}(T) \to \mathbb{R}$ définie par :

$$u_{\mathcal{F}}(f) = \lim_{\mathcal{F}} f.$$

1.2. THEOREME.- *Pour tout filtre de Cauchy $\mathcal{F}$ sur* T, $u_{\mathcal{F}}$ *est une forme linéaire modulaire compactologique sur* $\mathcal{U}(T)$.

La seule propriété non triviale est la continuité de u sur les $H \in \mathcal{H}$; on l'obtient au moyen du lemme évident suivant :

1.3. LEMME.- *Soit $\mathcal{F}$ un filtre de Cauchy. Pour tout* $A \in \mathcal{F}$, *tout* $\alpha > o$ *et toute* $f \in \mathcal{U}(T)$, *tels que, quels que soient* $t \in A$ *et* $x \in A$, $|f(t) - f(x)| < \alpha$, *on a, quel que soit* $x \in A$, $|f(x) - u_{\mathcal{F}}(f)| \leqq \alpha$.

Alors, si $(f_i)$, $i \in I$, est une suite généralisée de fonctions appartenant à H, qu'on peut supposer uniformément bornée, et si la suite $(f_i)$ tend vers o, il existe $A \in \mathcal{F}$ tel que $d_H(A,A) < \varepsilon$. En fixant $t_o \in A$, on a :

$$|u_{\mathcal{F}}(f_i) - f_i(t_o)| \leqq \varepsilon \quad \text{pour tout } i \in I \quad \text{et par suite}$$

$$|u_{\mathcal{F}}(f_i)| \leqq \varepsilon + |f_i(t_o)| \quad ,$$

ce qui montre le théorème.

La topologie de $\hat{T}$ est définie par les $\hat{f} \in \hat{\mathcal{U}}(T)$. Les filtres de Cauchy minimaux sur T sont donc engendrés par les parties

$$A_{f,\varepsilon} = \{t \in T / |f(t) - \hat{f}(x)| < \varepsilon\} \; ,$$

où x est un élément de $\hat{T}$.

Si l'on prend pour modèle de $\hat{T}$ l'espace $\lambda T$ on a, par définition, $\hat{f}(u) = u(f)$ pour tout $u \in T$, et par suite, à toute forme linéaire modulaire compactologique u sur $\mathcal{U}(T)$ on fait correspondre le filtre de Cauchy minimal sur T engendré par les

$$A_f = \{t \in T / |f(t) - u(f)| < 1\} ,$$

car si $g \in \mathcal{U}(T)$, $f = g/\varepsilon \in \mathcal{U}(T)$ et $A_{g,\varepsilon} = A_f$.

La construction précédente établit les bijections réciproques naturelles entre le modèle de complété donné par BOURBAKI et l'espace $\lambda T$.

A titre d'exemple on peut établir, dans le modèle $\lambda T$, le fait bien connu que le complété d'un produit est égal au produit des complétés. Rappelons que, si H est une partie uniformément équicontinue de $\mathcal{U}(T)$, tout élément $u \in \lambda T$ coïncide sur H, à $\varepsilon$ près, avec une forme de Dirac (Lemme 3 de [$BP_2$]), ce qui montre que u est uniformément continue sur H. Soient T et X deux espaces uniformes, et $f \in \mathcal{U}(T \times X)$; posons : $\tilde{f}_1 : t \longrightarrow f_t$ et $\tilde{f}_2 : x \longrightarrow f_x$; $\tilde{f}_1$ (resp. $\tilde{f}_2$) est une application uniformément continue de T (resp. X) dans $\mathcal{U}_u(X)$ (resp. $\mathcal{U}_u(T)$), et les familles $(f_t)_{t \in T}$ et $(f_x)_{x \in X}$ sont uniformément équicontinues respectivement dans $\mathcal{U}(X)$ et $\mathcal{U}(T)$. Par suite, pour tout $v \in \lambda X$ (resp. $u \in \lambda T$) la fonction $v \circ \tilde{f}_1$ (resp. $u \circ \tilde{f}_2$) est uniformément continue de T dans $\mathbb{R}$ (resp. de X dans $\mathbb{R}$). L'égalité

(E) $$u(v \circ \tilde{f}_1) = v(u \circ \tilde{f}_2)$$

n'est autre que le théorème de la double limite. On peut montrer directement cette égalité : soit $H = \{f_x\}_{x \in X} \cup \{v \circ \tilde{f}_1\}$ (resp. $K = \{f_t\}_{t \in T} \cup \{u \circ \tilde{f}_2\}$); ce sont des parties uniformément équicontinues de $\mathcal{U}(T)$ et $\mathcal{U}(X)$. Soit $\varepsilon > o$; comme u est uniformément continue sur H, il existe des points $t_1, \dots, t_n$ de T et un réel $\alpha > o$, tels que :

(1) $$\sup_{1 \leq t \leq n} |h(t_i) - h'(t_i)| < \alpha \Longrightarrow |u(h) - u(h')| < \varepsilon \quad ,$$

pour toutes fonctions h et h' de H; d'autre part il existe $x_o \in X$, tel que,

(2) $$|v(f_t) - f_t(x_o)| < \min(\alpha, \varepsilon) \qquad \text{(lemme cité de } [BP_2]).$$

En appliquant l'inégalité (2) aux $t_i$ on obtient :

$$|u(v_\circ \tilde{f}_1) - u(f_{x_\circ})| < \varepsilon \ .$$

Un raisonnement analogue montre qu'il existe des points $x_1,\dots,x_m$ de X, un réel $\beta > o$ et un point $t_\circ$ de T, tels que l'on ait simultanément :

(1') $\quad \sup\limits_{1\leq j\leq m} |k(x_j) - k'(x_j)| < \beta \Rightarrow |v(k) - v(k')| < \varepsilon.$

pour toutes fonctions k et k' de K, et :

(2') $\quad |u(\tilde{f}_x) - f_x(t_o)| < \min(\beta,\varepsilon) \quad$ quel que soit $x \in X$.

D'où : $|v(u_\circ \tilde{f}_2) - v(f_{t_o})| < \varepsilon$ .

Enfin, d'après (2) :

$$|v(f_{t_o}) - f(t_o,x_o)| < \varepsilon$$

et d'après (2') :

$$|u(f_{x_o}) - f(t_o,x_o)| < \varepsilon \ ,$$

ce qui entraine :

$$|u(v_\circ \tilde{f}_1) - v(u_\circ \tilde{f}_2)| < 4\varepsilon.$$

On pose alors :

$$u \otimes v(f) = u(v_\circ \tilde{f}_1) = v(u_\circ \tilde{f}_2)$$

et on vérifie aisément que $u \otimes v \in \lambda(T\times X)$. L'application $(u,v) \mapsto u \otimes v$ établit la bijection naturelle cherchée entre $\lambda T \times \lambda X$ et $\lambda(T\times X)$. En effet, remarquons d'abord qu'on peut plonger $\mathcal{U}(T)$ (resp. $\mathcal{U}(X)$) dans $\mathcal{U}(T\times X)$. Si $w \in \lambda(T\times X)$, soient $w_1 = w|\mathcal{U}(T)$ et $w_2 = w|\mathcal{U}(X)$; $w_1$ et $w_2$ sont des formes modulaires compactologiques sur $\mathcal{U}(T)$ et $\mathcal{U}(X)$. Soit $f \in \mathcal{U}(T\times X)$; on peut considérer la partie $H = \{f\} \cup \{f_t\}_{t\in T} \cup \{w_2 \circ \tilde{f}_1\}$ comme une partie de $\mathcal{U}(T\times X)$ évidemment uniformément équicontinue dans $\mathcal{U}(T\times X)$; pour tout $\varepsilon > o$ il existe donc $(t_o,x_o) \in T\times X$ tel que :

$$\sup_{h\in H} |h(t_o,x_o) - w(h)|<\varepsilon.$$

Alors :

(1) $\quad |w(f) - f(t_o,x_o)|<\varepsilon$

(2) $\quad |w_2(f_t) - f_t(x_o)|<\varepsilon \qquad$ quel que soit $t\in T$

(3) $\quad |w_1(w_2\circ\tilde{f}_1) - w_2\circ\tilde{f}_1(x_o)|<\varepsilon.$

En appliquant (2) à $t_o$, on a :

$$|w_2(f_{t_o}) - f(t_o,x_o)| = |w_2\circ\tilde{f}_1(t_o) - f(t_o,x_o)|<\varepsilon$$

et

$$|w(f) - w_1(w_2\circ\tilde{f}_1)| < 3\varepsilon.$$

Nous sommes maintenant en mesure de retrouver de façon élémentaire les résultats de K.MORITA. Il convient cependant de traduire la condition d'intersection dénombrable pour un filtre de Cauchy en termes de formes linéaires modulaires compactologiques :

**1.4. THEOREME.-** *Soit* T *un espace uniforme; pour tout filtre de Cauchy minimal* $\mathcal{F}$ *sur* T, *les propriétés suivantes sont équivalentes :*

*a) le filtre* $\mathcal{F}$ *possède la propriété d'intersection dénombrable (ID);*

*b) la forme linéaire* $u_{\mathcal{F}}$ *possède la propriété* (D) *:*
*pour toute suite* $(f_n)_{n\in N}$ *d'éléments de* $\mathcal{U}(T)$ *et tout* $\varepsilon>o$, *il existe tel que*

$$\sup_{n\in N}|f_n(t) - u_{\mathcal{F}}(f_n)|<\varepsilon$$

*c) la forme linéaire* $u_{\mathcal{F}}$ *possède la propriété* ($D^*$):
*pour toute suite* $(f_n)_{n\in N}$ *d'éléments de* $\mathcal{U}(T)$ *il existe* $t\in T$ *tel que, quel que soit* $n\in N$ :

$$f_n(t) = u\,(f_n);$$

*d) pour toute* $f\in \mathcal{U}^\infty(T)$, $u_{\mathcal{F}}(f)\in f(T)$;

*e) pour toute* $f \in \mathcal{U}(T)$, $u_{\mathcal{F}}(f) \in f(T)$.

PREUVE: soient $\mathcal{F}$ un filtre de Cauchy satisfaisant à (ID) et $f \in \mathcal{U}(T)$. Les parties

$$A_n = \{t \in T / \ |f(t) - u_{\mathcal{F}}(f)| < \frac{1}{n}\}$$

appartiennent à $\mathcal{F}$, donc $\bigcap A_n \neq \emptyset$, ce qui montre e).

L'implication e) $\Longrightarrow$ d) est triviale.

Soit $(f_n)_{n \in N}$ une suite d'éléments de $\mathcal{U}(T)$; en remplaçant $f_n$ par $f_n - u_{\mathcal{F}}(f_n)$ et en utilisant la transformation $r \longmapsto r(1+|r|)^{-1}$, on peut supposer $o \leqq f_n \leqq 1$ et $u_{\mathcal{F}}(f_n) = o$. Dans ces conditions la suite $g_n = \sum_{k=o}^{n} 2^{-k} f_k$ est uniformément équicontinue et la fonction

$$g = \lim_{n \to \infty} g_n$$

est uniformément continue et bornée. Comme $u_{\mathcal{F}}$ est continue sur les parties uniformément équicontinues, on a $u_{\mathcal{F}}(g) = o$, et il existe $t \in T$ tel que $g(t) = o$, ou encore $f_n(t) = u_{\mathcal{F}}(f_n)$, pour tout $n \in N$.

L'implication c) $\Longrightarrow$ b) est triviale.

Soit enfin $(A_n)_{n \in N}$ une suite d'éléments de $\mathcal{F}$, où $\mathcal{F}$ est *minimal;* pour tout $n \in N$ il existe un ensemble fini $F_n$ de fonctions $f \in \mathcal{U}(T)$ tel que

$$A_n \supset \bigcap_{f \in F_n} A_f.$$

La réunion des $F_n$ étant dénombrable, il existe d'après b) un $t \in T$ tel que, quel que soit $f \in \bigcup F_n$ on ait :

$$|f(t) - u_{\mathcal{F}}(f)| < 1 ,$$

et $t \in \bigcap A_n$.

2. ESPACES $\delta$-COMPLETS ET $\delta$-COMPLETION.- On dira qu'un espace uniforme T est $\delta$-complet si tout filtre de Cauchy satisfaisant à (ID) converge dans T. Il est évident qu'il suffit (et il faut) que tout filtre de Cauchy minimal satisfaisant à (ID) converge. Le théorème 1.4. conduit à désigner par $\delta T$ l'ensemble des $u \in \lambda T$ satisfaisant à l'une des conditions équivalentes b), c), d) ou e) du théorème 1.4. On munit $\delta T$ de la structure uniforme induite par $\lambda T$.

2.1. THEOREME.- *L'espace uniforme* $\delta T$ *est solution du problème universel de la* $\delta$*-complétion.*

Comme T est plongé dans $\delta T$ cela signifie que toute application uniformément continue de T dans un espace $\delta$-complet X se prolonge de façon unique à $\delta T$. Le résultat est conséquence immédiate de la stabilité de la condition (ID) par images directes.

Un espace T est $\delta$-complet ssi $T = \delta T$.

2.2. PROPOSITION.- *Soit* T *un espace uniforme tel que* $\mathcal{U}(T) = C(T)$; *alors* $\delta T = \lambda T$.

En effet, toute $u \in \lambda T$ est un caractère de $C(T)$, qui satisfait à la condition e) de 1.4.

Cette proposition donne immédiatement le théorème 1.5. de [M] .

On va maintenant caractériser les espaces T satisfaisant à $\delta T = \lambda T$, en termes de $G_\delta$-densité; ceci généralisera le fait que la replétion d'un espace complètement régulier T est le plus grand sous-espace de $\beta T$, dans lequel T soit $G_\delta$-dense.

On dit qu'une partie X d'un espace complètement régulier Y est $G_\delta$-fermée si pour tout $y \in Y-X$, il existe un $G_\delta$ de Y contenant y et ne rencontrant pas X; il revient au même de dire qu'il existe une fonction $f \in C(Y)$ nulle en y et différente de zéro en tout point $x \in X$. On appelle $G_\delta$-*adhérence* d'une partie $A \subset Y$ le plus petit sous-ensemble X de Y, $G_\delta$-fermé, qui contient A (Q-closure dans [AS]).

On dit que $X \subset Y$ est $G_\delta$-dense si tout $G_\delta$ non vide de Y rencontre X.

2.3. LEMME.- *La* $G_\delta$-*adhérence d'une partie* A *de* Y *est le plus grand sous-espace de* Y *dans lequel* A *soit* $G_\delta$-*dense.*

2.4. THEOREME.- *L'espace* $\delta T$ *est la* $G_\delta$-*adhérence de* T *dans* $\lambda T$.

En effet, T est $G_\delta$-dense dans $\delta T$, car si $u \in \bigcap U_n$, où les $U_n$ sont des ouverts de $\delta T$, chacun des $U_n \cap T$ appartient au filtre de Cauchy minimal sur T défini par u, et $T \cap \bigcap U_n \neq \emptyset$ .

D'autre part, si $v \notin \delta T$, il existe $f \in \mathcal{U}(T)$ tel que $v(f) \notin f(T)$; alors $g = f^\lambda - v(f)$ est telle que $g(v) = o$ et $g(t) \neq o$ pour $t \in T$.

2.5. COROLLAIRE.- *Pour tout espace uniforme* T, *on a* $\delta T = \lambda T$ *ssi* T *est* $G_\delta$-*dense dans* $\lambda T$.

2.6. COROLLAIRE.- *Pour tout espace uniforme* T, *on a* $\delta T = T$ *ssi* T *est* $G_\delta$-*fermé dans* $\lambda T$.

On sait par ailleurs qu'une partie $G_\delta$-fermée d'un espace replet est un espace replet. D'où :

2.7. PROPOSITION.- *Soit* T *un espace uniforme modéré; alors* $\delta T$ *est un espace replet.*

On rappelle que T est modéré (non mesurable) si toute partie d-discrète fermée de T a un cardinal modéré. La proposition est conséquence du théorème de Shirota.

REMARQUES et EXEMPLES : 1.- Soit T un espace complètement régulier; désignons par $T_\beta$ l'espace uniforme sur T défini par le compactifié de Stone-Cech $\beta T$. Alors $T_\beta = \nu T$.

2.- Soit T un espace métrique; il est évident que T est $\delta$-complet, donc $G_\delta$-fermé dans son complété.

3.- Soit T un espace localement compact, dénombrable à l'infini; pour la structure uniforme d'Alexandroff (moins fine structure uniforme compatible) il est $\delta$-complet.

4.- Si $\delta T \neq \lambda T$, on a $C(\delta T) \neq C(\lambda T)$.

3. LIAISON AVEC LE COMPACTIFIE DE SAMUEL.- Rappelons que si T est un espace uniforme(séparé), on désigne par $\sigma T$ l'espace uniforme (séparé) obtenu en plaçant sur l'ensemble T la structure uniforme initiale associée aux $f \in \mathcal{U}(T)$ Ainsi $\mathcal{U}(T) = \mathcal{U}(\sigma T)$ et $\mathcal{U}^\infty(T) = \mathcal{U}^\infty(\sigma T)$. Le complété de $\sigma T$ est l'ensemble $\lambda\sigma T$ des formes modulaires sur $\mathcal{U}(T)$, muni de la structure uniforme de convergence simple sur $\mathcal{U}(T)$. De même si $\underline{s}T$ désigne l'espace uniforme précompact défini par la structure uniforme initiale associée aux $f \in \mathcal{U}^\infty(T)$, le complété $\lambda\underline{s}T$ n'est autre que le *compactifié de Samuel* de T : on l'obtient comme ensemble des caractères de $\mathcal{U}^\infty(T)$, avec la structure uniforme de convergence simple sur $\mathcal{U}^\infty(T)$. On a les inclusions topologiques :

$$T \to \lambda T \to \lambda\sigma T \to \lambda\underline{s}T.$$

3.1. LEMME.- *Soit* $u \in \lambda\underline{s}T$, *tel que, pour toute* $f \in \mathcal{U}^\infty(T)$, $u(f) \in f(T)$. *Alors* u *est prolongeable en une forme modulaire* v *sur* $\mathcal{U}(T)$.

En effet, soit $f \in \mathcal{U}(T)$; la fonction $g = f/(1+|f|)^{-1}$ est uniformément continue et bornée, et prend même ses valeurs dans $]-1,+1[$ ; on a donc $-1<u(g)<+1$, et en posant :

$$v(f) = \frac{u(g)}{1-|u(g)|}$$

on définit une forme modulaire sur $\mathcal{U}(T)$.

3.2. PROPOSITION .- *On a :* $\delta\sigma T = \delta s T$, *topologiquement.*

C'est évident, compte tenu du lemme et de l'équivalence e)<—>d) du théorème 1.4.

On obtient ainsi le diagramme d'inclusions topologiques :

$$\begin{tikzcd}
T \arrow[r, hook] & \delta T \arrow[r, hook] & \lambda T & \\
& \delta\sigma T \arrow[u, hook] \arrow[r, hook] & \lambda\sigma T \arrow[u, hook] \arrow[r, hook] & \lambda s T
\end{tikzcd}$$

REMARQUE .- Le fait que $\delta\sigma T$ n'est pas en général égal à $\delta\lambda T$ est l'un des obstacles que l'on rencontre, si l'on veut généraliser à l'espace $\mathcal{U}_c(T)$ les théorèmes de Nachbin-Shirota et leurs améliorations récentes sur l'espace $C_c(T)$ -(cf. [$B_3$]).

4. COMMUTATION AU PRODUIT DU FONCTEUR $\delta$ .- La démonstration de l'égalité uniforme $\lambda(T\times X) = \lambda T\times\lambda X$ fournit immédiatement le résultat suivant :

4.1. PROPOSITION.- *Pour tous espaces uniformes séparés* T *et* X, *on a :*

$$\delta(T\times X) = \delta T\times\delta X.$$

BIBLIOGRAPHIE.

[AS] R.A.Alo-H.L.Shapiro, Z-realcompactifications and normal bases, J.Aust.Math.Soc. 9(1969) p.489-495.

[$B_1$] N.Bourbaki, Topologie Générale, ch.2, 4ème éd.Hermann, Paris 1965.

[$B_2$] H.Buchwalter, Topologies et Compactologies, Pub.Dép.Math. Lyon, 6 (1969), n°2, p.1-74.

[$B_3$] H.Buchwalter, Sur le théorème de Nachbin-Shirota, C.R.Acad.Sc.Paris, 273, série A, 1971, p.145

[$BP_1$] H.Buchwalter-R.Pupier, Une caractérisation topologique de la complétion universelle d'un espace complètement régulier,C.R. Acad.Sc.Paris, série A, t.268 (1969), p.1534-1536.

[$BP_2$] H.Buchwalter-R.Pupier, Complétion d'un espace uniforme et formes linéaires, C.R.Acad.Sc.Paris, série A, t.273 (1971), p.96-98.

[M] K.Morita, Topological completions and M-spaces, Sc.Rep.Tokyo Kyoiku Daigaku 10, n°271 (1970) p.271-288.

Manuscrit remis le 10 Mai 1972.

A.Deaibes
Département de Mathématiques
Université Claude Bernard
69100 VILLEURBANNE

R.Pupier
Département de Mathématiques
23, rue du Dr.P.Michelon
42100 SAINT-ETIENNE