PIERRE PAUL GRIVEL

Suite spectrale d'une fibration

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1976, tome 13, fascicule 3
, p. 27-36
<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1976__13_3_27_0>

Publication du
Département de
Mathématiques
Lyon 1976 t. 13-3

SUITE SPECTRALE D'UNE FIBRATION

par Pierre Paul GRIVEL

Introduction.

Dans cet exposé on se propose premièrement de montrer comment, à tout espace topologique X, on peut associer une algèbre différentielle graduée commutative $A^*(X)$ de formes différentielles de façon que la cohomologie de cette algèbre soit isomorphe à la cohomologie singulière rationnelle de X. De plus si $Y \subset X$ on a $A^*(X) \longrightarrow A^*(Y) \longrightarrow 0$. Cette construction est faite à partir du complexe singulier de X. L'idée de définir des formes différentielles sur des complexes simpliciaux se trouve déjà dans D. Sullivan ([4]). Une démonstration de ce résultat a aussi été donnée par R.G. Swan ([6]).

Dans la deuxième partie, on construit une suite spectrale pour une fibration, analogue à celle de Serre, mais en filtrant une algèbre de formes différentielles. L'idée essentielle de la construction est d'utiliser l'ensemble des bisimplexes d'une application. Cette notion avait été définie dans un très court papier de A. Dress ([2]) dont l'existence nous a été signalée par M. Zisman.

Remarquons que notre construction apporte une solution au double problème de R. Thom ([7]). De plus notre théorème de suite spectrale permet de donner des démonstrations simples des théorèmes de D. Sullivan ([5]). Nous terminons l'exposé en signalant très briévement deux telles applications.

Le détail de la construction et les démonstrations des théorèmes, ainsi que des généralisations et un plus grand nombre d'applications figureront dans la thèse de l'auteur.

0. Préliminaires.

0.1. Ord est la catégorie dont les objets sont les suites d'entiers $n = (0;1;\dots;n)$ et les flèches sont les applications croissantes $[p] \longrightarrow [q]$.

0.2. Un objet simplicial dans une catégorie $\underline{C}$ est un foncteur $X_\bullet : \underline{\mathrm{Ord}}^{o} \longrightarrow \underline{C}$.
On note $\underline{\Delta C}$ la catégorie des objets simpliciaux dans $\underline{C}$.

En particulier, pour tout entier $p \geqslant 0$, $\Delta[p]$ désigne l'ensemble simplicial (i.e. l'objet de $\underline{\Delta \text{ Ens}}$) dont la composante de dimension n est l'ensemble $\mathrm{Hom}_{\underline{\mathrm{Ord}}}([n];[p])$.

0.3. Pour la définition de la cohomologie d'un ensemble simplicial voir [1] .

0.4. Un <u>objet bisimplicial</u> dans une catégorie $\underline{C}$ est un foncteur $X_{\bullet\bullet} : \underline{\mathrm{Ord}}^o \times \underline{\mathrm{Ord}}^o \longrightarrow \underline{C}$.

On note $\underline{\Delta^2 C}$ la catégorie des objets bisimpliciaux de $\underline{C}$.

0.5. Soit $X_{\bullet\bullet}$ un ensemble bisimplicial.

Les applications $\partial_i : [n] \longrightarrow [n+1]$, $i = 0,\dots,n+1$, définies par

$$\partial_i(k) = \begin{cases} k & \text{si } k < i \\ k+1 & \text{si } k \geqslant i \end{cases}$$

, induisent des applications $d_i^{pq} : X_{pq} \longrightarrow X_{p-1,q}$, $0 \leqslant i \leqslant p$ et $d_j^{pq} : X_{pq} \longrightarrow X_{p,q-1}$, $0 \leqslant j \leqslant q$.

Soit $C_{pq}(X_{\bullet\bullet})$ le groupe abélien libre engendré par les simplexes de X_{pq} et posons $d_1 = \sum_{i=0}^{p} (-1)^i d_i^{pq}$, $d_2 = \sum_{j=0}^{q} (-1)^{j+p} d_j^{pq}$. On vérifie que $d_1 d_1 = d_2 d_2 = d_1 d_2 + d_2 d_1$.

Soit encore $C^{pq}(X_{\bullet\bullet};\mathbb{Q}) = \mathrm{Hom}\,(C_{pq}(X_{\bullet\bullet});\mathbb{Q})$ et notons δ_1 (resp δ_2) les applications duales de d_1 (resp d_2). Alors, par définition, $H^*(X_{\bullet\bullet};\mathbb{Q})$ est la cohomologie du complexe simple $C^*(X_{\bullet\bullet};\mathbb{Q})$ associé au complexe double $C^{**}(X_{\bullet\bullet};\mathbb{Q})$.

<u>1. Formes différentielles sur un ensemble simplicial.</u>

1.1. Soit $\Delta^p = \left\{ (t_o;\dots;t_p) \in \mathbb{R}^{p+1} \mid t_i \geqslant 0 \, , \; \sum_{i=0}^{p} t_i = 1 \right\}$ le p-simplexe géométrique standard.

Nous désignerons par $\Omega^*(\Delta^p)$ l'algèbre différentielle graduée des formes différentielles sur Δ^p dont les coefficients sont des polynômes sur $\mathbb{Q}$, autrement dit $\Omega^*(\Delta^p) = (\mathbb{Q}[t_o;\dots;t_p] \otimes \wedge(dt_o;\dots;dt_p))/J$ où J est l'idéal différentiel engendré par la relation $t_o + \dots + t_p = 1$.

Toute application croissante $\alpha : [p] \longrightarrow [q]$ induit un morphisme de DGA $\alpha^* : \Omega^*(\Delta^q) \longrightarrow \Omega^*(\Delta^p)$. On peut donc considérer l'algèbre différentielle graduée simpliciale $\Omega^*(\Delta^\bullet)$ dont la composante de dimension p est la DGA $\Omega^*(\Delta^p)$.

1.2. Une <u>forme différentielle de degré k</u> sur un ensemble simplicial $X_\bullet$ est une application simpliciale $\omega : X_\bullet \longrightarrow \Omega^k(\Delta^\bullet)$.

On pose $A^*(X_\bullet) = \mathrm{Hom}_{\underline{\Delta \mathrm{Ens}}}(X_\bullet ; \Omega^*(\Delta^\bullet))$.

$A^*(X_\bullet)$ est d'une façon évidente une $\mathbb{Q}$-DGA.

De plus A^* est un foncteur de $\underline{\Delta \mathrm{Ens}}^o$ dans <u>DGA</u>, tel que pour tout sous-ensemble simplicial $Y_\bullet \subset X_\bullet$ on a $A^*(X_\bullet) \longrightarrow A^*(Y_\bullet) \longrightarrow 0$.

1.3. On peut regarder $A^k(X_\bullet)$ comme une limite d'espaces vectoriels de dimension finie. En effet soit I une partie finie de l'ensemble des simplexes de $X_\bullet$ et notons $X_\bullet^I$ le sous-ensemble simplicial de $X_\bullet$ engendré par I. Il ne contient qu'un nombre fini de simplexes non-dégénérés et on a $X_\bullet = \varinjlim_I X_\bullet^I$.

Soit $\Omega_r^k(\Delta^p)$ l'espace vectoriel des k-formes différentielles sur Δ^p dont les coefficients sont des polynômes de degré $\leqslant r$ et posons $A_r^k(X_\bullet^I) = \mathrm{Hom}_{\underline{\Delta \mathrm{Ens}}}(X_\bullet^I ; \Omega_r^k(\Delta^\bullet))$.

Ainsi $A_r^k(X_\bullet^I) \subset \prod_{x_p \in I} \Omega_r^k(\Delta^p)$, donc $A_r^k(X_\bullet^I)$ est de dimension finie.

On a alors $A^k(X_\bullet) = \varprojlim_I \varinjlim_r A_r^k(X_\bullet^I)$.

1.4. <u>Théorème</u>: l'application $\gamma : A^*(X_\bullet) \longrightarrow C^*(X_\bullet ; \mathbb{Q})$ définie par $\gamma(\omega)(x) = \int_{\Delta^{\dim x}} \omega(x)$ induit un isomorphisme $H^*(A^*(X_\bullet)) \xrightarrow{\simeq} H^*(X_\bullet ; \mathbb{Q})$.

<u>2. Formes différentielles sur un ensemble bisimplicial.</u>

2.1. Soit $\Omega^*(\Delta^p \times \Delta^q)$ l'algèbre différentielle graduée des formes différentielles sur le produit $\Delta^p \times \Delta^q$. Comme on ne considère que des formes dont les coefficients sont des polynômes on a $\Omega^*(\Delta^p \times \Delta^q) = \Omega^*(\Delta^p) \otimes \Omega^*(\Delta^q)$.

Nous considérerons l'algèbre différentielle bigraduée bisimpliciale $\Omega^*(\Delta^\bullet) \otimes \Omega^*(\Delta^\bullet)$

dont la composante de bidimension (p,q) est $\Omega^*(\Delta^p) \otimes \Omega^*(\Delta^q)$.

2.2. Une formes différentielle de bidegré (h,k) sur un ensemble bisimplicial $X_{\bullet\bullet}$ est une application bisimpliciale $\omega : X_{\bullet\bullet} \longrightarrow \Omega^h(\Delta^\bullet) \otimes \Omega^k(\Delta^\bullet)$.

On pose $A^{**}(X_{\bullet\bullet}) = \mathrm{Hom}_{\underline{\Delta^2 \mathrm{Ens}}}(X_{\bullet\bullet} ; \Omega^*(\Delta^\bullet) \otimes \Omega^*(\Delta^\bullet))$.

$A^{**}(X_{\bullet\bullet})$ est d'une façon évidente un bicomplexe; on note $A^*(X_{\bullet\bullet})$ le complexe simple associé.

2.3. Théorème: l'application $\Psi : A^*(X_{\bullet\bullet}) \longrightarrow C^*(X_{\bullet\bullet} ; \mathbb{Q})$ définie par

$$\Psi(\omega)(x) = \int_{\Delta^p \times \Delta^q} \omega(x) \quad (\text{pour } x \in X_{pq}) \text{ induit un isomorphisme}$$

$H^*(A^*(X_{\bullet\bullet})) \xrightarrow{\simeq} H^*(X_{\bullet\bullet} ; \mathbb{Q})$.

2.4. Soient $X_\bullet$ et $Y_\bullet$ deux ensembles simpliciaux. D'après 1.3. on a $A^*(X_\bullet) = \varprojlim_I A^*(X_\bullet^I)$ (resp $A^*(Y_\bullet) = \varprojlim_J A^*(Y_\bullet^J)$) où I (resp J) est une partie finie de l'ensemble des simplexes de $X_\bullet$ (resp $Y_\bullet$) .

On définit le produit tensoriel complété de ces deux algèbres en posant

$$A^*(X_\bullet) \hat{\otimes} A^*(Y_\bullet) = \varprojlim_{I,J} (A^*(X_\bullet^I) \otimes A^*(Y_\bullet^J)).$$

D'autre part on peut considérer un produit $X_\bullet \times Y_\bullet$, dans la catégorie des ensembles bisimpliciaux; la composante de bidimension (p,q) de $X_\bullet \times Y_\bullet$ est l'ensemble $X_p \times Y_q$.

Théorème: $A^*(X_\bullet \times Y_\bullet) = A^*(X_\bullet) \hat{\otimes} A^*(Y_\bullet)$

Corollaire: l'application diagonale $X_\bullet \longrightarrow X_\bullet \times X_\bullet$ induit un morphisme d'algèbre $A^*(X_\bullet) \hat{\otimes} A^*(X_\bullet) \longrightarrow A^*(X_\bullet)$.

2.5. Remarque: le fait de regarder $A^*(X_\bullet)$ comme une limite d'espaces vectoriels de dimension finie met sur $A^*(X_\bullet)$ une structure supplémentaire qui permet de définir un notion de formes linéaires continues sur $A^*(X_\bullet)$.

Considérons $\mathbb{Q}$ avec la topologie discrète et notons $A^*_r(X_\bullet^I)'$ le dual de l'espace vectoriel de dimension finie $A^*_r(X_\bullet^I)$.

On pose $C_*(X_\bullet) = \varinjlim_I \varprojlim_r A^*_r(X_\bullet^I)'$.

Un élément de $C_*(X_\bullet)$ est <u>un courant à support compact sur l'ensemble simplicial $X_\bullet$</u> .

On notera que $C_*(X_\bullet)$ est un quotient de $\bigoplus_{x_p \in X_\bullet} \Omega^*(\Delta^p)'$.

En dualisant le corollaire précédent on obtient unmorphisme $C_*(X_\bullet) \longrightarrow C_*(X_\bullet) \hat{\otimes} C_*(X_\bullet)$ qui permet de considérer sur $C_*(X_\bullet)$ une structure de coalgèbre.

D'autre part en munissant $C_*(X_\bullet)$ de la topologie limite directe de la topologie limite inverse de la topologie discrète de $A^*_r(X_\bullet^I)'$, on peut définir le dual $C_*(X_\bullet)'$ de $C_*(X_\bullet)$ et montrer que $C_*(X_\bullet)' = A^*(X_\bullet)$.

3. <u>La suite spectrale d'une fibration.</u>

3.1. Soit $f_\bullet : E_\bullet \longrightarrow B_\bullet$ une application simpliciale surjective.

On introduit la notion de bisimplexe de $f_\bullet$ ([2]).

Un <u>(p,q)-simplexe de $f_\bullet$</u> est un couple $(w_{pq};u_p)$ d'applications simpliciales telles que le diagramme suivant soit commutatif

$$\begin{tikzcd} \Delta[p] \times \Delta[q] \arrow[r, "w_{pq}"] \arrow[d, "pr"'] & E_\bullet \arrow[d, "f_\bullet"] \\ \Delta[p] \arrow[r, "u_p"'] & B_\bullet \end{tikzcd}$$

Notons $S_{pq}(f_\bullet)$ l'ensemble des (p,q)-simplexes de $f_\bullet$; on définit ainsi un ensemble bisimplicial $S_{\bullet\bullet}(f_\bullet)$ et on considère l'algèbre $A^*(f_\bullet)$ des formes différentielles sur $S_{\bullet\bullet}(f_\bullet)$.

3.2. On a un isomorphisme canonique $S_{\bullet 0}(f_\bullet) = E_\bullet$.

Remarquons qu'àtout ensemble simplicial $X_\bullet$ est associé un ensemble bisimplicial $pX_\bullet$;

la composante de bidimension (p,q) de pX. est l'ensemble X_p pour tout q .

On a alors deux applications bisimpliciales

$$E_\bullet \xrightarrow{a} S_{\bullet\bullet}(f_\bullet)$$
$$v_p \longmapsto (v_p o(id x \varepsilon); f o v_p)$$

où $\varepsilon : \Delta[q] \longrightarrow \Delta[0]$.

$$S_{\bullet\bullet}(f_\bullet) \xrightarrow{p} B_\bullet$$
$$(w_{pq}; u_p) \longmapsto u_p$$

Ces applications induisent des morphismes d'algèbre qui vérifient $a^* \circ p^* = f^*$.

De plus p^* fait de $A^*(f_\bullet)$ une $A^*(B_\bullet)$- algèbre différentielle.

3.3. <u>Théorème</u>: le morphisme $\mathcal{a}^*$ induit un isomorphisme $H^*(A^*(E_\bullet)) \xleftarrow{\simeq} H^*(A^*(f_\bullet))$

3.4. On filtre l'algèbre $A^*(B_\bullet)$ par le degré des formes.

Un élément $\omega \in A^n(f_\bullet)$ est de filtration k si pour tout bisimplexe $(w_{pq}; u_p)$ on a

$$\omega(w_{pq}; u_p) \in \bigoplus_{\substack{r+s=n \\ r \geqslant k}} \Omega^r(\Delta^p) \otimes \Omega^s(\Delta^q) .$$

Enfin les éléments de filtration k de $A^*(E_\bullet)$ sont ceux de l'idéal engendré par l'im par f^* des éléments de filtration k de $A^*(B_\bullet)$.

Les morphismes p^* , f^* , $\mathcal{a}^*$ préservent ces filtrations.

3.5. La filtration de $A^*(f_\bullet)$ conduit à une suite spectrale; on a

$$E_0^{r,s} = A^{r,s}(f_\bullet) \subset \prod_{(w_{pq}; u_p) \in S_{\bullet\bullet}(f_\bullet)} \Omega^r(\Delta^p) \otimes \Omega^s(\Delta^q)$$

Regardons $B_\bullet$ comme une catégorie et considérons le foncteur $F_\bullet : B_\bullet \longrightarrow \underline{\Delta\ \mathrm{Ens}}$ défini par $F_q(u_p) = \{ w_{pq} \mid (w_{pq}; u_p) \in S_{pq}(f_\bullet) \}$.

On peut alors écrire

$$E_0^{r,s} \subset \prod_{u_p \in B_\bullet} \prod_{w_{pq} \in F_\bullet(u_p)} (\Omega^r(\Delta^p) \otimes \Omega^s(\Delta^q)) = \prod_{u_p \in B_\bullet} (\Omega^r(\Delta^p) \hat{\otimes} \prod_{w_{pq} \in F_\bullet(u_p)} \Omega^s(\Delta^q))$$

3.6. Considérons maintenant le foncteur différentiel $\mathcal{F}^{*,\bullet} = A^* \circ F_\bullet : B_\bullet \longrightarrow \underline{\mathrm{DGA}}$, la différentielle $d : \mathcal{F}^{r,\bullet} \longrightarrow \mathcal{F}^{r+1,\bullet}$ provenant de la différentielle de A^*.
On peut alors considérer les foncteurs dérivés de $\mathcal{F}^{*,\bullet}$; ce sont les foncteurs sur $B_\bullet$ définis par $H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet})(u_p) = H^s(A^*(F_\bullet(u_p)))$.

3.7. Une <u>forme différentielle sur $B_\bullet$ à valeur dans $\mathcal{F}^{*,\bullet}$</u> consiste à attacher à chaque simplexe $u_p \in B_\bullet$ un élément de $\Omega^*(\Delta^p) \hat{\otimes} \mathcal{F}^{*,\bullet}(u_p) = \varprojlim_I (\Omega^*(\Delta^p) \otimes A^*(F_\bullet^I(u_p)))$ de façon que le diagramme suivant commute pour tout morphisme $\alpha : [p] \longrightarrow [q]$ dans <u>Ord</u>

$$\begin{tikzcd} \Omega^*(\Delta^p) \hat{\otimes} \mathcal{F}^{*,\bullet}(u_p) \arrow[r, "\mathrm{id} \hat{\otimes} \mathcal{F}^{*,\bullet}(\alpha)"] & \Omega^*(\Delta^p) \hat{\otimes} \mathcal{F}^{*,\bullet}(u_q) \\ & \Omega^*(\Delta^q) \hat{\otimes} \mathcal{F}^{*,\bullet}(u_q) \arrow[u, "\alpha^* \hat{\otimes} \mathrm{id}"'] \end{tikzcd}$$

On note $A^*(B_\bullet; \mathcal{F}^{*,\bullet})$ l'algèbre de ces formes sur laquelle on définit deux différentielles

$$d \hat{\otimes} 1 \ : \ A^r(B_\bullet; \mathcal{F}^{s,\bullet}) \longrightarrow A^{r+1}(B_\bullet; \mathcal{F}^{s,\bullet})$$
$$1 \hat{\otimes} d \ : \ A^r(B_\bullet; \mathcal{F}^{s,\bullet}) \longrightarrow A^r(B_\bullet; \mathcal{F}^{s+1,\bullet})$$

On vérifie alors que $E_0^{r,s} = A^r(B_\bullet; \mathcal{F}^{s,\bullet})$.

3.8. La différentielle d_0 de la suite spectrale est la différentielle $1 \hat{\otimes} d$.

On montre que la suite

$$A^r(B_\bullet; \mathcal{F}^{s-1,\bullet}) \longrightarrow A^r(B_\bullet; \mathcal{Z}^{s,\bullet}) \longrightarrow A^r(B_\bullet; H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet})) \longrightarrow 0$$

est exacte.

On en déduit alors que $E_1^{r,s} = A^r(B_\bullet;H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet}))$.

3.9. La différentielle d_1 de la suite spectrale est la différentielle $d \hat{\otimes} 1$; on a donc $E_2^{r,s} = H^r(B_\bullet;H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet}))$.

3.10. <u>Théorème</u>: la suite spectrale associée à la filtration de l'algèbre $A^*(f_\bullet)$ converge vers $H^*(A^*(E_\bullet))$ et on a

$E_0^{r,s} = A^r(B_\bullet;\mathcal{F}^{s,\bullet})$ $E_1^{r,s} = A^r(B_\bullet;H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet}))$ $E_2^{r,s} = H^r(B_\bullet;H^s(\mathcal{F}^{*,\bullet}))$

Si $f_\bullet : E_\bullet \longrightarrow B_\bullet$ est une fibration de Kan ([3]) alors $H^*(\mathcal{F}^{*,\bullet})$ est un système de coefficients localement trivial.

Si de plus $B_\bullet$ est 1-connexe et si $F_\bullet$ est la fibre de $f_\bullet$ alors $H^*(\mathcal{F}^{*,\bullet})$ est trivial et on a $E_2^{r,s} = H^r(B_\bullet) \hat{\otimes} H^s(F_\bullet)$.

Tous ces résultats sont naturels par rapport aux morphismes de changement de base.

4. Applications.

4.1. La plupart des applications de ce théorème sont du type suivant.

Soit $E \xrightarrow{f} B$ une fibration de fibre F dont la base est 1-connexe (pour simplifier on suppose aussi que la fibre ou la base ont une cohomologie de dimension finie en chaque degré).

Soit $\mathcal{A}$ une algèbre différentielle.

Désignons par $A^*(B)$ l'algèbre $A^*(S(B))$ où $S : \underline{\text{Top}} \longrightarrow \underline{\Delta\text{Ens}}$ est le foncteur singulier.

Considérons une algèbre $A^*(B) \otimes_\tau \mathcal{A}$ munie d'une différentielle d qui en fait une $A^*(B)$-algèbre différentielle et qui vérifie la condition

$d(b \otimes a) = db \otimes a + b \otimes da + \sum b_i \otimes a_i$ avec degré$b_i \geq 2$.

On filtre cette algèbre en convenant qu'un élément de $A^*(B) \otimes_\tau \mathcal{A}$ est de filtration k s'il appartient à l'idéal engendré par les éléments de la forme $b \otimes 1$ avec $\deg b \geq k$.

La suite spectrale associée à cette filtration converge vers $H^*(A^*(B) \otimes_\tau \mathcal{A})$ et on a $E_2 = H^*(A^*(B)) \otimes H^*(\mathcal{A})$.

Supposons que l'on a construit un morphisme

$$\Phi : A^*(B) \otimes_\tau \mathcal{A} \longrightarrow A^*(E)$$

de $A^*(B)$-algèbre différentielle.

Dans ces conditions Φ envoie la suite spectrale de $A^*(B) \otimes_\tau \mathcal{A}$ dans celle de $A^*(f)$.

4.2. Supposons que Φ induise un isomorphisme en cohomologie; donc Φ induit un isomorphisme sur les aboutissements des suites spectrales et sur la cohomologie des bases. Alors, par un théorème de comparaison, Φ induit un isomorphisme sur la cohomologie des fibres.

Cette situation se rencontre par exemple quand on étudie le modèle de l'espace des sections d'un fibré ([8]).

4.3. Pour donner une autre application supposons que Φ induise un isomorphisme sur la cohomologie des bases et sur celle des fibres. Alors par un théorème de comparaison on en déduit que Φ induit un isomorphisme sur la cohomologie de l'espace total.

Cette situation se rencontre par exemple quand on étudie la cohomologie de la réalisation spatiale d'une algèbre minimale ([5]).

REFERENCES.

[1] K. LAMOTKE, *Semisimpliziale algebraische topologie* (Springer).

[2] A. DRESS, Zur Spectralsequenz von Faserungen , *Inventiones math.*, *3*, *1967*.

[3] P. GABRIEL et M. ZISMAN, *Calculus of fractions and homotopy theory* (Springer).

[4] D. SULLIVAN, Differential forms and the Topology of Manifolds (Maniflods, Tokyo 1973).

[5] D. SULLIVAN, Infinitesimal Computations, in *Topology* (à paraître).

[6] R.G. SWAN, Thom's theory of differential forms on simplicial sets (*Topology*, Vol. 14, 1975).

[7] R. THOM, Opérations en cohomologie réelle (*Séminaire Cartan*, 7-ème année, p. 54-55).

[8] A. HAEFLIGER, Un modèle pour l'espace des sections d'un fibré, (*Séminaire sur les formes différentielles sur les ensembles simpliciaux, 3-ème cycle romand de math.* p. 74-75).