

H. LEPTIN

**Bounds for Twisted Convolution Operators**

*Publications du Département de Mathématiques de Lyon*, 1982, fascicule 4B  
« Journées d'analyse harmonique », , p. 1

[http://www.numdam.org/item?id=PDML\\_1982\\_\\_4B\\_A13\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PDML_1982__4B_A13_0)

© Université de Lyon, 1982, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## BOUNDS FOR TWISTED CONVOLUTION OPERATORS

by H. LEPTIN

(Universität de Bielefeld)

Twisted convolution on a locally compact group  $G$  is defined by means of a  $T$ -valued 2-cocycle  $c$  : For appropriate functions (or distributions, if  $G$  is Lie)  $f$  and  $g$  on  $G$  the twisted product is given by

$$f \star_c g (x) = \int f(xy)g(y^{-1})c(xy, y^{-1})dy .$$

If  $G$  is a connected Lie group,  $T$  a distribution with compact support and  $g \in \mathcal{D}(G)$ , then  $T_c : g \mapsto T \star_c g$  is a linear operator on  $\mathcal{D}(G)$ .  $T_c$  is densely defined on  $L^p(G)$ . Let  $\|T_c\|_p$  be its (possibly infinite)  $L_p$ -operator-norm and let  $e$  be the trivial cocycle on  $G$ , so that  $T_e$  is the ordinary convolution operator. Theorem :  $\|T_c\|_p$  is finite if and only if  $\|T_e\|_p$  is finite. -- In the special case  $G = \mathbb{C}^n$ ,  $c$  the Weyl cocycle, this was proved by M. Cowling (Rend. Circ. Mat. Palermo Ser. II, num. 1, 1981). Problem : How do the norms  $\|T_c\|_p$  depend on the compact support of  $T$  ?

Let  $c_k(u,v) = \exp(2\pi i k \operatorname{Im}(u|v))$  be the  $k^{\text{th}}$  power of the Weyl cocycle on  $\mathbb{C}^n$ , with  $(u|v)$  the Hilbert-inner-product on  $\mathbb{C}^n$  on define

$$\mu_k^p(K) = \inf(\|T_c\|_p / \|T_e\|_p)$$

the infimum taken over all  $T$  with support in the compact set  $K$ . Sharp estimates are given for these functions  $\mu_k^p$ , in particular for  $B(t) = \{z \in \mathbb{C}^n ; |z| \leq t\}$  we show  $\mu_k^p(B(t)) \sim (|k|t)^{rn}$  with  $r = \min\{\frac{1}{p}, 1 - \frac{1}{p}\}$ .

(Joined work with Detlef Müller).

\*\*\*\*\*