

P. DAZORD

Erratum fascicule 3/B - année 1983 - Séminaire de Géométrie

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1984, fascicule 3B
« Séminaire de géométrie », , p. 1-3

http://www.numdam.org/item?id=PDML_1984__3B_A7_0

© Université de Lyon, 1984, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications du Département de mathématiques de Lyon » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ERRATUM

Fascicule 3/B - année 1983 - Séminaire de Géométrie

Feuilletages et Mécanique hamiltonienne

par P. DAZORD

Dans les théorèmes 3.1 et 3.2 (Théorème des variables actions angles) on ne peut assurer que le symplectomorphisme construit est réduit à l'identité sur la feuille F (resp. T^k) du feuilletage coïsoptrope \mathcal{V} (resp. lagrangien \mathcal{L}) de (M, σ) resp. $(T^*T^k, d\lambda)$. En effet la structure affine de T^k déduite de \mathcal{L} dans T^*T^k dépend du jet du 1^o ordre du feuilletage. Concrètement le feuilletage étant sans holonomie la structure affine s'obtient par transport parallèle à partir de la connexion plate canonique de T^k déduite de la connexion de Bott de \mathcal{L} . Deux feuilletages lagrangiens de T^*T^k ayant T^k comme feuille définiront donc la même structure affine de T^k si et seulement si leurs jets du 1^o ordre le long de T^k coïncident.

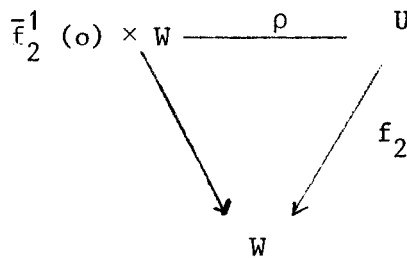
Les théorèmes 3.1 et 3.2 sont exacts si l'on supprime dans le théorème 3.1 "induisant l'identité sur F " et dans le théorème 3.2 "dont la restriction à T^k est l'identité". Dans la démonstration du théorème 3.2 on supprimera la partie du texte "Par construction démonstration".

Enfin on donne ci-dessous une version améliorée de la démonstration du théorème 3.1.

DEMONSTRATION DU THEOREME 3.2. p. 19.

F étant compacte sans holonomie il existe un voisinage U saturé de F trivialement fibré sur un ouvert U_0 de \mathbb{R}^{2n-k} où $\dim F = k$, à fibres les feuilles de \mathcal{F} . U_0 est canoniquement munie d'une structure de Poisson régulière et donc difféomorphe comme variété de Poisson au produit d'un ouvert de \mathbb{R}^{2n-2k} , W muni de la structure symplectique canonique par un voisinage ouvert A de 0 dans \mathbb{R}^k muni de la structure triviale.

On note $(w^\alpha, w^{\alpha*})$ les coordonnées de \mathbb{R}^{2n-2k} , f la projection de U sur U_0 identifié à $A \times W$, (f_1, f_2) les composantes de f . $\frac{\partial}{\partial w^\alpha}$ (resp. $\frac{\partial}{\partial w^{\alpha*}}$) est le champ de hamiltonien $w^{\alpha*}$ (resp. w^α). Soit y_α (resp. $y_{\alpha*}$) le hamiltonien de $f^*w^{\alpha*}$ (resp. f^*w^α). Comme f est un morphisme de Poisson $[f^*w^{\alpha*}, f^*p_i^1] = 0$ où p_i^1 désigne les coordonnées canoniques dans $A \subset \mathbb{R}^k$. Ceci entraîne que $[Y_\alpha, X_i] = 0 = [Y_{\alpha*}, Y_i]$ où X_i est le hamiltonien de $f^*p_i^1$. Il en résulte que les champs $Y_\alpha, Y_{\alpha*}$ sont des automorphismes infinitésimaux de \mathcal{F} . Soit φ_w^α (resp. $\varphi_w^{\alpha*}$) le flot de Y_α (resp. $Y_{\alpha*}$). Pour tout $y \in \bar{f}_2^{-1}(0)$ on pose $\rho(y, w) = \varphi_w^{n-k*} \circ \dots \circ \varphi_w^{1*} \circ \varphi_w^{n-k} \circ \dots \circ \varphi_w^1(y)$ ce qui a un sens F étant compacte si U est assez petit, $\bar{f}_2^{-1}(0)$ est une sous-variété symplectique de (M, σ) . Les champs $(Y_\alpha, Y_{\alpha*})$ sont transverses à $\bar{f}_2^{-1}(0)$, Comme $d\rho$ est de rang maximum sur $\bar{f}_2^{-1}(0)$, on peut assurer en restreignant au besoin U que ρ est un difféomorphisme de $\bar{f}_2^{-1}(0) \times W$ sur U . Comme f est un morphisme de Poisson, $\bar{f}_2^{-1}Y = \frac{\partial}{\partial w^\alpha}$, $\bar{f}_2^{-1}Y^* = \frac{\partial}{\partial w^{\alpha*}}$ ce qui entraîne que le diagramme suivant est commutatif :



$\Phi_W = y \rightarrow \rho(y, w)$ est donc un symplectoisomorphisme de $\bar{f}_2^{-1}(0)$ sur $\bar{f}_2^{-1}(w)$ qui envoie $\mathcal{F}|_{\bar{f}_2^{-1}(0)}$ sur $\mathcal{F}|_{\bar{f}_2^{-1}(w)}$ car Φ_w est composé d'automorphismes de \mathcal{F} . Donc $\bar{\rho}^1 \mathcal{F} = (\mathcal{L} \times w)$ où $\mathcal{L} = \mathcal{F}|_{\bar{f}_2^{-1}(0)}$ est un feuilletage lagrangien de $\bar{f}_2^{-1}(0)$ ayant F comme feuille compacte sans holonomie. Soit $\tilde{\rho}_1$ le difféomorphisme de T^*T^k sur $\bar{f}_2^{-1}(0)$ transformant en \mathcal{L} un feuilletage constant et ρ_1 le difféomorphisme produit par l'identité de W de $T^*T^k \times W$ sur $\bar{f}_2^{-1}(0) \times W$. Soit $\rho_2 = \rho \circ \rho_1 \cdot \rho_2^* \sigma$ est une 2-forme symplectique qui induit sur $T^*T^k \times w$ la 2-forme canonique de T^*T^k $dp_i^1 \wedge dq^i$. D'autre part si $dp_i^1 = 0$ $u=1, \dots, k$, $\rho_2^* \sigma$ induit sur $F \times (p_i^1) \times W$ feuille de $\bar{\rho}_2^{-1} \mathcal{V}$ une 2-forme symplectique réductible à $d\omega^{\alpha*} \wedge d\omega^\alpha$. Donc

$$\rho_2^* \sigma = dp_i^1 \wedge dq^i + u \frac{i}{\bar{\alpha}} dp_i^1 \wedge d\omega^{\bar{\alpha}} + d\omega^{\alpha*} \wedge d\omega^\alpha$$

où $\bar{\alpha}$ prend des valeurs entre 1 et $2(n-k)$.

On peut donc écrire

$$\rho_2^* \sigma = dp_i \wedge d(q^i + u \frac{i}{\alpha} W^{\bar{\alpha}}) .$$

Soit $\rho_3 : T^*T^k \times W \longrightarrow T^*T^k \times W$ définie par

$$\rho_3(q^i, p_i, w^{\bar{\alpha}}) = (q^i + u \frac{i}{\alpha} w^{\bar{\alpha}}, p_i, w^{\bar{\alpha}}) = (Q^i, p_i, w^{\bar{\alpha}})$$

$$(\rho_2 \circ \rho_3)^* \sigma = dp_i \wedge dQ^i + dW^{\alpha*} \wedge dW^{\alpha} .$$

si on pose $\bar{\psi}^1 = \rho \circ \rho_1 \circ \rho_2 \circ \rho_3$ ψ est un symplectoisomorphisme sur $(T^*T^k \times W,)$

muni de la structure symplectique produit de (U, σ) qui transforme \mathcal{V} en $(T^k \times p \times W)_p$

et \mathcal{F} en le feuilletage $(T^k \times p \times w)_{(p, w)}$.

C.Q.F.D.
