N. DESOLNEUX-MOULIS

Linéarisation de certaines structures de Poisson de classe C^∞

Publications du Département de Mathématiques de Lyon, 1986, fascicule 4B
« Séminaire de géométrie », , p. 55-68
<http://www.numdam.org/item?id=PDML_1986___4B_55_0>

LINEARISATION DE CERTAINES STRUCTURES DE POISSON DE CLASSE C^{∞}

N. DESOLNEUX-MOULIS

O. INTRODUCTION

Dans cet article, nous exposons une nouvelle présentation du résultat dû à J. Conn [1] et [2] qui donne une forme normale C^{∞} pour les structures de Poisson singulières en un point, dans le cas où l'algèbre de Lie, associée est semi-simple compacte.

Dans sa démonstration [2] , J. Conn utilise les résultats démontrés par A. Weinstein dans le cas formel [9] , et par lui-même dans cas analytique [1]. Nous donnons ici une démonstration directe, utilisant un théorème de fonctions implicites de R.S. Hamilton [5] , et les mêmes "estimés" que J. Conn. Nous nous attacherons à présenter la structure de la démonstration ; la preuve des inégalités fondamentales (Proposition 4) est la même que dans [2] et ne sera pas reproduite.

**

I. POSITION DU PROBLEME ET NOTATIONS

Suivant A. Weinstein [9] et A. Lichenrowicz [7] nous définissons une structure de Poisson sur un ouvert Ω de $\mathbb{R}^n$ comme un champ P de 2 tenseurs contravariants antisymétriques vérifiant l'équation $[[P,P]] =$ où $[[.,.]]$ est le crochet de Schouten.

Soit, dans un système de coordonnées :

$$\begin{cases} P(x) = P_{ij}(x) \quad \text{où} \quad (i) \quad P_{ij} = -P_{ji} \quad \text{et} \\ (ii) \quad \sum_{\ell=1}^{n} \{P_{\ell j} \dfrac{\partial P_{ik}}{\partial x_\ell} + P_{\ell i} \dfrac{\partial P_{\ell j}}{\partial x_\ell} + P_{\ell k} \dfrac{\partial P_{ji}}{\partial x_\ell}\} = 0. \end{cases}$$

Avec ces notations, le crochet de Poisson de 2 fonctions f et g de classe C^∞ sur Ω défini par P s'écrit :

$$\{f,g\}_P = \sum_{i;j} P_{ij} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} .$$

DEFINITION 1

La structure de Poisson (P) est dite linéaire si le tenseur de Poisson P est linéaire ; c'est-à-dire dans un système de coordonnées

$$P_{ij}(x) = \sum_k C^k_{ij} \; x_k$$

où les C^k_{ij} sont des constantes.

Les conditions (i) et (ii) sur P impliquent que les C^k_{ij} sont les constantes de structures d'une algèbre de Lie. On dit alors que la structure est de "Lie-Poisson".

Dans cet exposé nous étudions les structures de Poisson sur un ouvert Ω de $\mathbb{R}^n$ contenant 0 telle que P(0) = 0. L'intérêt de ces structures est montré par le "splitting theorem" d'A. Weinstein ([9] p. 530).

PROPOSITION ET DEFINITION 2.

Soit (P) *une structure de Poisson de classe* C^∞ *sur* Ω *telle que* $P(0) = 0$.
Posons $C_{ij}^k = \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_k}(0)$. *Alors les* C_{ij}^k *sont les constantes de structure d'une algèbre de Lie* $\underline{g}$ *de dimension* n *et définissent une structure de Lie Poisson* (P^o) *sur* $\mathbb{R}^n$. *On appelle* (P^o) *"la structure linéarisée de P en 0".*

La démonstration de cette proposition est immédiate, il suffit d'écrire le déve loppement de Taylor de P au voisinage de 0 et de vérifier que les termes d'ordre 1 du crochet de Schouten sont nuls.

DEFINITION 3 : IMAGE RECIPROQUE D'UNE STRUCTURE DE POISSON

Soit φ *une application de classe* C^∞ *d'un ouvert* U *de* $\mathbb{R}^n$ *sur* $\varphi(U)$.
Soit P *une structure de Poisson sur* $\varphi(U)$ *l'image réciproque par* φ *de* P *est une structure* P_1 *telle que :*

$$\{f,g\}_P = \{f \circ \varphi,\ g \circ \varphi\}_{P_1}$$

Si φ *est un difféomorphisme,* P_1 *est définie de manière unique.*
On notera $P_1 = \varphi^* P$
Dans un système de coordonnées, si on pose

$$\varphi(x) = y \qquad y_i = \varphi_i(x_1,\dots,x_n)$$
$$x_i = \psi_i(y_1,\dots,y_n)$$

$$\begin{aligned}(P_1)_{ij}(x) &= \{\psi_i(y_1,\dots,y_n)\ ,\ \psi_j(y_1,\dots,y_n)\}_P \\ &= \sum_{k,\ell} \frac{\partial \psi_i}{\partial y_k} \frac{\partial \psi_j}{\partial y_\ell} P_{k\ell}(y)\end{aligned}$$

Nous sommes maintenant en mesure d'énoncer le théorème de J. Conn [2].

THEOREME 1 . *Soit* P *une structure de Poisson de classe* C^∞ *sur un ouvert* Ω *de* $\mathbb{R}^n$ *contenant* 0 *telle que* $P(0) = 0$. *On suppose que l'algèbre de Lie* $\underline{g}$ *de la structure linéarisée* P^o *en* 0 *est semi-simple compacte. Alors il existe* U *un voisinage de* 0 *dans* Ω, *il existe* φ *un difféomorphisme de classe* C^∞ *de* U *sur* $\varphi(U)$ *tel que* $\varphi(0) = 0$, $D\varphi(o) = Id$ *et* $\varphi^*(P) = P^o$.

Le théorème 1 résultera immédiatement du théorème 1-Bis :

THEOREME 1-Bis : *Soit* $B(0,r)$ *la boule ouverte de centre* 0 *et de rayon* r *contenant* 0 , $\bar{B}(0,r)$ *la boule fermée et soit* P^o *une structure de Poisson linéaire dont l'algèbre de Lie associée* $\underline{g}$ *est semi-simple compacte. Il existe* $\varepsilon > 0$ *tel que, pour toute structure de Poisson* P *définie sur* $B(0,2r)$ *vérifiant les 3 conditions suivantes :*

i) $P(0) = 0$

ii) la structure linéarisée de P *en* 0 *est* P^o .

iii) $\displaystyle\sup_{x\in \bar{B}(o,r)} |P_{ij}(x) - P^o_{ij}(x)| + \sup_{x \in \bar{B}(o,r)} |DP_{ij}(x) - P^o_{ij}(x)| < \varepsilon$.

Il existe φ un difféomorphisme de classe C^∞ de $\mathbb{R}^n$ tel que $\varphi(0) = 0$, $\varphi(x) = x$ si $|x| > 2$ $D\varphi(0) = Id$, $\varphi^* P = P_o$ sur $B(0,1)$.

Le théorème 1 se déduit du théorème 1-Bis suivant la méthode standard.

Supposons qu'une structure P vérifie les hypothèses du théorème 1 ; soit r tel que $B(0,2r)$ soit contenu dans Ω et tel que :

$$\sup_{x \in\bar{B}(0,r)} |P_{ij}(x) - P^o_{ij}(x)| + \sup_{x \in \bar{B}(0,r)} | DP_{ij}((x) - DP^o_{ij}(x) | .$$

Posons $P_r(x) = \frac{1}{r} P(rx)$.

La structure P_r est définie sur $B(0,r)$ et vérifie les hypothèses du théorème 1-Bis, nous en déduisons un difféomorphisme φ .

On pose $\varphi_r(x) = r\,\varphi(\frac{x}{r})$, φ_r est le difféomorphisme cherché.

II. ESPACES FONCTIONNELS ASSOCIES AU PROBLEME.

Dans ce paragraphe nous définissons les espaces et les fonctionnelles auxquelles nous appliquerons le théorème de Hamilton.

Dans toute la suite nous noterons

Ω = boule ouverte de centre 0 et de ragyon 2 de $\mathbb{R}^n$

Ω_1 = Boule ouverte de centre 0 et de rayon 1 de $\mathbb{R}^n$

V : espace des fonctions f de classe C sur $\mathbb{R}^n$ vérifiant $f(0) = 0$, $Df(0) = 0$, f nulle en dehors de Ω.

V_1 : espace des fonctions de classe C^∞ sur Ω, vérifiant $f(0) = 0$, $Df(0) = 0$.

Il existe deux opérateurs "naturels" :

$V_1 \xrightarrow{e} V$ opérateur d'extension construit selon la méthode de Seeley [8] explicité dans [3].

$V \xrightarrow{r} V_1$ opérateur de restriction.

Sur V_1 nous mettons la topologie de bon espace de Fréchet ("tame Frechet Space") définie par la famille de norme

$$|f|_k = \sup_{x \in \overline{\Omega}_1} |D^k f(x)|$$

Soit $\mathfrak{X}$ l'ensemble de champs de vecteurs X de classe C^∞ sur $\mathbb{R}^n$ vérifiant $( ) = 0$ si $x = 0$ ou $|x| \geqslant 2$.

Soit D_o la composante connexe de l'identité dans l'ensemble des difféomorphismes de classe C^∞ de $\mathbb{R}^n$ vérifiant $\varphi(0) = 0$ et $\varphi(x) = x$ si $|x| \geqslant 2$ et $D\varphi(0) = \mathrm{Id}$.

Les espaces $\mathfrak{X}$ et D_o sont munis de la structure de "bon espace de Frechet" déduite de celle de V .

Soit $\mathscr{A}^2$ l'espace des champs de bivecteurs de classe C^∞ sur $\bar{\Omega}_1$ s'annulant en 0 et tangents en 0 à P^o

Soit $\mathscr{P}$ l'ensemble des structures de Poisson de classe C^∞ sur $\bar{\Omega}_1$ s'annulant en 0 et dont la structure tangente en 0 est P^o.

Soit $\mathscr{A}_3$ l'espace des champs de 3-tenseurs contravariants alternés sur $\bar{\Omega}_1$.

Les espaces $\mathscr{A}^2$, $\mathscr{P}$, $\mathscr{A}^3$ sont munis de la structure d'espace de Fréchet déduite de celle de V_1 par produit tensoriel.

Le théorème 1-Bis se déduit immédiatement du théorème 1-ter.

<u>THEOREME 1-TER</u> : *Il existe un voisinage* $\mathscr{U}$ *de* P^o *dans* $\mathscr{P}$ *défini par les normes sur* $\mathscr{P}$ $|\ |_o$ *et* $|\ |_1$ *contenu dans l'orbite de* D_o.

<u>NOTA</u> : Une des difficultés de présentation du problème sous cette forme est que les difféomorphismes doivent être définis sur $\mathbb{R}^N$ tout entier et un élément P de $\mathscr{P}$ ne peut être prolongé en une structure de Poisson définie sur $\mathbb{R}^n$, nulle en dehors d'un compact donné.

Pour formaliser un peu mieux le théorème 1-ter nous introduisons le complexe non linéaire :

(C) $$D_o \xrightarrow{\phi} \mathscr{A}^2 \xrightarrow{\psi} \mathscr{A}^3 .$$

L'application ϕ est définie par :

$$\phi(\varphi) = r[\ \varphi^*(P^o)]\quad .$$

L'application ψ est définie par :

$\psi(P) = [[P,P]]$ (où [[ ]] désigne, comme dans l'introduction le crochet de Schouten).

L'image réciproque d'une structure de Poisson étant une structure de Poisson : $\mathrm{Im}\,\phi \subset \mathrm{Ker}\,\psi$. Nous allons montrer que dans un voisinage de P^o

$$\mathrm{Im}\,\phi = \mathrm{Ker}\,\psi$$

Pour cette démonstration nous allons utiliser le théorème de Hamilton [5] p. 206 et [6] p. 40.

III. ETUDE DU COMPLEXE LINEARISE.

Soit $\underline{g}$ l'algèbre de Lie définie dans l'introduction par la structure de Lie-Poisson P^o.

Soit B la forme de Killing sur $\underline{g}$; (-B) est une forme quadratique définie positive. Nous supposerons désormais que la structure euclidienne sur $\mathbb{R}^n = \underline{g}^*$ est définie par (-B). Soit $(x_1,\dots,x_n)$ une base orthonormale de $\underline{g} = (\underline{g}^*)^*$.

On définit les représentations respectives ρ, ρ_1 de $\underline{g}$ dans V et V_1 sur la base de $\underline{g}$ par les formules.

$$\rho(x_i).f = \sum_{k,j} C^k_{ij}\ x_k \frac{\partial f}{\partial x_j}.$$

Nous considérons suivant la méthode utilisée dans [1] les complexes de Cartan-Eilenberg associé à ces représentations :

$$(C.E) \qquad V \xrightarrow{\partial_o} V \otimes \wedge \underline{g}^* \xrightarrow{\partial_1} V \otimes \wedge^2 \underline{g}^* \xrightarrow{\partial_2} V \otimes \wedge^3 \underline{g}^*$$

$$(C.E)_1 \qquad V_1 \xrightarrow{\partial'_o} V_1 \otimes \wedge \underline{g}^* \xrightarrow{\partial'_1} V_1 \otimes \wedge^2 \underline{g}^* \xrightarrow{\partial'_2} V_1 \otimes \wedge^3 \underline{g}^* \rightarrow \dots$$

Dans ce complexe

$V_1 \otimes \wedge \underline{g}^*$ s'identifie à l'espace des champs de vecteurs X de classe C^∞ sur $\overline{\Omega}_1$ tels que : $X(0) = 0$ et $DX(0) = 0$.

L'espace $V \otimes \wedge \underline{g}^*$ est l'espace tangent en l'identité à D_o.

$V_1 \otimes \wedge^2 \underline{g}^*$ s'identifie à l'espace des 2 tenseurs de classe C^∞ sur $\overline{\Omega}_1$ s'annulant en 0 ainsi que leur jet d'ordre 1.

Les opérateurs ∂_o , ∂_1 , ∂_2 et leurs homologues ∂'_o, ∂'_1, ∂'_2 sont donnés par les formules :

$$(\partial_o f).x = \rho(x).f$$

$$(\partial_1 \beta).(x_1 \wedge x_2) = \rho(x_1).\beta(x_2) - \rho(x_2).\beta(x_1) - \beta([x_1,x_2])$$

$$(\partial_2 \gamma).(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) = \sum_{\sigma \in \mathcal{C}_3} \rho(x_{\sigma(1)}).\gamma(x_{\sigma(2)} \wedge x_{\sigma(3)}) + \gamma(x_{\sigma(1)} \wedge [x_{\sigma(2)} \wedge x_{\sigma(3)}])$$

$\mathfrak{S}_3$ étant l'ensemble des permutations circulaire de l'ensemble (1,2,3).

On vérifie immédiatement que (C.E) est un complexe, c'est-à-dire que $\partial_{i+1} \circ \partial_i = 0$.

<u>PROPOSITION 1</u> : *Soit X un champ de vecteur tangent en l'identité à* D_o *, on a la formule suivante :*

$$D\,\phi\,(Id).X = \partial_1' \,.\, (r \otimes Id)\, X$$

où $r \otimes Id$ *est l'opérateur de restriction d'un champ de vecteur défini sur tout* $\mathbb{R}^n$ *à* $\overline{\Omega}_1$

<u>PROPOSITION 2</u> : *Soit* γ *un champ de 2-tenseurs contravariant sur* $\overline{\Omega}_1$

$$D\,\psi\,(P^o)\,.\,\gamma = \partial_2'\,\gamma$$

Les propositions 1 et 2 se démontrent directement d'après la définition des opérateurs ∂_2' et ∂_2'.

<u>PROPOSITION 3</u> : *Les opérateurs* ∂_i *et* ∂_i' *sont de bons opérateurs avec estimées de degré* 1 *dans la catégorie des bons espaces de Fréchet.*

<u>NOTE</u>. Dans cette proposition le degré est pris au sens de Hamilton et "mesure la perte de différentiabilité".

<u>PROPOSITION 4</u> : *Il existe 2 opérateurs d'homotopie* h_1' *et* h_2' *du complexe* (CE)' *qui sont de bons opérateurs dans la catégorie des espaces de Fréchet avec estimées de degré* 0 *tels que :*

$$\partial_1' \circ h_1' + h_2' \circ \partial_2' = Id_{V_1} \otimes \wedge^2 \underline{g}^* \quad .$$

<u>COMMENTAIRES SUR LA PROPOSITION 4</u> :

a) Cette proposition représente le "coeur" de la démonstration du théorème 1 sa démonstration dont nous donnons ci-dessous le schéma est faite dans [2] et s'appuie sur tous les résultats démontrés dans [4].

b) Du point de vue formel si on "oublie" la structure de Fréchet elle traduit le fait que $H^2(\underline{g}\ ,(V,\rho)) = 0$ ce qui est le lemme classique de Whitehead.

Ceci indique que les seules structures de Poisson qu'on puisse espérer linéariser sont celles pour lesquelles $H^2(\underline{g},(V,\rho)) = 0$. Pour les autres existera un module de déformation.

Pour des raisons techniques, afin d'utiliser la théorie classique des représentations hilbertiennes des algèbres de Lie semi-simples, compactes, nous allons utiliser une nouvelle filtration des espaces V et V_1 associées respectivement aux normes L^2 définies par le produit scalaire :

$$<f,g>_\Omega = \int_\Omega <f(x),g(x)> d\mu(x) \qquad \text{pour } V$$

$$<f,g>_{\Omega_1} = \int_{\Omega_1} <f(x),g(x)> d\mu(x) \qquad \text{pour } V_1 \quad .$$

Nous définissons sur V et V_1 les normes H^s associées aux normes L^2 ci-dessus par

$$|f|_s = \sum_{i=o}^{s} |D^i f|_{L^2(\Omega)} \qquad \text{dans } V$$

$$|f|'_s = \sum_{i=o}^{s} |D^i f|_{L^2(\Omega_1)} \qquad \text{dans } V_1 \quad .$$

On vérifie les relations suivantes :

pour tout indice i($i = 0,1,2$)

$$|\partial_i\beta|_s \leqslant |\beta|_{s+1} \qquad \text{et} \qquad |\partial_i\beta|'_s \leqslant |\beta|'_{s+1}$$

$$|r\ f|^1_s \leqslant |f|_s$$

$|e\ f|_s \leqslant K|f|^1_s$ où K est une constante déterminée par l'opérateur de Seeley et finie une fois pour toutes.

(cette dernière inégalité, moins évidente que les autres est démontrée dans [3]).

Pour expliciter les normes des opérateurs d'homotopie du complexe (C.E), on considère le groupe de Lie G associé à $\underline{g}$; soient Θ et Θ_1 les représentations de G dans $V \otimes \mathbb{C}$ et $V_1 \otimes \mathbb{C}$ respectivement, déduites de la représentation adjointe par

$$\Theta(T)(f) = f \circ Ad^*(T^{-1})$$

(Ces formules ont un sens à condition de choisir sur $\mathbb{R}^n$ la métrique associée à la forme de Killing B sur $\underline{g}$, l'opérateur $Ad^*(T^{-1})$ est alors unitaire).

On notera $V_{s,\mathbb{C}}$ (respectivement $V'_{s,\mathbb{C}}$) le complété de $V \otimes \mathbb{C}$ (respectivement $V_1 \otimes \mathbb{C}$) pour les normes $|\ |_s$ et $|\ |'_s$.

C'est un résultat classique que les opérateurs $\Theta(T)$ sont des isométries pour chacune des normes $|\ |_s$, s'étendent aux espaces V_s et commutent avec l'inclusion naturelle de $V_{s+1,\mathbb{C}}$ dans $V_{s,\mathbb{C}}$.

Ces définitions étant posées tous les calculs faits dans [2] (p. 573 et suivantes) sont valables. Ils s'appuient sur toute la théorie des représentations des groupes de Lie semi-simple compact (en remarquant que ρ est la représentation tangente à la représentation adjointe Θ) et sont basés sur les formules de H. Weyl et de Whitehead.

III. ETUDE DU COMPLEXE (C)

Nous considérons le complexe non linéaire (C) défini au paragraphe I :

$$(C) \qquad D^o \xrightarrow{\phi} \mathcal{A}^2 \xrightarrow{\psi} \mathcal{A}^3$$

et nous allons vérifier que (C) vérifie les hypothèses du théorème de Hamilton [5] (pages 171 à 187 et pages 206-207).

LEMME 1 : *Soit φ un élément de D^o, $D\phi(\varphi).\delta\varphi$, $D\psi(\phi(\varphi)).\delta\beta$; $D^2\phi(\varphi).(\delta\varphi)^2$ et $D^2\psi(\phi(\varphi)).(\delta\beta)^2$ sont de bonnes applications dans la catégorie des bons espaces de Fréchet avec estimées de degré 2 en φ et de degré 1 en $(\delta\varphi),(\delta\beta)$.*

DEMONSTRATION. Si nous supposons $\varphi = Id$, il est évident, d'après leur forme que les applications sont de degré 1 en $\delta\varphi,\delta\beta$.

En utilisant l'action de groupe :

$$(\varphi+\delta\varphi)^*(P^o) = (Id + \delta\varphi \circ \varphi^{-1})^*[(\varphi)^*(P^o)]$$

Or, si P^o est linéaire en les coordonnées $(x_1,\dots,x_n)$ $P = \varphi^* P_o$ est linéaire en les coordonnées $y_i = x_i \circ \varphi$. Donc $(\varphi+\delta\varphi)^*(P^o) - \varphi^*(P^o) = \partial_1^P.(\delta\varphi \circ \varphi^{-1})$ + termes d'ordre supérieur en $\delta\varphi$; ∂_1^P est l'opérateur ∂_1 exprimé dans le système de coordonnées défini par φ^{-1}. Ceci montre que ∂_1^P admet une estimée de degré 1 par rapport à la variable φ . Il en est de même pour l'opérateur $\partial_1'^P$.

Or $D\phi(\varphi).\delta\varphi = \partial_1'^P \circ r.(\delta\varphi \circ \varphi^{-1})$.

Donc l'opérateur $D\phi(\varphi).\delta\varphi$ admet une estimée de degré 1 en φ .
De même $D^2\phi(\varphi).(\delta\varphi)^2$ admet une estimée de degré 2 en φ .

La même démonstration montre que $D\psi(\phi(\varphi))$ est l'opérateur ∂_2' exprimé dans le système de coordonnées défini par φ^{-1} donc admet une estimée de degré 1 en φ et $D^2\psi(\varphi)$ admet une estimée de degré 2 en φ .

Notons $h_1'^P$, $h_2'^P$ les opérateurs d'homotopie pour le complexe linéaire (CE)' et la structure de Poisson $P = \varphi^*(P^o)$.

$h_1'^P$ et $h_2'^P$ admettent des estimées de degré 1 en φ et sont de bons opérateurs linéaires avec estimées de degré 0 en γ_2 et γ_3 ($\gamma_2 \in V \otimes \wedge^2 \underline{g}^*$, $\gamma_3 \in V \otimes \wedge^3 \underline{g}^*$) d'après la proposition 4.

Par définition des opérateurs d'homotopie :

$$\partial_1'^P \circ h_1'^P + h_2'^P \circ \partial_2'^P = Id_{V_1 \otimes \wedge^2 \underline{g}^*} .$$

Soit $(\partial_1'^P \circ r) \circ (e \circ h_1'^P) + h_2'^P \circ \partial_2'^P = Id_{V_1 \otimes \wedge^2 g^*}$

$$\underline{D\phi(\varphi) \circ (e \circ h_1'^P) + h_2'^P \circ D\psi(\phi(\varphi)) = Id.}$$

Toutes les hypothèses du théorème de Hamilton sont donc vérifiées et on en conclut que il existe un voisinage $\mathscr{U}$ de P^o dans $\mathscr{P}$ défini par les normes sur $\mathscr{P}_o$ $| \ |_o$ et $| \ |_1$ contenu dans l'orbite de $\mathscr{P}_o$ (théorème 1-ter).

BIBLIOGRAPHIE.

[1] J. CONN : Normal forms for analytic Poisson structures.
Annals of Mathematics 119 (1984)- p. 557-601.

[2] J. CONN : Normal forms for smooth Poisson structures.
Annals of Mathematics 121 (1985) - p. 565-593.

[3] N. DESOLNEUX-MOULIS : A propos du théorème de Newlander Nirenberg.
Note C.R.A.S. tome 290, Juin 1980 - p. 1087.

[4] J. DIEUDONNE : Eléments d'Analyse vol. 5 Chapitre XXI.

[5] R.S. HAMILTON : The inverse function theorem of Nash and Moser.
Bulletin of the A.M.S. , vol. 7 n° 1 - July 1982.

[6] R.S. HAMILTON : Deformations of complex structures.
Journal of Differential geometry 12 (1977) - p. 1-45.

[7] A. LICHNEROWICZ : Les variétés de Poisson et leur algèbre de Lie associée.
Journal of Differential geometry 12 (1977) - p. 253-300.

[8] R.T. SEELEY : Extension of C^{∞} functions defined on a half space.
Proceedings of the A.M.S. vol. 15 (1964) - p. 625-626.