PHILOSOPHIA SCIENTIÆ

PHILIPPE LOMBARD

La théorie de la relativité comme obstacle épistémologique

Philosophia Scientiæ, tome 2, nº 4 (1997), p. 31-75
<http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1997__2_4_31_0>

Sur la robe de la Mélancolie IV

La théorie de la relativité comme obstacle épistémologique

Philippe Lombard
Irem de Lorraine

Nous ne pouvons pas nous contenter de formules simplement juxtaposées et qui ne s'accorderaient que par un hasard heureux ; il faut que ces formules arrivent pour ainsi dire à se pénétrer mutuellement. L'esprit ne sera satisfait que quand il croira apercevoir la raison de cet accord, au point d'avoir l'illusion qu'il aurait pu le prévoir.

Henri Poincaré.
Sur la dynamique de l'électron, *juillet 1905.*

Philosophia Scientiae, 2 (4), 1997, 31-75

Philippe Lombard

Résumé. Cet article est le texte d'un exposé au séminaire du 19 novembre 1996 aux *Archives—Centre d'Etudes et de Recherche Henri-Poincaré* (ACERHP). Il présente un point de vue géométrique sur la théorie de la relativité restreinte (géométrie de Minkowski) et tente d'introduire à la problématique de la théorie de la relativité générale en s'efforçant d'éclairer une partie des difficultés épistémologiques liées à un tel changement de point de vue sur notre conception de l'univers.

Abstract. This article is the text of an account of a conference held on november 19th, 1996, at the *Archives—Centre d'Etudes et de Recherche Henri-Poincaré* (ACERHP). It presents a geometrical point of view concerning the special theory of relativity (geometry of Minkowski) and tries to introduce to the problem of the general theory of relativity on striving to throw a light on a part of epistemological difficulties linked with such a change of point of view in our conception of the universe.

Une légende tenace prétend que le dialogue entre "scientifiques" et "littéraires" est une chose particulièrement difficile. Serait-ce dû au fait, comme on a souvent tendance à le croire, que "sciences humaines" et "sciences tout court" reposent sur deux manières différentes de penser le monde et de rechercher les réponses aux questions essentielles ? Serait-ce parce que les "questions essentielles" auxquelles s'intéressent ces deux pôles ne sont pas de même nature ? Serait-ce parce que les "réponses" ne sauraient mettre en jeu les mêmes ressorts ? S'agirait-il tout bonnement de la célèbre différence entre "esprit de finesse" et "esprit de géométrie" ?

Peut-être les scientifiques cherchent-ils des réponses compliquées à des questions simples et les littéraires des réponses simples à des problèmes compliqués... A moins que ce ne soit l'inverse. Quoi qu'il en soit, les occasions de dialogue sont suffisamment rares pour paraître un peu comme des aubaines, et pourquoi ne pas les savourer sans arrière-pensée, même s'il serait bien illusoire de croire qu'elles pourraient suffire, à elles seules, pour trancher un tel débat.

Comme l'on sait, il suffit pour qu'elles aient lieu, de quelques protagonistes bien choisis, d'une occasion et d'un sujet...

Le plus simple est généralement de faire se rencontrer des philosophes — qui sont, toujours d'après la légende, les "littéraires qui s'intéressent le plus aux sciences" — et les rares mathématiciens ou physiciens qui ne méprisent pas complètement l'histoire et l'épistémologie de leur discipline. Voilà pour les protagonistes. L'occasion, quant à elle, ne saurait être meilleure que celle du séminaire du Centre d'Etudes et de Recherche Henri Poincaré, consacré — comme son nom l'indique — à l'œuvre du mathématicien, physicien et philosophe qui aura sans doute le plus marqué le passage entre le XIXème et le XXème siècle.

Reste le sujet...

L'organisateur de ce séminaire m'avait demandé de parler avant tout de la "relativité restreinte", et ceci en rapport avec l'étude que vous menez actuellement sur les travaux de Poincaré à ce sujet, autour de l'année 1905. J'avais accepté sans trop y réfléchir, mais en souhaitant — pour ainsi dire "instinctivement" — ajouter à un exposé proprement géométrique des considérations sur les difficultés conceptuelles qui me semblent attachées à la question. J'ai donc suggéré spontanément le titre « L'obstacle épistémologique de la relativité restreinte »... et je dois avouer aujourd'hui que ce titre "à deux arches" a engendré deux types de repentirs...

Le premier tient assez naturellement au fait qu'en lisant l'article fondamental de Poincaré intitulé "Sur la dynamique de l'électron" il est facile de voir que le sujet déborde le champ précis de la relativité restreinte et nécessite de s'aventurer quelque peu dans la problématique de la relativité générale. Le second se rapporte à l'expression "d'obstacle épistémologique"...

Il semblerait en effet que cette expression malheureuse ait suscité certaines passions dans le public prévu ou, pour le dire autrement, que quelques "tireurs embusqués" risquent fort de voir là une part de provocation, comme s'il s'agissait de réveiller de sourdes querelles de spécialistes attachés à telle ou telle école épistémologique ! Evidemment, il n'en est rien... Et je me placerai d'ailleurs d'emblée sur une notion *relative* d'obstacle épistémologique. Celle, par exemple, qui permet tout aussi bien de considérer que, vu du *référentiel* des physiciens ou des géomètres d'aujourd'hui, il est possible de s'étonner que des philosophes puissent encore considérer qu'il y a un *intérêt* à une théorie entrée dans les mœurs depuis bientôt un siècle... Comme celle qui autorise apparemment les philosophes à ressentir comme archaïque le fait qu'un scientifique utilise des expressions aussi dépassées...

Ce n'est donc qu'indirectement — sournoisement pourrait-on dire — que je me permettrai d'instiller quelques idées propices à dégager ce que je considère comme d'éventuels *invariants* épistémologiques dans la question qui nous réunit ici. Et je me suis donc permis de modifier légérèrement le titre initialement prévu : d'une part pour *dépasser la question de la relativité restreinte* et d'autre part pour annoncer une *tentative de définition moins polémique de la notion d'obstacle en épistémologie.*

Cela étant, mon programme se résumera aussi simplement qu'une classique annonce de plan à la fin d'une introduction plus laborieuse qu'académique : je tenterai tout d'abord d'exposer le point de vue géométrique actuel sur la relativité, avant de prendre le risque mesuré de rappeler les questions "métaphysiques" que cette théorie ne peut manquer de soulever et de chercher une explication "épistémologique" à l'importance des réponses scientifiques aux interrogations humaines sur l'univers qui nous entoure. J'espère un peu, en échange, que les "tireurs embusqués" se souviendront que le vrai plaisir du "snipper" n'est pas de foudroyer sa victime dès qu'elle apparaît sur le trottoir d'en face... : mieux vaut lui laisser prendre confiance sur son petit morceau de territoire, puis lui laisser affronter seule les dangers qui l'attendent en traversant la rue, pour ne l'ajuster sérieusement que lorsqu'elle pense avoir triomphé, en mettant le pied sur l'autre rive...

Première partie : La géométrie de la relativité

Je vais donc tout d'abord essayer d'expliquer le point de vue d'un mathématicien de la deuxième moitié du vingtième siècle sur la géométrie sous-jacente à la théorie de la relativité. Mais il convient de noter d'entrée de jeu que la vraie question est surtout de préciser le sens qu'il faut attacher à deux "lieux communs" : d'une part celui du fameux « tout est relatif » car, s'il est vrai que certaines idées simples comme celles de temps et de longueur vont effectivement apparaître comme "relatives", la théorie de la relativité est en réalité essentiellement une théorie qui tourne autour de la notion d'invariant ; d'autre part celui de l'ambiguïté attachée au mythique "espace-temps", dont la réputation n'est plus à faire, mais pour lequel il ne s'agit pas de se contenter de la simple invocation d'une "quatrième dimension" alors que c'est en fait un difficile problème de **structure** qu'il va nous falloir surmonter.

1.a. L'espace-temps de Galilée à Lorentz

Considérons pour simplifier une image plane du système solaire [1] (*) :

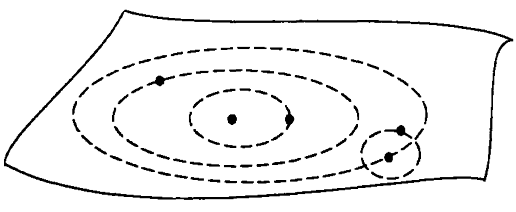


fig. 1

Si nous supposons la course des planètes filmée à partir d'une lointaine étoile rien ne nous empêche de découper les images du long métrage obtenu et de les poser les unes sur les autres dans

* Les notes signalées par des numéros (1), (2), etc. renvoient à des remarques rassemblées à la fin du texte. Leur lecture est inutile (et peut-être même nuisible...) pour la compréhension de cet exposé.

l'ordre chronologique. Nous venons d'inventer un objet géométrique qui n'est autre que l'*espace-temps* de la physique classique :

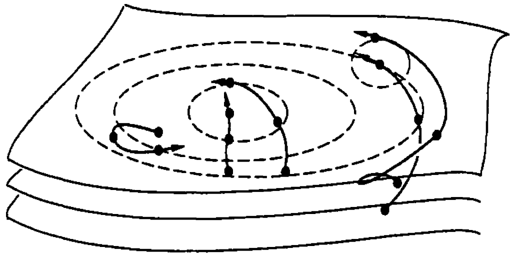


fig. 2

Cette représentation, légèrement plus compliquée que la représentation géométrique habituelle de l'espace, aura désormais l'avantage de nous faire apparaître les *trajectoires* des diverses planètes et nous permettra éventuellement de considérer que les divers calculs de la physique qui mettent en jeu les longueurs et les durées sont en fait la traduction analytique de notre image de dimension 2+1. Il suffit pour cela de considérer qu'un objet (ici, par exemple, une planète) se voit affecter une "ligne de vie" qui nous indique sa position à chaque instant, en fonction de chacune des photographies que nous avons empilées les unes sur les autres. Il est clair que les lois de la physique vont exprimer les propriétés des trajectoires par un simple changement de vocabulaire et s'adapter sans modification sur le fond à la représentation ainsi retenue.

Ce support aujourd'hui familier à n'importe quel étudiant appelle cependant des remarques de plusieurs ordres :

(i) Bien qu'il n'ait pas toujours été raconté de cette manière, il est né *de facto* avec Galilée et Kepler, au début du XVIIème siècle. Il s'est considérablement amélioré avec Newton et ses lois exprimant la gravitation universelle, pour acquérir, à la fin du XIXème siècle, une efficacité analytique impressionnante, grâce aux progrès du calcul différentiel et intégral.

(ii) D'un point de vue historique et épistémologique, l'adoption d'une telle représentation du monde est un phénomène majeur dont nous ne mesurons plus forcément la difficulté et la portée. Il rassemble en effet plusieurs nouveautés dues à l'époque de la Renaissance :

— une vision de l'espace qui est celle que nous pouvons avoir aujourd'hui lorsque nous parlons de support géométrique euclidien servant à repérer tous les points de l'univers à l'aide de trois coordonnées,

— une "relativisation" du mouvement des planètes à l'intérieur du système solaire qui, depuis Copernic, nous permet de simplifier les lois du mouvement et de regarder les trajectoires à l'aide d'hélices de formes assez simples (du moins en termes d'approximations diverses),

— un mélange possible des variables de temps et d'espace au sein des mêmes formules, ce qui suppose la notion moderne de "nombre" et n'est guère opérationnel qu'à partir des années 1600.

(iii) Il s'ajoute à ces "nouveautés" un certain nombre de "postulats" de la physique classique (comme celui du principe d'inertie ou de la conservation de l'énergie et de l'impulsion) dont le plus important réside dans la notion particulièrement subtile de "référentiel galiléen".

Arrêtons-nous un instant sur ce point. Lorsque j'ai dit qu'il "suffisait" d'empiler les images extraites du film évoqué plus haut, je me suis bien gardé de dire comment il convenait d'opérer... Or vous n'aurez sans doute aucune peine à réaliser l'opération si vous pensez à des vues bien cadrées et au même format : elles s'empilent tout naturellement en ajustant les bords les uns au-dessus des autres, comme les pages d'un livre. Mais imaginez d'abord qu'il s'agisse de très grandes feuilles difficiles à manipuler et qui s'ingénient à glisser les unes sur les autres tout en pivotant de la manière la plus fantaisiste... et rappelez-vous de surcroît, qu'après tout, c'est un opérateur précis qui a effectué les prises de vues ! Vous risquez fort d'avoir des problèmes pour trouver un agencement pertinent de votre "millefeuille", dans lequel les calculs rendent compte de façon crédible des lois de la physique.

C'est là le problème essentiel de "l'espace-temps" : nous lui avons conféré une "structure" mais cette structure est à la fois arbitraire et fondamentale. D'une part le résultat donnera une forme hélicoïdale ou non aux orbites des planètes et du soleil, d'autre part on sait aujourd'hui que ce qui est en jeu est ni plus ni moins que la manière même de construire les calculs dans un tel objet mathématique. Ce que j'ai donc oublié de préciser jusqu'ici n'est rien d'autre que le plus important : « comment ajusterons-nous notre millefeuille ? » ou, si l'on préfère, « à quels points particuliers affecterons-nous une trajectoire rectiligne ? ».

Seulement voilà : la réponse à cette question n'existe pas !

Depuis Galilée, les physiciens admettent simplement *qu'il existe* des trajectoires rectilignes (dans l'espace-temps) et que celles-ci correspondent aux déplacements de solides (ou de systèmes "rigides") qui seraient en "mouvement uniforme" ; alors que les autres ne le seraient pas...

Cela permet d'abord de considérer que certains référentiels attachés à de tels objets sont privilégiés et servent à donner un sens à la structure algébrique de notre espace-temps. Cela présente un inconvénient : parmi tous ces référentiels privilégiés il n'y en a pas un qui puisse être considéré comme attaché à un objet "immobile" (principe d'inertie), si bien que la structure de notre millefeuille existe bel et bien, mais qu'elle doit s'adapter à cette incertitude. Cela se traduira par le fait que nous disposons désormais de "lignes de vie" rectilignes (*) mais que nous sommes dans l'incapacité de choisir une direction privilégiée parmi toutes celles qui peuvent passer par un événement donné.

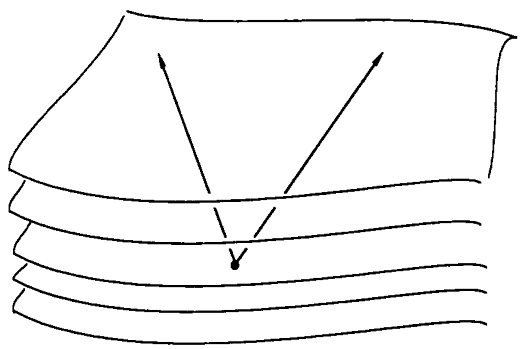


fig. 3

En termes mathématiques "modernes", cela se traduit par le fait que nous ne disposons pas de structure métrique sur tout l'espace-temps. De façon plus précise : *en termes physiques* il n'est possible que de détecter des mouvements relatifs, *en termes mathématiques* nous avons affaire à un objet qui a une structure *affine*, dans lequel sont plongées des "feuilles" qui sont des espaces euclidiens et à partir duquel le "temps" doit être trouvé comme un espace quotient. Pour le dire autrement encore : le "théâtre galiléen" est tenu par un projectionniste (dieux de l'Olympe, créateur ou grand architecte) qui, détenant le chronomètre, rythme le défilement des images de l'univers. Mais il ne nous donne pas la possibilité de détecter les éventuels glissements (en translation) du millefeuille, pour peu qu'ils soient compatibles avec la notion de référentiel galiléen... [2]

C'est dans ce cadre que nous représenterons pour terminer le phénomène associé aux rayons lumineux issus d'un point à un instant donné : ils correspondent à des "lignes de vie" issues d'un même "point-événement" de l'espace-temps et qui engendrent un

* Pour nous une telle ligne sera "l'axe des temps", nous regarderons donc un *référentiel galiléen* comme la donnée d'un tel mouvement et des feuilles horizontales qui correspondent à "l'espace".

cône dont l'ouverture traduit la vitesse de la lumière dans les différentes directions possibles de notre espace à deux dimensions.

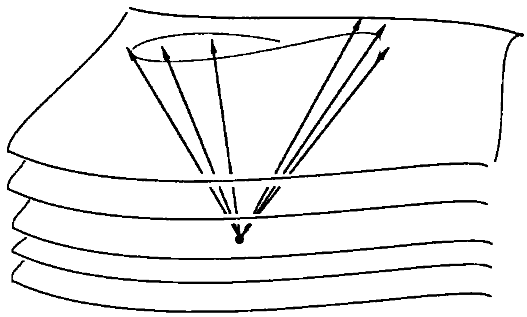


fig. 4

1.b. L'espace-temps de Minkowski

Comme l'on sait, l'introduction de la lumière dans les problèmes précédents (qui traitaient essentiellement de mécanique) va poser de multiples problèmes dans la seconde moitié du XIXème siècle. Ceux-ci tournent autour de quatre grands axes que nous résumerons de la façon suivante :
— *le problème de l'éther*, car il semble nécessaire de considérer un support au champ électromagnétique,
— *le problème de l'électron*, dont la théorie doit permettre de retrouver les équations de Maxwell,
— *le problème de la nature de la lumière* : comment concilier l'interprétation en termes de champ électromagnétique et l'obligation d'envisager des photons ?
— le *mystère* de l'expérience négative de Michelson qui a montré que la terre ne semblait pas se déplacer par rapport à l'éther...

Revenons en effet à la fig. 4. A partir du moment où nous avons décidé que les "lignes de vie" des photons (ou du champ)

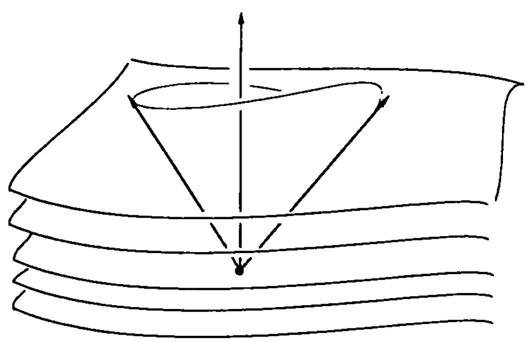


fig. 5

étaient des objets bien déterminés de l'espace-temps, il est clair que le problème des référentiels galiléens est modifié : il devrait y avoir dans la fig. 4 un axe des temps privilégié qui soit le seul à faire apparaître la même vitesse de la lumière dans toutes les directions (fig. 5).

Ce référentiel particulier serait celui qui se trouverait ainsi attaché à un éther considéré comme immobile. Or l'expérience de Michelson, supposée fournir la vitesse relative de la terre par rapport à l'éther, apporta la réponse suivante : **il n'y a pas** de déplacement de la terre par rapport à l'éther ! En d'autres termes : l'axe évoqué précédemment n'est rien d'autre que la "ligne de vie" de l'*objet terre* dans l'univers !

La réponse la plus simplette était évidemment de revenir à l'hypothèse de Ptolémée d'une terre fixe... mais les physiciens — victimes sans doute du "syndrome Copernic" — cherchèrent une explication plus satisfaisante (et beaucoup plus compliquée) en essayant de justifier le fait que *les référentiels galiléens devaient tous faire observer la même vitesse de la lumière.* C'est là la version la plus simple du principe de relativité introduit par Poincaré.

Mais reprenons alors le problème des figures 4 et 5. La seule donnée restante sera fournie par *le(s) cône(s) de lumière* :

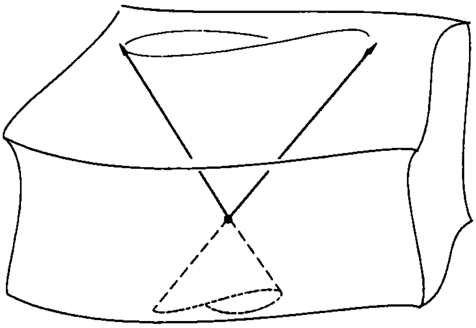


fig. 6

C'est-à-dire que nous oublierons provisoirement notre "mille-feuille" initial et qu'il nous faudra désormais étudier la possibilité de *mettre en cohérence* des "lignes de vie" rectilignes (qui servent, rappelons-le, d'axes des temps) avec des feuilletages "horizontaux" (qui serviront de repères d'espace), et tout cela de telle façon que chacune des possibilités induise, *dans le référentiel concerné*, une valeur constante, donnée, de la vitesse associée au cône de lumière. Il se trouve que ceci s'est révélé possible, mais à la condition d'une violence inattendue vis-à-vis des idées reçues : chaque "ligne de vie" rectiligne doit désormais être intrinsèquement associée à un "feuilletage" particulier qui restructure l'espace-temps selon un nouveau découpage entre repère d'espace (au sens ancien) et axe des temps (cf. fig. 7 et 8 page suivante).

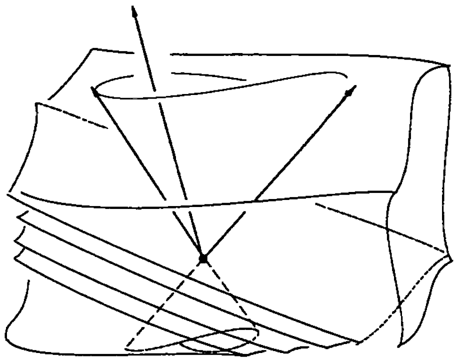


fig. 7

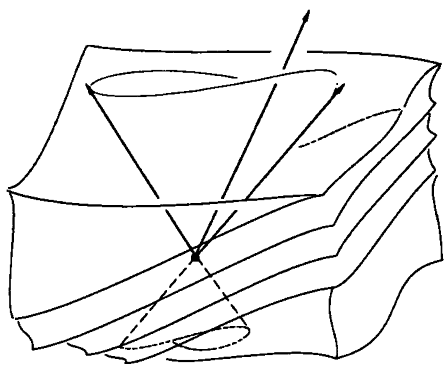


fig. 8

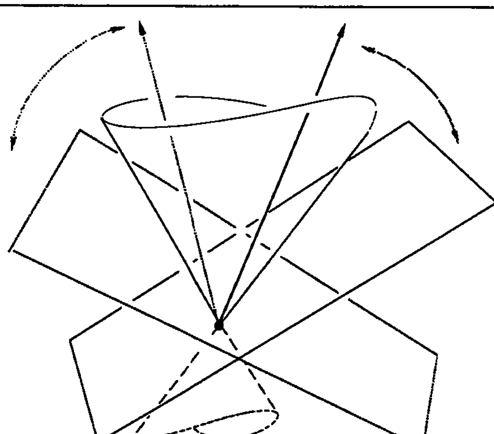


fig. 9

On notera "l'inclinaison" du supplémentaire par rapport à la droite auquel il est associé... Lorsque la droite située à l'intérieur du cône se rapproche de celui-ci, le plan "orthogonal" se rapproche lui aussi de ce cône. A la limite, lorsque la droite est une génératrice, le plan contient la droite et le couple ainsi obtenu ne fournit plus un référentiel : la trajectoire d'un photon s'écoule sans "temps-propre" ni "espace-propre".

C'est-à-dire que la solution passe par la présence d'une *structure géométrique nouvelle* sur notre "espace-temps". Celui-ci n'est plus, à proprement parler, le "produit" de l'espace et du temps (au sens du paragraphe précédent), c'est un ensemble de dimension n+1, mais sur lequel nous ne disposons plus que de la faculté d'associer à chaque ligne droite contenue dans le cône un supplémentaire privilégié qui constitue, avec cette ligne, un référentiel particulier. De manière algébrique, il s'agit essentiellement de la donnée (sur un espace affine de dimension n+1) d'une forme quadratique un peu spéciale, généralisant le produit scalaire des espaces euclidiens, mais telle que les vecteurs contenus dans le cône de lumière possèdent un sous-espace "orthogonal" du type de ceux qui sont représentés par la figure 9. Si nous choisissons un repère classique dans un de ces plans (projection *n(x,y,z)* sur la fig. 10), nous pouvons, avec la coordonnée de temps déduite de la droite associée (projection *m(t)* fig. 10), représenter tous les points de l'espace-temps par des coordonnées : M (x , y , z, t). Le "produit scalaire" affecte alors à un tel point la quantité :

$$h(OM) = x^2 + y^2 + z^2 - c^2.t^2 .$$

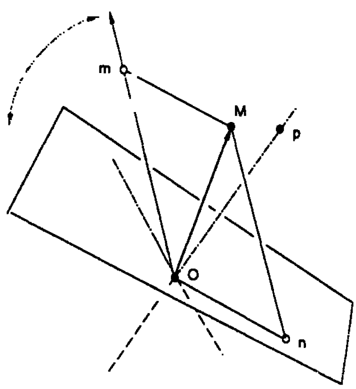


fig. 10

Les points M intérieurs au cône de lumière sont tels que h(OM) soit négatif et la quantité [– h(Om)] doit être interprétée comme le carré de la durée du passage de O à M *vue dans le référentiel* associé à la droite Om. Au contraire, [– h(OM)] est le carré de la durée entre ces deux mêmes événements O et M *vue dans le référentiel* galiléen associé à OM : c'est le temps propre de l'objet se déplaçant de O à M. On notera qu'il est plus court que le temps propre séparant O et m.

Ce simple calcul montre d'ailleurs la cohérence de la réponse obtenue avec le problème de l'invariance de la vitesse de la lumière. En effet, si nous nous intéressons à un point p de l'espace-temps situé sur la ligne de vie d'un photon issu de O, nous obtenons alors :

h(Op) = 0 (*), c'est-à-dire que l'on a $x^2 + y^2 + z^2 = c^2.t^2$. La vitesse est égale à c, quel que soit le référentiel choisi.

Résumons : le cadre géométrique de la théorie de la *relativité restreinte* n'est plus un "espace-temps" qui serait obtenu *a posteriori* comme le résultat de la combinaison d'un espace et d'une dimension supplémentaire affectée au temps.

L'objet *premier* est au contraire un "*continuum* espace-temps" de la dimension voulue, mais c'est la structure de cet objet (géométrie de Minkowski) qui fournit **des** découpages possibles, pouvant être interprétés comme autant de "feuilletages" espace-temps... Dès lors, toutes les lois de la physique doivent faire appel à des formulations de dimension n+1. Ce sont là **les seules notions intrinsèques**. Toutes les autres n'en sont que des traductions relatives à un référentiel particulier, choisi pour la commodité de l'interprétation à partir d'un certain point de vue.

Comme l'on sait, ce genre de phénomène s'étend à toutes les notions de la dynamique (masse, impulsion, énergie cinétique, etc.) et conduit par exemple à faire la différence entre masse intrinsèque (ou "masse au repos") et masse inertielle (de la formule $F = m\gamma$) qui dépend du référentiel choisi... Nous ne rentrerons pas ici dans les détails car nous nous intéressons plutôt aux conséquences géométriques de la relativité et, qu'elle soit "restreinte" ou "générale", ces phénomènes inertiels n'amènent pas à modifier fondamentalement le décor (**). Tout ce que nous aurons à retenir pour le moment est résumé par la figure 10 et tient dans la question de la *simultanéité* : ce qui est simultané avec l'événement O dépend du référentiel choisi pour suivre ou non ce point dans l'avenir. Si nous choisissons le référentiel dirigé par Om *les événements simultanés sont ceux du supplémentaire orthogonal* de la droite Om.

1.c. La genèse de la relativité

La présentation synthétique que je vous ai donnée jusqu'ici, due à Minkowski, date de 1908. Elle a l'avantage d'être *intrinsèque* au sens où elle montre bien les phénomènes indépendamment des référentiels locaux dans lesquels on est habituellement obligé d'exprimer les lois de la physique. Mais en vérité on considère

* C'est là, précisément, la définition des points du cône sur lequel est bâtie notre "forme quadratique".

** Le problème conduisant à la relativité générale est celui de la masse gravifique, c'est-à-dire de la masse liée à l'attraction gravitationnelle entre deux corps, nous y reviendrons.

généralement que la théorie de la relativité date essentiellement de 1905 et qu'elle est due à Einstein et Poincaré. Ceux-ci l'ont en effet publiée à quelques trois semaines d'intervalle sous des formes à peu près semblables en termes de "transformations de Lorentz".

Mon but n'est évidemment pas d'entrer dans une discussion pour savoir lequel de ces deux auteurs doit en définitive être considéré comme le véritable fondateur de la théorie (les polémiques sont suffisamment rudes à ce sujet). Mais je voudrais surtout expliquer en quoi le point de vue originel des transformations de Lorentz est à la fois *équivalent* et *un peu différent* de ce que je viens de résumer.

Le problème de départ est un problème d'électrodynamique. A la suite de la théorie de Maxwell, dont les équations rassemblaient la théorie du champ électromagnétique et de la propagation de la lumière, est apparu le problème que j'ai déjà évoqué de l'invariance apparente de la vitesse des rayons lumineux. Cherchant à surmonter la difficulté dans le cadre de sa théorie nouvelle de l'électron, Lorentz montra qu'il fallait affecter à l'électron "en mouvement" une déformation qui correspondait en fait à une "contraction des longueurs" au sein même de "l'éther". En même temps, le "temps local" de l'électron se trouvait légèrement retardé par rapport au temps indiqué par les horloges d'un référentiel considéré comme au repos, depuis lequel on observe la particule en mouvement.

C'est à partir de cette nécessaire introduction des "raccourcissements" en fonction des changements de repères que Poincaré (reprenant au passage les calculs de Lorentz sur l'électron) s'aperçut que les modifications sur le temps et sur les longueurs devaient être *concomitantes*, et se résumaient simplement par des formules de transformations (dites depuis "de Lorentz") agissant *sur l'espace-temps*. Parallèlement, Einstein aboutit sensiblement au même résultat, mais sans s'attacher spécifiquement à la théorie de l'électron, dans la mesure où il conclut à la nécessité de telles transformations par des considérations cinématiques autour du problème de l'invariance de la vitesse de la lumière malgré les changements de repères (*).

Géométriquement, la solution apportée en termes de "groupe des transformations de Lorentz" est strictement équivalente à la formulation en termes de géométrie de Minkowski sur un espace de dimension n+1. Il faut en effet se rappeler le "programme d'Erlangen" énoncé par Klein : l'étude géométrique des images et des propriétés des droites, plans ou figures n'est rien d'autre que la recherche des "isométries" attachées à la situation et des invariants par le groupe de ces isométries. Ici, la géométrie que je vous ai résu-

* Dans une certaine mesure, sa découverte du photon, l'amenait sans doute à une vision plus mécanique du problème alors que Lorentz et Poincaré traitaient la question en termes de champ.

mée plus haut n'est autre que celle qui découle d'un groupe d'isométries du type du groupe de Lorentz.

En d'autres termes, la nécessité d'utiliser en physique les transformations de Lorentz oblige à regarder l'espace-temps de la manière exposée précédemment : il n'y a plus "d'espace" ni de "temps" privilégiés et ceci se traduit au niveau de la simultanéité comme je l'ai dit plus haut.

Il faut cependant noter que le problème à une incidence non négligeable avec la question de l'éther. En effet, si nous considérons celui-ci comme une *substance remplissant* l'espace — ce qui est, d'une certaine manière, le point de vue de Poincaré — et si nous devons admettre qu'il se "contracte" avec le mouvement, nous ne pouvons que très difficilement mettre ce point de vue en cohérence avec le point de vue "intrinsèque" de la géométrie de Minkowski modifiant l'espace-temps : la notion d'éther suppose un espace dans lequel il aurait une existence, donc un "feuilletage" privilégié de notre continuum... Nous y reviendrons dans la deuxième partie, mais je voudrais auparavant m'arrêter un instant sur une formulation de la théorie de la relativité proche de celle qui a été donnée par Einstein et qui concerne les exemples et contre-exemples obtenus à partir des déplacements d'un train sur une voie ferrée. Ils permettent de comprendre un peu mieux ce qui se passe et aussi de mieux saisir les difficultés physiques du problème.

Considérons donc un train se déplaçant sur une voie (cf. fig. 11) et, à l'instant où les personnages A', B' et C' du wagon passent en face des repères A, B et C de la voie, supposons que le personnage A' tire simultanément sur ses voisins situés à égales distances en B' et C'.

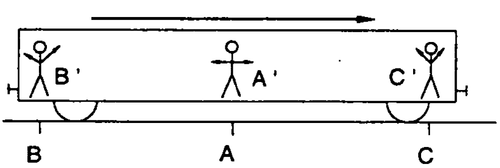


fig. 11

En mécanique classique (et en imaginant un double meurtre au calibre 22...) les deux malheureuses victimes mourront au même instant :
— du point de vue du train, c'est une évidence puisque les balles iront à la même vitesse vers leurs cibles respectives,
— du point de vue d'un observateur situé sur le bord de la voie, c'est un peu plus compliqué parce que l'une des deux victimes

semble fuir devant la balle alors que l'autre semble s'en rapprocher, mais en fait la balle qui part vers la droite va plus vite que l'autre car leurs vitesses (par rapport à la voie) doivent être compensées en tenant compte de la vitesse de l'air du wagon...

Mais supposons maintenant que notre tueur A' soit nanti d'une arme futuriste fonctionnant sur le principe du laser. Nous nous heurtons désormais aux équations de Maxwell et au résultat de l'expérience négative de Michelson :
— du point de vue du train les deux victimes meurent toujours au même instant,
— il n'en va plus de même du point de vue de la voie ferrée : les deux personnages B' et C' ont encore des mouvements propres à retarder ou avancer l'instant fatal où ils seront anéantis par une giclée de photons, seulement ces photons ne sont plus entraînés par l'air (ou l'éther) du wagon ! Le point B' sera donc atteint **avant** le point C' et les deux victimes ne mourront pas au même instant pour l'état-civil tenu par le chef de gare...

C'est cela la *différence de simultanéité* entre les deux référentiels...

Imaginons maintenant une expérience un peu différente :

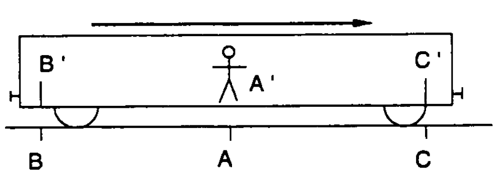


fig. 12

Considérons (toujours au moment où les repères A', B' et C' passent devant les repères A, B et C) que l'on déclenche des éclairs lumineux en B et C. Que se passera-t-il en ce qui concerne l'arrivée de ces éclairs au point A' situé dans le wagon ?
— du point de vue du chef de gare, les éclairs partant de B et C se dirigent vers A' à la même vitesse, mais A' se déplaçant vers la droite il est clair que les photons venant de C l'atteindront en premier : donc les deux éclairs ne parviennent pas en même temps en A',
— plaçons-nous maintenant en A' dans le wagon : il est indéniable que les éclairs proviennent des deux extrémités équidistantes du wagon, qu'ils parcourent cette distance à la même vitesse et enfin que l'éclair venu de C' arrive **avant** l'éclair venu de B'. Cela signifie donc que l'extrémité B' du wagon est passée en face du repère B **après** que l'extrémité C' est passée en face de C...

Il ne nous reste qu'à nous rendre à l'évidence : le wagon **est plus long** lorsqu'il est vu de A' que lorsqu'il est vu de A ! ou, si l'on préfère, le segment BC de la voie est plus court lorsqu'il est regardé du train... C'est le phénomène de *contraction des longueurs* envisagé par Lorentz. On admettra aisément la difficulté conceptuelle du problème et il n'est guère étonnant qu'un tel imbroglio entre modification des longueurs et modification des simultanéités ait posé quelques problèmes... Il n'est d'ailleurs pas non plus étonnant que la solution consistant à utiliser les transformations de Lorentz dans les formules ait offert un premier point d'ancrage plus simple que d'envisager d'emblée la solution en termes géométriques au sens de Minkowski.

La solution tient pourtant dans le fait que le train qui se déplace sur la voie n'est, en réalité, pas tout à fait le même que celui que perçoivent les voyageurs :

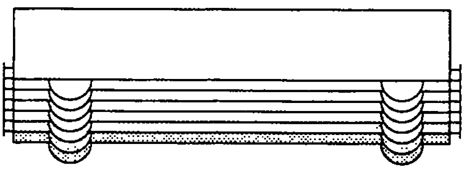


fig. 13

Si ce train changeait de couleur avec le temps des passagers, il serait vu, depuis le bord de la voie, comme un train de plusieurs couleurs en fonction de sa longueur...

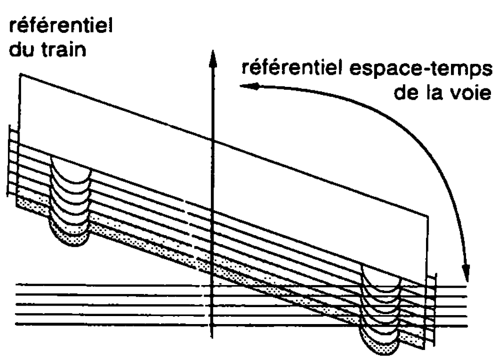


fig. 14

Deuxième partie : Relativité et métaphysique

J'espère un peu vous avoir convaincu, dans la première partie, de la révolution entraînée par la théorie de la relativité restreinte par rapport aux conceptions classiques d'espace et de temps. Pourquoi, d'ailleurs, ne pas le dire plus simplement encore : la relativité est tout à fait contraire au sens commun, même dans notre culture d'aujourd'hui. L'écueil le plus visible est certainement celui du temps mais, au niveau de la physique, l'obstacle est plus probablement situé avant tout dans la nécessité d'appréhender de façon intrinsèque la nouvelle géométrie de l'univers et peut se résumer, commme nous allons le voir, dans une problématique plus aiguë qu'auparavant à propos des rapports entre "local" et "global"...

2.a. Le problème du temps

La nouveauté apparue avec la relativité restreinte se rapporte en premier lieu à la différence entre les deux figures 5 et 6, c'est-à-dire à l'absence de "feuilletage" privilégié de "l'espace-temps". Cela s'énonce de manière très simple : *il n'y a plus de projectionniste dans l'univers* ! Les dieux de l'Olympe ne détiennent plus de sablier marquant les modifications d'un espace particulier et "l'éternité" ne peut plus être conçue comme une sorte de faculté de traverser les âges en parallèle avec la destinée de l'espace. Elle est désormais *hors de l'espace-temps*, comme si un "créateur" ne s'était pas contenté de bâtir un monde à un instant donné pour le soumettre ensuite à l'épreuve du temps, mais s'était au contraire ingénié à rendre l'espace et le temps presque inséparables...

Mais plus concrètement, la question du temps nous impose d'analyser trois aspects très particuliers : celui de la simultanéité, celui du ralentissement apparent des horloges et celui que l'on schématise habituellement sous le nom de "paradoxe des jumeaux".

— *le changement de point de vue sur la simultanéité.*

D'une certaine manière la dépendance du "feuilletage" de l'espace-temps par rapport au référentiel est la plus compréhensible, au moins partiellement. Il nous suffit en effet de songer à l'immensité du cosmos et à notre image des étoiles lointaines. A partir du moment où l'on admet que la lumière possède une vitesse finie, il est assez naturel de considérer que ce que nous voyons actuellement des astres les plus éloignés n'est que leur histoire très ancienne. Et nous pouvons même aisément concevoir que leur état "actuel" nous est complètement inaccessible alors que d'éventuels habitants d'autres systèmes planétaires auraient une vision différente de la nôtre et, par conséquent, une idée différente du cosmos à cause d'un phénomène assez proche de celui de la perspective...

Ajoutons à cela le fait que les écarts restent minimes en termes de mesures, il n'est pas nécessairement déstabilisant d'admettre l'incertitude (et la méfiance) dans laquelle nous devons nous placer vis-à-vis du "feuilletage" en question. Il n'en reste pas moins, comme je l'ai fait remarquer plus haut à propos de l'exemple du train, que notre concept même d'*objet* doit être modifié. En effet, les seules choses "intrinsèques" du nouvel espace-temps sont les événements et les "lignes de vie". Et dès lors, que nous considérions la planète terre, une boule de billard ou une particule, il ne convient plus d'en parler comme d'un *objet* au sens classique du terme. Nous ne pouvons véritablement parler que des "lignes de vie" de chacune de leurs molécules ou, mieux, de chacun de leurs points, si bien que nous n'avons en réalité affaire qu'à des sortes de "tubes" dans l'espace-temps, constitués de l'ensemble des lignes de vie de chacun des composants du "système" envisagé :

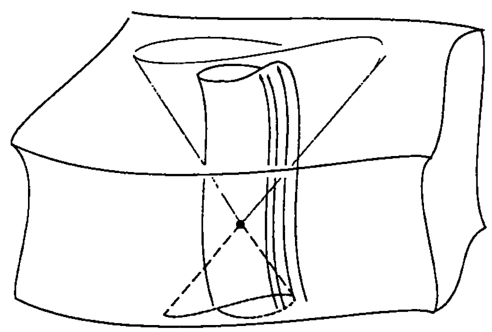


fig. 15

Mais alors le choix d'un référentiel entraînera que nous ne pouvons jamais avoir accès qu'à des "tranches de vie" particulières de notre "système" :

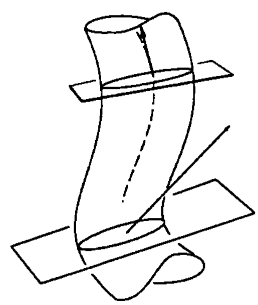


fig. 16

C'est-à-dire que le seul moyen de continuer à concevoir un objet reposerait sur la possibilité d'attacher au "tube" qui le représente dans l'espace-temps un référentiel *mobile* (lié à une ligne de vie particulière regardée comme "l'âme du tube"), changeant éventuellement de direction en fonction de la destinée de notre ensemble de lignes de vie...

— *le ralentissement des horloges.*

Il s'agit ici encore d'une question relative à la notion de "temps local"'. Rappelons que la donnée de la géométrie de Minkowski est en fait la donnée d'une possibilité de calculer à partir du moment où nous avons choisi un référentiel, mais que cette géométrie attache intrinséquement à chaque "vecteur-temps" une longueur qui mesure la durée. Il s'ensuit donc naturellement la nécessité de parler *d'horloge liée à chaque ligne de vie* rectiligne et chacune des horloges partant d'un événement donné indiquera un temps propre que nous pouvons suivre sur le schéma de notre espace-temps :

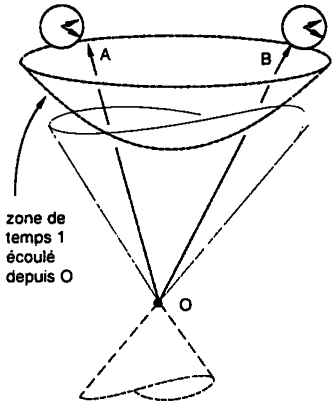


fig. 17

Comme l'on sait, il est alors possible de vérifier que l'horloge du référentiel B *retarde* par rapport à celle du référentiel A. Encore faut-il comprendre ce que signifie exactement ce phénomène car il est tout aussi indéniable que l'horloge du référentiel A retarde sur celle du référentiel B... On en appelle souvent à une sorte d'effet Doppler pour expliquer ce qui se passe. Cela a certes l'avantage de faire comprendre la symétrie paradoxale de ces retards, malheureusement **il ne s'agit pas de cela** et la raison est en réalité à rechercher dans la règle qui gouverne les feuilletages de simultanéité.

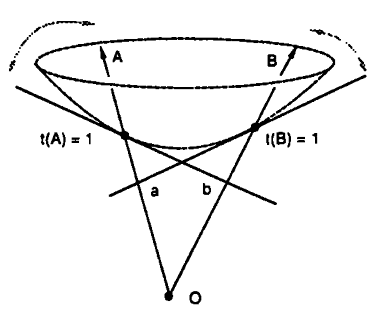


fig. 18

En effet (fig. ci-dessus), la ligne de vie de A amène ce point au temps t(A) = 1 de telle façon que l'espace supplémentaire de la droite OA coupe la ligne de vie du point B en un événement *b* situé, *pour ce référentiel*, en un temps t(b) <1 . Symétriquement, c'est l'événement *a* du référentiel A qui se trouve être simultané de t(B) = 1 *du point de vue* de B ... Ainsi, chacun des temps t = 1 des deux référentiels considérés se trouve exister (pour le référentiel qui le concerne) "en même temps" qu'un événement déjà passé dans l'autre référentiel. Il s'agit donc en fait d'un phénomène de perspective (ce qu'avait parfaitement compris Bergson) qui revient simplement à faire apparaître comme "plus grand" le temps écoulé dans un autre référentiel, de la même façon que les règles de la perspective classique font apparaître "plus petite" une hauteur donnée dans un référentiel plus éloigné.

— *le paradoxe des jumeaux.*

Comme on le voit, le phénomène précédent nous oblige à ne comparer que ce qui est comparable et, surtout à ne pas conclure trop vite à une comparaison des durées entre deux référentiels. D'ailleurs, arrivés au moment où leurs horloges respectives marquent t = 1 , les objets A et B ne peuvent guère faire autre chose que de s'en informer à l'aide de signaux lumineux et, compte tenu évidemment des calculs correctifs, ils parviendront à des conclusions entièrement symétriques.

Un phénomène essentiel est pourtant à prendre en compte en relativité restreinte et a été mis en évidence dès 1911 par Langevin : il a trait à un retard *effectif* des horloges entre deux référentiels et il est désormais connu sous le nom de *paradoxe des jumeaux.*

Supposons en effet que le mobile B qui s'éloignait de A dans la figure 18 décide de revenir sur ses pas et de rejoindre cet objet... Pour illustrer ce cas d'école, Langevin avait choisi malicieusement l'exemple de deux jumeaux A et B situés en un même point à l'instant O et tels que le jumeau B s'éloigne de A dans une sorte de boulet spatial (nous sommes à l'époque de Méliès) pour revenir ensuite dare-dare vers son frère. Or il faut se rendre à l'évidence : dans une telle expérience, lorsque les deux jumeaux se rejoignent, B *est plus jeune que son frère* A ! Ce serait un euphémisme de dire seulement que ce "paradoxe" a fait couler beaucoup d'encre. Et surtout d'encre philosophique... à commencer sans doute par celle de Bergson. La plupart des arguments ont été épuisés jusqu'à la corde, nous allons cependant nous y arrêter un instant pour tenter de clarifier, ici encore, les difficultés du problème. Mais disons tout d'abord que si l'histoire a retenu l'expression de "paradoxe", il ne s'agit cependant en rien d'un paradoxe montrant l'incohérence de la théorie de la relativité restreinte au sens où certains paradoxes avaient pu mettre en évidence la contradiction interne de la théorie naïve des ensembles. Il s'agit simplement d'un phénomène paradoxal par rapport au sens commun, mais que la théorie nous oblige à prendre en compte. Cela étant, considérons les "trajets" dans l'espace-temps de nos deux jumeaux :

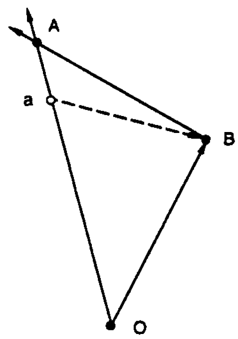


fig. 19

Pour étudier la durée du trajet OBA du jumeau de droite il faut distinguer différents référentiels :
— du point de vue de A la durée est donnée par la quantité h(OA) du paragraphe 1.b : $c^2.[\text{durée OA}]^2 = -\,h(OA)$,
— du point de vue de l'autre jumeau nous devons ajouter les durées associées à OB et à BA :

$$c^2.[\text{durée OB}]^2 = -\,h(OB)\ ,$$
$$c^2.[\text{durée BA}]^2 = -\,h(BA)\ .$$

Pour comparer les résultats, le plus simple est de faire intervenir le point *a* du trajet OA tel que *a* et B soient *simultanés* du point de vue du jumeau de gauche. Les vecteurs OA et *a*B sont alors "orthogonaux" et des considérations immédiates de signe montrent que le "temps propre" de O*a* est *plus court* que le temps propre de OB et que le temps propre de *a*A est *plus court* que le temps propre de BA ...

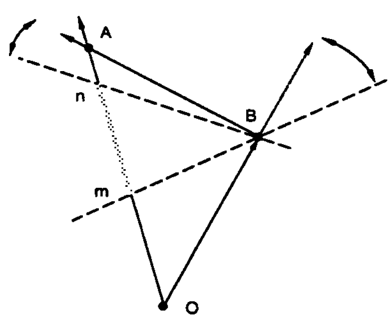


fig. 20

Si cela n'est pas jugé suffisamment convaincant, on peut aussi chercher à comprendre où est passé un tel écart de temps (du moins une partie) en considérant cette fois ce qui se passe du point de vue du jumeau de droite : dans la première partie OB de son parcours celui-ci est attaché à un référentiel tel que, lors de *l'arrivée* en B, ce soit l'événement *m* de la vie du jumeau de gauche qui soit simultané avec B. Mais le jumeau de droite change alors de référentiel pour effectuer la fin BA de son trajet, si bien que, au *départ* de B, il se trouve brutalement que c'est l'événement *n* de la vie du jumeau de gauche qui est simultané avec B. Ainsi la rupture de direction en B entraîne que toute la partie *mn* de la ligne de vie du jumeau de gauche est occultée dans la durée de vie du jumeau de droite.

Cet exemple est en fait l'obstacle majeur de la relativité car il enlève tout espoir que les phénomènes de retard des horloges soient dus à de seuls effets de perspective : les référentiels des deux jumeaux ne sont pas équivalents, celui du jumeau de gauche est un référentiel "galiléen" alors que celui du jumeau de droite présente une discontinuité en B (*). Les polémiques qui ont suivi cet exemple sont nombreuses et l'attitude d'un Bergson est particulièrement intéressante du point de vue de l'épistémologie. J'y reviendrai dans la troisième partie, je voudrais au contraire tenter d'expliquer ici, en raccourci, comment le "paradoxe" des jumeaux permet de comprendre le passage de la relativité restreinte à la relativité générale. [3]

Résumons ce que nous venons de démontrer : *dans un triangle* OBA *la somme des durées propres* t(OB) + t(BA) *est nécessairement plus* ***petite*** *que la durée propre* t(OA) . Nous allons étendre ce résultat à la comparaison de deux trajectoires du type de celles de la figure 21 dans laquelle le "jumeau" de droite effectuerait un mouvement plus "lisse" que dans l'obus spatial précédent...

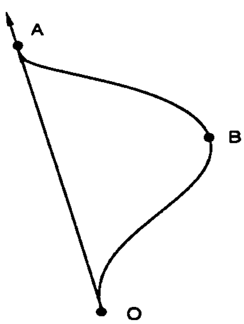


fig. 21

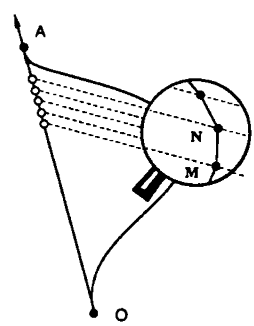


fig. 22

Pour calculer le temps propre associé à la trajectoire de droite l'idée est de regarder la ligne courbe comme une succession de segments et d'ajouter les "longueurs" t(MN) de chacun de ces segments. Cela revient en d'autres termes à **intégrer** les durées obtenues dans un référentiel **mobile** qui suit les changements de direction de notre trajectoire. En comparant pas à pas les durées infinitésimales t(MN) à leurs projections sur la ligne OA (cf. fig. 19), il est

* On notera par exemple que pour le jumeau de gauche il est possible de suivre, grâce au feuilletage associé, tous les instants de la vie du jumeau de droite alors que ce n'est pas le cas de celui associé au jumeau de droite...

alors facile de voir que la durée propre totale associée à la trajectoire de droite sera plus **petite** que la durée propre du trajet rectiligne OA. On peut aussi s'en rendre compte en réitérant pas à pas le décalage des simultanéités vues de la trajectoire courbe en chacun de ses points N (cf. fig. 20) :

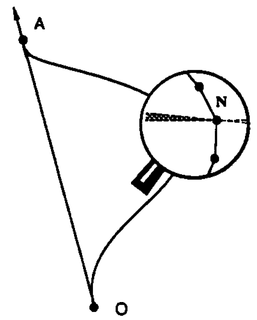


fig. 23

Nous aboutissons ainsi à une caractérisation des trajectoires rectilignes (c'est-à-dire des référentiels galiléens) en géométrie de Minkowski qui est tout à fait analogue à la caractérisation des droites en géométrie classique comme "plus court chemin joignant un point à un autre". Toutefois, elle sonne un peu comme un principe de plaisir : « *dans l'espace-temps de la relativité restreinte, les référentiels galiléens correspondent aux lignes de vie qui assurent la plus* ***grande*** *durée pour aller d'un événement à un autre* » ...

La mécanique retrouve ainsi un *principe de maximum* semblable au principe de moindre action qui suffit à exprimer l'essentiel des lois de la cinématique. Mais il convient aussi d'aller plus loin et de revenir sur la philosophie même qui était à la base de l'introduction de la notion de repère galiléen, où les lignes droites de l'espace-temps n'étaient en fait rien d'autre que les trajectoires "naturelles" des objets "libres d'influences extérieures". Il apparut alors légitime à Einstein de considérer qu'en présence d'un champ de gravitation les trajectoires "naturelles" n'étaient autres que *les trajectoires des corps soumis à ce seul champ*... Nous aboutirons alors à la formulation suivante : « *On doit considérer que les trajectoires qui donnent la plus grande durée pour joindre un événement à un autre sont les trajectoires des corps soumis à des champs de gravitation* ». Ce nouveau postulat (qui est en définitive celui de la relativité générale) nous entraîne alors vers la notion de **géodésique tracée sur un espace-temps**.

Celui-ci va se mettre à ressembler à une surface courbée (mais de dimension 3+1), sur laquelle les calculs devront en permanence faire appel à la technique du **repère mobile** et où les postulats géométriques seront choisis pour que les géodésiques ressemblent aux trajectoires fournies par les **lois de la gravitation**. Mais on assiste surtout à une nouvelle rupture pratiquement indispensable dans la géométrie de l'espace-temps et que je ne peux malheureusement vous dessiner que dans le cas de la dimension 1+1 :

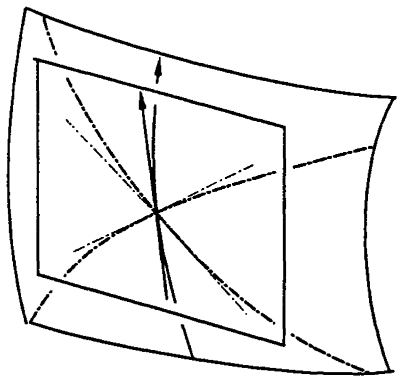


fig. 24

Il nous faut désormais faire appel à un espace-temps qui soit éventuellement "courbe" et que l'on doit de plus dissocier *en chaque point* de son espace tangent muni, quant à lui, de la géométrie de Minkowski que nous considérions jusqu'ici.

Avant de revenir plus en détail dans la troisième partie sur l'aspect épistémologique de toutes ces questions, nous allons tout d'abord nous reporter aux alentours de l'année 1905 pour tenter de comprendre le point de vue de Poincaré sur les changements introduits par cette "physique nouvelle"...

2.b. Le mystère Poincaré

Tout en faisant la part des choses (*), il convient de s'arrêter sur une question qui n'est pas tout à fait innocente : « Comment se fait-il que Poincaré n'ait jamais donné l'impression de mesurer la portée philosophique des bouleversements conceptuels entraînés par une théorie aussi "révolutionnaire", théorie dont on peut pourtant considérer à juste titre qu'il est le cofondateur ? ». La lecture de son article fondamental *La dynamique de l'électron* [DDE], comme celle des conférences données dans les années qui suivirent, laisse en effet un curieux sentiment. D'une part, Poincaré semble avoir mesuré un grand nombre des conséquences de la relativité mais, d'autre part, il ne laisse pas de donner à entendre qu'en définitive la

* Le paradoxe de Langevin n'a été énoncé qu'en 1911 et la relativité générale n'a été mise au point qu'entre 1916 et 1922. Poincaré est mort en 1912.

portée de tels changements est plus réduite que certains ne voudraient le penser...

C'est d'ailleurs peut-être là une des explications du fait que l'on attribua plus à Einstein la paternité de la découverte de la relativité restreinte, alors même que Poincaré semble plus avancé que celui-ci en 1905 : d'abord il parvient aux transformations de Lorentz par une voie moins heuristique qu'Einstein (dans la mesure où il met au clair leur lien avec les équations de Maxwell), ensuite il démontre que ces transformations sont les seules qui peuvent convenir et énonce clairement le caractère géométrique du groupe de Lorentz comme groupe fixant la géométrie de l'espace-temps. Enfin il développe directement une théorie de la gravitation qui fait penser de très près à la relativité générale ! (**)

Habituellement, le premier reproche à l'encontre de Poincaré réside dans le fait qu'il « n'aurait pas aperçu la remise en cause de la simultanéité ».

Dans une certaine mesure la critique paraît légitime, car il est vrai qu'il ne semble pas avoir mis le phénomène en avant. On peut cependant douter qu'il n'ait pas perçu la plupart des propriétés dues à la géométrie induite par le groupe de Lorentz. D'ailleurs, s'il est vrai qu'il n'a pas signalé la géométrie de Minkowski sur l'espace-temps au sens où je l'ai exposée dans la première partie, il n'en reste pas moins qu'il utilise dans [DDE] l'invariance de la forme quadratique h(OM) par le groupe de Lorentz. D'autre part il avait insisté sur la difficulté de synchroniser les horloges dès avant 1900, et il expose clairement la question de la contraction apparente des longueurs en notant que les longueurs doivent être mesurées à partir du temps que met la lumière pour les parcourir, ce qui revient à tenir compte du choix du supplémentaire de simultanéité dans l'espace-temps.

A tous ces niveaux, les arguments contre Poincaré semblent peu clairs et discutables alors qu'on peut sans aucun doute lui faire crédit d'une lucidité assez grande sur les conséquences géométriques du groupe de Lorentz...

A l'inverse, et dans une certaine mesure, il serait aisé de remarquer que Langevin se trompait en justifiant le retard des horloges à partir de l'effet Doppler, ou qu'Einstein lui-même n'évitait pas toujours la critique en expliquant les célèbres exemples de trains à partir d'une superposition de repères comme ceux qui sont représentés sur la figure 25 : l'ambiguïté devient alors telle au niveau des

** Il ne s'agit pas de la théorie retenue aujourd'hui : la masse au repos n'est égale à la masse gravifique qu'à l'ordre 2. D'autre part les idées de Poincaré ne vont pas jusqu'au passage à une géométrie riemannienne.

simultanéités liées à chaque référentiel que les explications qui sont censées être données par le schéma sont inaccessibles à la plupart des lecteurs...

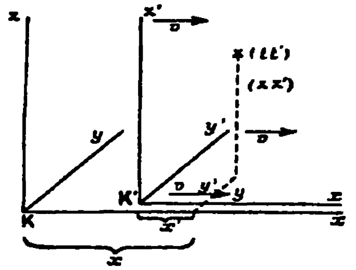


fig. 25

Mais on retrouve là un phénomène courant à propos de la structure de l'espace-temps : il est particulièrement difficile de se représenter les images liées à la géométrie de Minkowski (cf. fig. 14) et, plus encore, de les communiquer. On pourrait presque faire à tous ceux qui s'y sont risqués le reproche que l'on réserve bizarrement à Poincaré de « considérer inconsciemment qu'il existe en réalité *un* référentiel privilégié et que celui-ci n'est autre que le référentiel lié à la personne qui parle » ! Cela tient à de nombreux aspects plus ou moins significatifs de l'importance de l'obstacle, tant au simple niveau du langage utilisé par les physiciens qu'à un niveau quasiment psychanalytique lié au principe même de relativité. Considérons par exemple une phrase aussi commune que celle-ci : « la masse d'un objet dont la vitesse s'approche de celle de la lumière tend vers l'infini ». Elle n'a en réalité de sens que *par rapport à un référentiel donné* et ne fait allusion qu'à la masse "observable" de l'objet qui se déplacerait vis-à-vis de ce référentiel. En revanche, du point de vue de l'objet lui-même (qui peut toujours être considéré comme le centre d'un référentiel) la vitesse, grande ou petite n'a aucun sens : il n'est pas à une vitesse plus ou moins proche de celle de la lumière, c'est-à-dire que sa "ligne de vie" dans un schéma comme celui-ci :

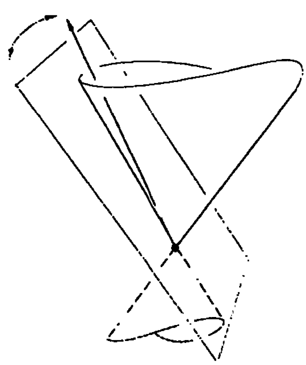


fig. 26a

est strictement équivalente (via — précisément — une transformation de Lorentz correctement choisie) à celle de celui-là :

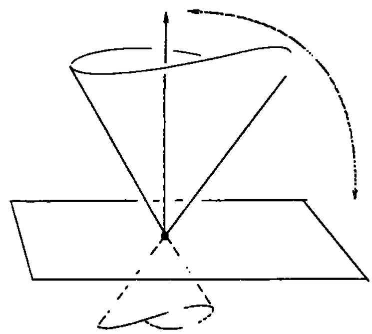


fig. 26b

Mais rien n'interdit de *penser* qu'il existerait un référentiel privilégié du type précédent, *inaccessible à l'expérience* et dans lequel on pourrait rapporter systématiquement toutes les situations :

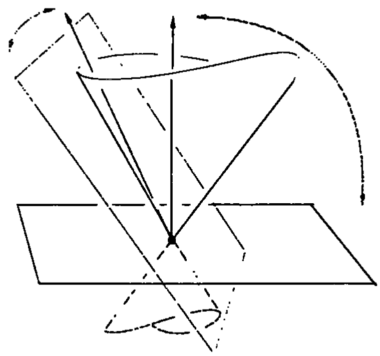


fig. 26c

Force est bien de reconnaître aux physiciens une certaine tendance à donner cette impression dans la mesure où ils expriment toujours leurs résultats dans un référentiel précis, mais qui reste souvent implicite. Force est aussi, peut-être, de noter l'ambiguïté avec laquelle Poincaré lui-même énonça son "postulat de relativité" en parlant de « l'impossibilité de mettre en évidence expérimentalement le mouvement absolu de la terre ». Tout le problème est en effet dans cette formulation qui peut engendrer deux interprétations : y a-t-il *un mouvement absolu* qui nous serait inaccessible ? y a-t-il un *non sens* à parler de mouvement absolu ?...

Je vous laisse évidemment méditer sur cette exégèse inachevée. Je voudrais terminer ces quelques remarques par un dernier point concernant les idées de Poincaré et touchant à la notion "d'éther". Cet "éther" qui fut introduit, comme l'on sait, pour servir de support au champ électro-magnétique passe pour avoir été détrôné par la théorie de la relativité restreinte. Il est clair en effet que les contractions de longueurs de ce milieu, qui permettaient d'expliquer la constance de la vitesse de la lumière, devinrent inutiles dans la géométrie de Minkowski et que l'existence même de l'éther devint contradictoire avec l'inexistence d'un "feuilletage" particulier de l'espace-temps.

Or, paradoxalement, Poincaré semble être resté très attaché à cette notion d'éther dans toutes les années qui suivirent sa découverte des transformations de Lorentz.

Nous touchons ici à une question fondamentale qui présente des aspects forts complexes. Elle ne peut évidemment être séparée de la philosophie même de Poincaré vis-à-vis de ce que nous rattacherions aujourd'hui à la notion de "modélisation" scientifique mais il y aurait une bonne part d'anachronisme à ne considérer la question que sous cet angle. D'abord c'est au contraire la révolution de la relativité et des découvertes qui suivirent qui ont conduit le discours actuel à parler de "modèles", dans des acceptions d'ailleurs assez variables, et dont il ne convient qu'avec prudence de faire remonter l'origine à la philosophie de Poincaré. Ensuite une analyse précise de la notion physique et mathématique d'éther *avant* et *après* 1905 pourrait bien nous amener à ne pas considérer le problème comme résolu par le seul fait de l'introduction de la géométrie de Minkowski...

Je voudrais précisément tenter, dans la troisième partie, d'éclairer certains points de cette question sous un angle plus épistémologique, en relation avec l'introduction de la théorie de la relativité générale.

Troisième partie : Relativité et épistémologie

On peut concevoir l'épistémologie de bien des manières, et les exemples ne manquent pas, suscités d'ailleurs avec une particulière acuité par la théorie de la relativité elle-même, qui partagea les philosophes entre l'éloge de la rationalité absolue ou, à l'inverse, la fascination pure face à une invention considérée comme révolutionnaire...

De façon plus générale, il est clair que les réflexions sur l'évolution du savoir se doivent à tout le moins de lire et de comprendre l'histoire des sciences au travers de ses évolutions les plus importantes, de ses hésitations, de ses thèmes sous-jacents, pour ne pas dire "de ses franchissements d'obstacles"... Sans chercher à imposer ici un regard univoque, j'aimerais m'arrêter plus longuement sur une question soulevée par Poincaré lui-même dans "La dynamique de l'électron" et qui me semble énoncer le seul problème fondamental de l'épistémologie :

> Nous ne pouvons pas nous contenter de formules simplement juxtaposées et qui ne s'accorderaient que par un hasard heureux ; il faut que ces formules arrivent pour ainsi dire à se pénétrer mutuellement. L'esprit ne sera satisfait que quand il croira apercevoir la raison de cet accord, au point d'avoir l'illusion qu'il aurait pu le prévoir.

On aura compris que c'est là la vraie question du "comprendre"... et j'aimerais défendre l'idée que, pour les mathématiciens — et surtout pour les géomètres —, le phénomène de "compréhension" (de l'"illusion du prévoir") passe par ce que l'on pourrait appeler des "dépassements de stades du miroir", correspondant à "des mises en abîme" successives, permettant de changer notre regard sur les choses.

3.a. La notion de mise en abîme

Racontée aux enfants, l'histoire de notre "modélisation" géométrique du monde pourrait sans doute se résumer ainsi : « Tout a commencé vers quartorze cents avec les peintres italiens de la Renaissance... ». Avant le quinzième siècle, en effet, les artistes qui concevaient les vitraux de nos cathédrales ou les fresques de nos églises ne représentaient guère le monde comme nous avons pris l'habitude de le voir aujourd'hui. Pour eux, l'échelle de valeurs primordiale était fondée sur la théologie et ils trouvaient par exemple tout à fait naturel de représenter l'agneau pascal — dont la "taille" sacrée était indiscutable — beaucoup plus grand que les œuvres humaines qui l'entouraient...

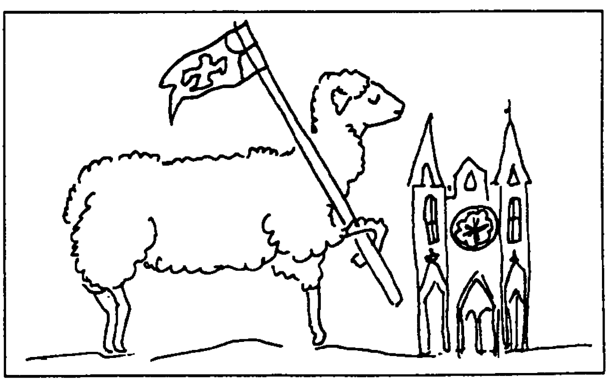


fig. 27

Mais estimant sans doute, d'une certaine manière, que "cela faisait un peu désordre", les peintres florentins s'intéressèrent au problème. Ils mirent un mouton en pleine nature (cf. fig. 28) et l'observèrent

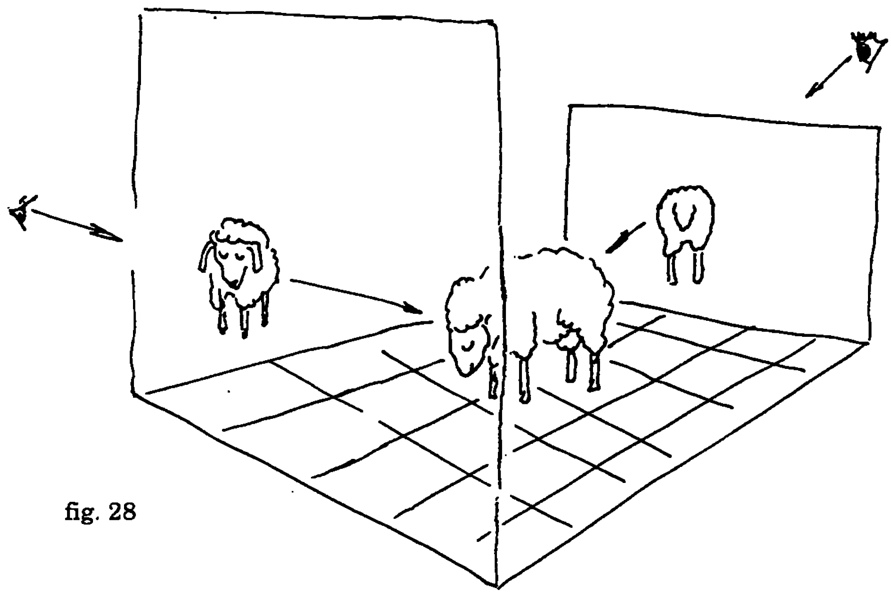


fig. 28

sous toutes les coutures... Ils découvrirent ainsi ce que l'on appelle désormais les *règles de la perspective* et leurs œuvres prirent peu à peu l'allure des tableaux "réalistes" que l'on connaît aujourd'hui...

Au fond, les changements de hiérarchie induits par la diminution apparente des longueurs avec l'éloignement ont dû les placer devant un monde "absurde" par rapport aux valeurs antérieures et ont certainement constitué une révolution analogue à celle que nous étudions avec la relativité. Mais nous reviendrons sur ce point... Chemin faisant, les peintres ne se contentèrent pas de considérer ce qu'ils voyaient sur la "fenêtre" constituée par le tableau, ils cherchèrent aussi à comprendre *ce que les autres voyaient* à partir de leur propre "fenêtre"... C'est de cette façon qu'ils furent confrontés à un problème de géométrie très difficile : se regarder en train de regarder. Ce problème ne fut véritablement résolu qu'à partir de 1600 sous la forme qu'on lui connaît de nos jours : la géométrie du monde se mettait à ressembler à la géométrie des Anciens !

Comme l'on sait, cela tombait particulièrement bien pour démarrer le XVIIème siècle car les planètes s'accordèrent aussi pour suivre des trajectoires qui ressemblaient à s'y méprendre aux sections coniques d'Euclide, Archimède et Apollonius ; et même la chute des corps se fit un malin plaisir d'obéir à une règle des vitesses qui était déjà contenue dans les propriétés de la parabole... C'est donc ainsi que l'on arriva à une "modélisation du monde" telle que celle que j'ai décrite dans la première partie.

Seulement l'histoire ne s'arrête pas là et, comme nous l'avons vu, quelqu'un, à la fin du XIXème siècle, considéra la figure 28 et déclara : « Attention ! tout cela est très bien, mais vous avez oublié de tenir compte de la vitesse de la lumière... » Et nous savons même — puisque c'est cela qui nous occupe — qu'il ne le disait pas à la légère : il parlait de "La" vitesse de la lumière ! Elle ne pose évidemment aucun problème s'il ne s'agit que de renverser le sens des flèches de la figure 28, mais comme nous l'avons vu elle interdit au mouton d'atteindre lui-même cette vitesse... Cela n'a sans doute rien de gênant de son point de vue car on a rarement vu un mouton chercher à dépasser les trois ou quatre kilomètres à l'heure, mais cela introduirait une contradiction insoluble si le mouton se déplaçait à une vitesse proche de celle de la lumière vers l'un des deux observateurs : que verrait l'autre et comment l'addition des vitesses serait-elle respectée ? Bref : la géométrie du monde s'est mise à ressembler à la géométrie de Minkowski et, juste un peu plus tard, elle s'est mise à ressembler à la géométrie de Riemann au travers des nécessités imposées par "l'espace-temps-matière" d'Einstein et Hermann Weyl...

Ce simple résumé suffit je pense à faire sentir les "mises en abîme" — les "reculs" si l'on préfère — qui ont été nécessaires à chaque stade pour progresser. Et si j'ai parlé plus haut de "stade du miroir" ce n'est que pour préciser le type de "progression" à faire et qui consiste à tenter de prendre en compte non seulement les "images" ou les "informations" que l'on reçoit du monde mais aussi à comprendre leur "relativité" et la façon dont se structurent les diverses possibilités.

Evidemment, je faisais aussi un peu allusion à ce que Lacan appelle plus précisément "stade du miroir" pour désigner, dans la structuration de la personnalité, la phase où l'enfant commence à se reconnaître dans un miroir et parvient peu à peu à se concevoir comme étant en train de se regarder. Je voudrais cependant insister sur un point important relatif à la nature de ce qu'il nous faut considérer *en géométrie* comme un dépassement, comme une "mise en abîme". Un exemple cher à Lacan est celui du « problème du roi et des condamnés...» que je simplifierai et résumerai de la façon suivante : « Un roi, juste et généreux, convoque deux condamnés à mort et leur dit : voilà, j'ai décidé aujourd'hui de grâcier le plus intelligent de vous deux. Mais pour savoir lequel de vous deux doit être sauvé j'ai ici deux disques blancs et un disque noir et je vais vous en fixer un à chacun dans le dos. Ainsi chacun pourra apercevoir la couleur du disque porté par son collègue sans connaître la couleur de celui qu'il porte... Alors celui de vous deux qui trouvera en premier la couleur de son propre disque sera grâcié... ». Vous connaissez sans doute le problème. Il est posé d'habitude de manière plus compliquée avec trois condamnés, deux disques noirs possibles et trois disques blancs. Ce qui intéressait Lacan dans le problème et sa solution pourrait s'appeler "principe de relativité", ou mieux : "utilisation habile du principe de relativité". La solution est en effet la suivante : si vous êtes confrontés au problème et que votre collègue porte un disque noir il n'y a évidemment plus de problème : votre disque est blanc ! La question se pose simplement si vous apercevez un disque blanc sur le dos concurrent, puisqu'alors votre disque peut *a priori* être aussi noir que blanc... Mais vous *devez* alors vous dire : « si mon disque était noir, mon collègue ferait le raisonnement précédent et saurait que son disque est blanc ! » Dès lors il ne vous reste plus qu'à conclure de son absence de réaction que votre disque est blanc...

Je vous laisse réfléchir à la solution de la version à trois personnages... Elle repose aussi sur une "mise en abîme" (à trois personnages cette fois) et nécessite de jouer intelligemment avec plusieurs "référentiels", c'est-à-dire ici de trouver un chemin astucieux pour passer d'un "feuillet" à un autre parmi les points de vue des protagonistes. Mais si c'est précisément ce cheminement quelque peu acrobatique entre le regard du Soi et le regard de l'Autre sur une situation qui fascinait Lacan, il nous faut bien comprendre ici que ce genre de "mise en abîme" ne satisfait pas vraiment le mathématicien. Pour lui, la "vraie" solution est ailleurs. Elle repose dans le fait de trouver un "vrai" passage reliant les référentiels — les feuillets que j'évoquais précédemment — et un passage qui assure une vision "globalisante" sur la question...

Ainsi, pour le problème des condamnés et des disques, la solution vraiment astucieuse repose sur le décret suivant : « du moment que le roi est juste et bon il ne peut pas introduire une différence entre les prisonniers et privilégier l'un ou l'autre en lui donnant la possibilité de savoir avant l'autre... » Dès lors les prisonniers n'ont même pas besoin de regarder le disque de leur concurrent : il *faut* que les disques soient tous deux blancs !

En d'autres termes, la solution repose cette fois sur la mise en évidence des symétries, des invariants ou simplement des *lois* qui gouvernent le problème... Ce faisant, les mathématiciens introduisent un autre "passage" — un *cusp* joignant les *feuillets* entre eux — et qui donne sur le problème une véritable mise en abîme... La question pour l'épistémologue est de reconnaître la nature profonde de tels "courts-circuits" et de leur agencement dans le cadre de ce que l'on pourrait appeler le "progrès" scientifique.

La nature de ces raccourcis est cependant assez variable : pour le physicien c'est plutôt un *principe* (comme par exemple le principe d'inertie ou le principe de la relativité), mais pour le mathématicien c'est quelque chose de plus compliqué : une image, un calcul, un formalisme, une structure, etc., etc. Et il faut bien avouer que, la plupart du temps, le fond même de ces points clés n'est pas loin d'être tout bonnement "incommunicable", tant il suppose d'être initié à des questions ésotériques. A moins — ce qui est loin d'être à exclure... — à moins que les géomètres ressemblent au "petit prince" du conte... qui n'a de cesse de désirer l'image d'un mouton et n'est vraiment satisfait que par l'image représentant un mouton enfermé dans une boîte !

Mais c'est une autre histoire...

Je voudrais surtout vous expliquer ici une difficulté supplémentaire : les mathématiques sont vraiment quelque chose de compliqué car, en vérité, il est bien rare que l'on n'ait affaire qu'à des "cusp" isolés. Au contraire les problèmes difficiles font appel, la plupart du temps, à des résolutions qui exigent la constuction simultanée et astucieusement combinée de deux ou trois *cusp*...

3.b. Le syndrome Copernic

Il serait aisé de voir dans la comparaison entre la mise en place du "modèle" euclidien de l'espace à trois dimensions à partir du quattrocento d'une part, et la découverte de la géométrie de Minkowski sur l'espace-temps d'autre part, une analogie frappante.

Dans les deux cas, il s'agit en effet de "reconstituer" une structure globale à partir de visions partielles :
— connaissance des règles gouvernant la vision sur une fenêtre en fonction de la position de l'observateur sur un axe transverse à celle-ci, pour ce qui est de la perspective,
— connaissance des règles régissant les rapports entre l'axe des temps et l'espace dans chaque référentiel, pour le cas de la relativité restreinte.

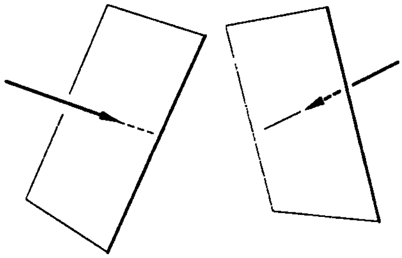


fig. 29

Malheureusement une telle analogie relèverait quelque peu d'une "épistémologie fiction". C'est au fond celle que j'ai utilisée "didactiquement" dans cet exposé, mais elle ne correspond pas à la progression historique sur la question. S'il s'agit de mener un parallèle plus convaincant entre ces deux découvertes, il me semble que la comparaison réside plutôt dans une "structure" des obstacles en termes de "types" des difficultés surmontées.

Revenons d'abord un instant sur les années 1400-1600 que je viens de résumer en disant que les peintres de la Renaissance avaient inventé la géométrie de l'espace. Cela avait l'air simple (et il faut bien dire qu'aujourd'hui l'explication des règles de la perspective fait partie de la géométrie élémentaire) mais cela n'était absolument pas simple. Il y a en effet une énorme différence entre dire : « Voilà : l'espace c'est ceci, et on fait comme cela pour le représenter en perspective... » et le fait d'avoir à inventer les règles géométriques qui, en fin de compte, gouvernent l'espace, à partir des quelques "trucs" qui permettent de donner des représentations relativement "exactes" des objets de cet espace. Il faut bien savoir que les choses ne se sont pas faites simplement, et qu'en fait elles se sont — pour ainsi dire, *nécessairement* — faites à l'envers des explications que l'on pourrait trouver aujourd'hui... Ainsi, dans la figure 28, il est clair que ce n'est pas le mouton qui doit retenir notre attention, mais le carrelage ! et que ce sont en réalité les règles de représentation de ce carrelage qui ont permis d'asseoir les débuts de la perspective jusqu'au XVIème siècle :

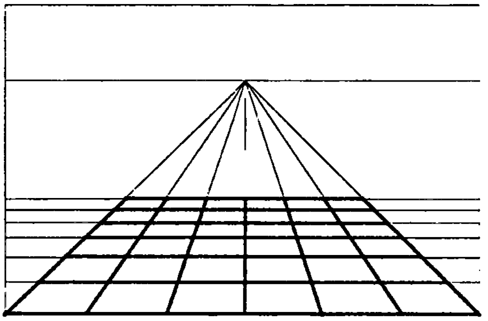


fig. 30

Mais c'est précisément la difficulté de cette représentation (surmontée par Alberti) qu'il convient d'analyser. Il s'agit d'un problème complexe qui demandait de trouver :
— la règle traduisant les égalités de longueurs parallèles au plan du tableau,
— la règle traduisant la diminution progressive en fonction de la distance,
— la mise en harmonie de ces deux règles, de façon à obtenir la construction du point de fuite central.

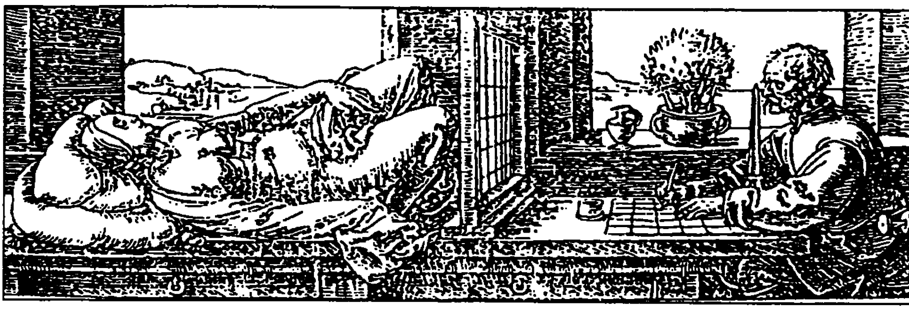
Bien entendu, il s'agit là, à chaque fois, de "mises en abîme" indispensables, et c'est, à mon avis, en ce sens que l'on doit comparer "l'étape Alberti" à l'étape "relativité restreinte", dans la mesure où cette dernière a justement consisté à opérer, de façon analogue, une synthèse entre deux difficultés concomitantes : celle du temps et celle de l'espace [4]. Pour le dire autrement : la mise en évidence des transformations de Lorentz (ou de la géométrie de Minkowski) serait le pendant des règles d'Alberti en matière de représentation d'un carrelage frontal sur le tableau...

Il ne faut par ailleurs pas croire que la découverte des règles de la perspective au quattrocento mettait un point final au problème de l'espace. Il a fallu en vérité attendre 1600 pour que le problème soit partiellement résolu (en matière de géométrie des plans et des droites obliques par rapport à l'observateur) et toutes les difficultés analytiques ne le furent qu'au début du XIXème siècle. Bien au contraire : la période qui s'ouvre dès le milieu du XVème et conduit au début du XVIIème siècle est particulièrement intéressante au regard de l'épistémologie car elle présente un curieux mélange de connaissances intuitives et d'absence de maîtrise mathématique qui va nous obliger à observer en parallèle deux phénomènes liés dialectiquement : d'une part les prémices d'une nouvelle mise en abîme et d'autre part les manifestations d'un stade du miroir particulièrement difficile à dépasser.

Tout s'est joué, en quelque sorte, au XVIème siècle...

L'espace pictural — disons, en simplifiant, "classique" — n'est pas né seulement de la découverte de la perspective et les primitifs du quattrocento étaient certainement plus proches de l'espace "moral" des siècles antérieurs. La "mise au carreau" contribuait plus à produire des œuvres fondées sur une nouvelle forme symbolique (au sens d'un Panofsky) qu'à rendre une hypothétique vérité de l'espace : les sujets en sont encore essentiellement religieux, les "cités idéales" sont beaucoup plus des décors de théâtre que des vues architecturales et la systématisation d'un unique point de fuite central confère inconsciemment à la plupart des compositions une structure convergente, où il n'est pas difficile de reconnaître la présence divine du créateur. Et il ne faut d'ailleurs pas s'y tromper : ce "point" de concours des lignes du tableau n'est autre que la projection sur la toile de l'œil du peintre ou du spectateur.

La sortie de ce "stade du miroir" attendra le début du siècle suivant, à partir duquel les artistes commenceront à se "considérer en train de peindre" et réussiront peu à peu à représenter tout à la fois le regard du peintre, son sujet et sa toile (cf. fig. 30, Dürer 1538). Mais elle demandera rien moins qu'un siècle avant d'aboutir à une connaissance géométrique de "l'espace" suffisante pour maîtriser tous les problèmes techniques inhérents à ce genre de "mise en abîme". Progressivement, les œuvres s'affranchiront du carcan dans lequel les avait enfermées la fenêtre d'Alberti et les artistes vont peu à peu découvrir leur liberté vis-à-vis d'un espace formel pour fig. 31



s'aventurer vers une représentation plus "réaliste" du monde profane qui les entoure, au détriment du monde sacré qui les habitait jusque-là. Cela ne s'est évidemment pas fait en un jour et les œuvres du cinquecento resteront encore fortement marquées des stigmates des conventions anciennes (notamment au travers de ce que l'on a pu appeler le maniérisme) et n'échapperont pas aux "erreurs de perspective" dans les compositions délicates (particulièrement au niveau de la gestion des ombres et des lumières). Mais nous sommes indéniablement ici en présence du "deuxième stade" de la révolution qui s'est opérée à l'époque de la Renaissance en matière de vision — et peut-être de création... — d'un monde nouveau.

Il ne me semble pas que ce soit un hasard si, parallèlement à cette volonté singulière de "mise en abîme" picturale, s'est produit, dans un domaine proprement scientifique, un des plus grands bouleversements sur l'idée des rapports que l'homme entretient avec l'univers : la "révolution copernicienne", c'est-à-dire la première mise en doute sérieuse du dogme de Ptolémée qui voulait que la terre soit le centre de l'univers. Il n'est pas difficile en effet de mesurer l'importance de cette idée inconcevable qui fit brusquement de l'homme le passager d'un simple vaisseau, comparable aux autres planètes, et tournant autour du soleil. Il est tout aussi évident que ce "détachement" ne peut guère être justifié autrement que par cette attitude nouvelle de toute une époque intellectuelle qui se trouvait engagée dans un tel phénomène de prise de recul vis-à-vis de ses rapports au monde. Je reviendrai plus loin sur le poids indiscutable d'une telle prise de position scientifique (il suffirait d'ailleurs de rappeler les ennuis d'un Galilée...), même s'il est possible de relativiser quelque peu la portée exacte (difficile à préciser) des idées de Copernic lui-même, partagé sans doute entre un héliocentrisme pur et simple et une plus moderne prise de recul sur la complexité des mouvements cosmologiques. Il n'y aurait là, en définitive, que la marque d'une époque "en avance sur son temps" et les hésitations sont d'autant plus concevables qu'elles suivent un parallèle assez fascinant avec les autres domaines de la pensée. De même qu'il faudra attendre Kepler pour mettre au net les idées d'un Copernic, il semble qu'il faille attendre un Velasquez pour traduire sur sa toile le dépassement du "stade du miroir" et la maîtrise parfaite de la "mise en abîme" picturale... fig. 32.

Velasquez. *Les Ménines*, 1656.

Tableau destiné au bureau du roi. La scène représente l'infante et ses suivantes venues perturber une séance de pose pour un portrait du couple royal par Velasquez.

Portrait de l'infante ? Auto-portrait de l'artiste ? Anti-portrait des monarques ? La composition repose sur un formidable jeu de miroirs imbriqués entre le peintre et son image, le couple royal et son enfant, la toile invisible et son sujet qui peut être deviné par le reflet dans la glace située au fond de la pièce... Le tableau ne serait sans doute que cela s'il n'y avait le mystérieux personnage de l'arrière-plan, figé dans la contemplation de cet étrange dialogue entre le peintre et son modèle. Ultime clin d'œil au jeu des reflets, il est situé en réalité à l'aplomb du spectateur virtuel par rapport à la toile. Dès lors, sa présence devient emblématique de la "mise en abîme" qui s'opère nécessairement dans l'esprit du spectateur : il assiste, lui aussi, à une scène qui ne le concerne pas et il ne lui reste plus qu'à se demander si le reflet du miroir du fond est celui qui est perçu par les modèles situés face à la toile, ou s'il s'agit du tableau invisible, indiscrètement découvert à un spectateur qui serait un peu décalé vers la droite.

3.c. Vers l'espace-temps de la relativité générale

Si la "pensée littéraire" semble ainsi se chercher de savantes synthèses architecturales entre les points de vue possibles sur une question, il n'en va pas exactement de même, comme je le laissais entendre plus haut, pour la pensée scientifique. On aura cependant compris, je l'espère, que ce que je voulais entendre en parlant de la "mise en abîme de l'espace" recouvrait, pour les géomètres, la maîtrise de sa structure à trois dimensions, suffisante à elle seule lorsqu'il s'agit de rassembler tous les phénomènes qui mettent en jeu un sujet et un observateur.

En admettant désormais que l'invention de la relativité restreinte corresponde effectivement à un stade semblable à celui du quattrocento par rapport à l'invention de l'espace, il nous reste à analyser la manière dont va se modifier ensuite la vision de l'espace-temps — parallèlement à la mise en abîme effectuée au XVIème siècle — pour parvenir à un "modèle" plus global, tenant compte des limites de la géométrie de Minkowski. Comme je l'ai signalé dans la deuxième partie, on peut penser que le "paradoxe des jumeaux" constitue la pierre d'achoppement essentielle du problème, que ce soit dans la question soulevée par la relativité du temps, ou que ce soit au travers de la nécessité de prendre en compte des *référentiels mobiles*.

S'il en était besoin, les critiques de Bergson à l'encontre de l'exemple signalé par Langevin en 1911 nous fourniraient une illustration quasiment idéale du phénomène de type "stade du miroir" qui marqua les réticences à l'égard des idées nouvelles. Quels sont en effet les arguments du philosophe qui lui permettent, pense-t-il, de *prouver* que les deux jumeaux finiront leur voyage avec le même âge ? Il s'agit de rien de moins que d'un *dédoublement* de l'observateur (tantôt resté immobile, tantôt voyageant dans le repère mobile) et de l'affirmation d'une *symétrie absolue* des regards que chacun d'eux peut porter sur la course apparente de l'autre. Or s'il est vrai que cette symétrie existe *pour la pensée*, il n'en reste pas moins que *physiquement* les référentiels considérés ne sont pas équivalents, pour la simple et bonne raison que la théorie de la relativité a été conduite *à faire la différence* entre certains types de référentiels... Ainsi, alors qu'il avait parfaitement compris les premières conséquences des axiomes initiaux, Bergson se perdit dans une interprétation erronée de ces mêmes axiomes, et ceci à partir du moment où ils touchaient à une idée admise trop forte pour ne pas contaminer inconsciemment sa démonstration. Une lecture partiale du *principe de relativité* lui offrait la possiblité de jouer sur son interprétation et de se montrer "plus relativiste" encore que les relativistes eux-mêmes !

Quoi qu'il en soit (et Bergson n'est pas le seul à s'être laissé enfermer dans le piège) il nous faut maintenant comprendre le *deuxième stade* des idées sur l'univers impliquées par la relativité, c'est-à-dire cette seconde "mise en abîme" rendue indispensable par l'introduction des référentiels mobiles. Mathématiquement, il s'agit d'un problème très difficile qui suppose d'associer à *chaque point* d'une trajectoire (ou "ligne de vie") un repère sur l'espace-temps de Minkowski qui permette à l'objet considéré de mesurer les événements qui l'entourent. Il convient donc en particulier de retenir un axe des temps tangent à la trajectoire et de lui associer "au moment donné" un feuilletage temporaire de tout l'univers. Bien entendu, cette décomposition ne sera valable que pour le point considéré et se modifiera peu à peu en l'accompagnant dans sa course.

Il serait malheureusement aussi vain de tenter d'expliquer la *genèse de l'idée* qui va bientôt s'imposer, qu'il serait illusoire de prétendre savoir *pourquoi* les peintres de la Renaissance inventèrent l'espace à trois dimensions et *comment* ils s'aperçurent que la géométrie des Grecs offrait un outil insoupçonné pour résoudre le problème [5]. Il s'agit, comme je l'ai déjà laissé entendre sur la figure 24, d'un "éclatement" de l'espace-temps qui consiste à "séparer" de celui-ci une infinité d'espaces de Minkowski (un en chaque point), qui vont en quelque sorte donner une autonomie de vie à chaque référentiel local, tout en conservant la possibilité d'être "appliqués" partiellement sur l'univers, de manière à constituer des systèmes de coordonnées curvilignes au voisinage de chacun des points-événements de celui-ci.

Dès lors, l'univers lui-même n'a plus besoin d'une structure aussi "rigide" et on peut imaginer qu'il peut se "courber" selon n'importe quel modèle susceptible de généraliser l'idée que nous avons d'une courbe ou d'une surface en dimension un et deux.

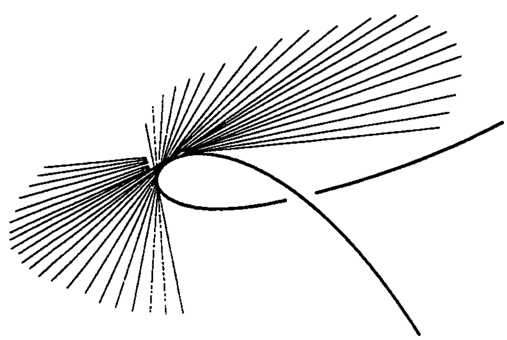


fig. 33

Les seules limitations imposées ne seront pas vraiment de nature géométrique mais devront traduire les lois de la dynamique et de la gravitation : c'est ce que l'on a appelé "l'espace-temps courbe" d'Einstein et dont la première formalisation précise a été exposée par Hermann Weyl en 1918. Sans entrer dans les détails techniques, je préciserai simplement que "l'image" que l'on peut se donner d'un tel objet n'est traduisible qu'au travers d'une énorme généralisation (en dimensions) des objets habituels : il faut en effet partir de l'idée d'une courbe dessinée dans l'espace et munie de toutes les tangentes en ses points (fig. 33). La réunion de toutes ces tangentes forme alors une "variété" de dimension deux, si bien que, dans le cas qui nous occupe la courbe sera remplacée par un espace-temps "déformé" à quatre dimensions auquel il convient d'ajouter des "plans tangents" de dimension quatre, considérés comme disjoints les uns des autres...

C'est là le cadre nouveau des représentations "possibles" du monde auxquelles les physiciens (et les philosophes...) sont confrontés depuis la théorie de la relativité générale. Cette notion mathématique nouvelle s'est précisée au cours du XXème siècle et a pris une importance capitale dans les diverses branches de la géométrie, mais il faut aussi remarquer qu'il ne s'agit là que *d'une partie* d'une réponse éventuelle aux questions relatives à la "forme" ou à la "nature" de notre univers. C'est-à-dire que ce genre de structure ne recouvre pas véritablement un "modèle" unique et qu'il faudrait encore — pour atteindre un degré de réponse équivalent au stade de la géométrie du XVIIème siècle — décider de la forme particulière (fermée, ouverte, en expansion ou non, avec ou sans big-bang, etc., etc.) susceptible de satisfaire les cosmologues de demain. Sans compter que le problème s'est largement compliqué depuis la montée en puissance de la mécanique quantique, allant jusqu'à mettre un terme à nombre des espoirs exprimés par Poincaré dans [DDE] au sujet d'une "unification" des diverses interactions ! [6]

Je terminerai simplement cet exposé en revenant brièvement sur la notion d'éther et sur les questions soulevées à ce propos dans la deuxième partie. Le procès que l'on aurait pu faire à Poincaré au sujet de son attachement à l'éther malgré le passage à l'espace-temps s'éclaire en effet d'un jour un peu différent à partir de la théorie de la relativité générale.

Rappelons tout d'abord que, pour le physicien qu'il était, l'éther n'avait pas grand chose à voir avec les tentatives relativement fantaisistes d'un Kelvin pour en préciser la "nature" et les propriétés incompréhensibles. Il s'agissait au contraire pour Poincaré d'un "milieu indéfini", au sens où les physiciens emploient généralement ce mot pour désigner quasiment n'importe quoi, et aussi au sens où les mathématiciens pourraient baptiser de ce vocable tout "ensemble" dont la nature exacte ne les intéresse pas vraiment. Bref, en tant qu'objet proprement dit, l'éther n'est indispensable que comme un "support mathématique" dans lequel se placer pour parler de telle ou telle notion de "champ". La vraie question à se poser pour savoir ce qu'il pouvait représenter dans l'esprit de Poincaré porte en réalité presque uniquement sur le type de "champ" auquel il s'intéressait, notamment sur le fait de savoir si les champs gravitationnels ou électromagnétiques qu'il manipulait étaient à trois ou quatre composantes et nécessitaient donc, de ce fait, un éther "spatial" (de dimension trois) ou véritablement "spatio-temporel" (et, partant, de dimension quatre). La réponse à cette question est dans l'article [DDE] de 1905 : Poincaré est sans doute le premier à prendre en compte les transformations de Lorentz sur des champs quadridimensionnels...

Mais la question de l'éther va plus loin, surtout au regard de cette dichotomie introduite par la relativité générale entre un univers proprement dit (support de la matière) et tous les espaces tangents vectoriels qu'il est nécessaire de lui associer, en particulier afin de constituer un support pour les "champs" : nous assistons là, en définitive, à une sorte de réincarnation de l'idée primitive d'éther, d'une part dans la mesure où l'ensemble des événements constituant l'espace-temps acquiert une autonomie et, d'autre part, parce que les champs électro-magnétiques sont conduits à se propager dans des espaces qui leur sont réservés... On pourrait penser, en première analyse, que ce "nouvel éther" constitue une révolution par rapport à la notion qui précédait l'introduction de la géométrie de Minkowski. Il convient au contraire de regarder de plus près les propriétés fondamentales de "l'éther de Poincaré" si l'on veut comprendre la portée exacte de tous ces changements. L'essentiel, en effet, dans la pensée de Poincaré, réside dans le fait que les forces à prendre en compte pour justifier les fameuses contractions de l'éther *« peuvent être assimilées à une pression extérieure constante »* et c'est ce qui justifie sans doute dans son esprit de considérer l'éther comme un "fluide", c'est-à-dire comme un milieu sur lequel il convient de calculer comme s'il s'agissait d'un liquide dont l'état serait décrit par la donnée, en chaque point, de vecteurs agissant sur les "éléments de surface". Or, comme l'a fait remarquer Elie Cartan dès 1922, ceci n'est rien d'autre que la donnée d'une *courbure,* au sens de la géométrie attachée aux espaces "courbes" de la relativité générale.

En d'autres termes : le "fluide éther" de Poincaré est le strict équivalent mathématique de l'univers courbe de la relativité générale, à ceci près — et c'est là, essentiellement, la nature de la "mise en abîme" effectuée par Einstein en 1916 —, à ceci près que le fluide de Poincaré est obligé de se cantonner dans une sorte de "contenant" qui n'est rien d'autre qu'un espace-temps géométrique *rigide* ; alors que celui de la relativité générale acquiert la possibilité de quitter toute forme de contenant. C'est plutôt lui qui désormais commande aux espaces tangents permettant de s'y repérer et cette liberté nouvelle va lui conférer la possibilité de prendre des "formes" variées, qu'il conviendra à la cosmologie de tenter de découvrir...

Conclusion

D'une certaine manière, Poincaré s'est laissé enfermer lui aussi dans une sorte de "syndrome Ptolémée" (*) en ne voulant voir la géométrie de l'univers que soumise à l'éventail des possibilités offertes par *les géométries* homogènes, à la façon du programme d'Erlangen. Or c'est précisément vers un éventail de formes beaucoup plus large que s'est orientée la physique avec la relativité, en adoptant plutôt le point de vue de Riemann. Il est curieux d'avoir à constater cette limite chez celui qui aura sans doute le mieux dominé les problèmes de "modélisation" de la physique de son temps et surtout chez celui — si l'on me permet ce dernier jeu avec les mots — qui aura le mieux plaidé dans le sens du "syndrome Copernic" afin de conserver les acquis de la physique galiléenne malgré les résultats négatifs de l'expérience de Michelson.

Cela étant, la question essentielle posée par Poincaré est celle de *comprendre*, c'est-à-dire celle de la *« satisfaction de l'esprit »* et celle de *« l'illusion d'avoir pu prévoir »...* et c'est, à un second niveau, la question de l'épistémologie que de chercher à comprendre ce que peut bien signifier le verbe "comprendre".

Si j'ai tenté, tout au long de cet exposé, de dégager les points essentiels qu'il convenait de *comprendre* en matière de relativité, je me suis aussi efforcé de traduire ce que pouvaient — peut-être — vouloir dire, pour les géomètres, des expressions comme celle de « satisfaction de l'esprit ». On aura senti, je l'espère, que je n'en ai pas cherché le sens dans autre chose que dans une "certaine manière de regarder les choses". Et si, mettant ainsi mon "grain de sel" dans le domaine de l'épistémologie qui devrait sans doute être réservé aux spécialistes, j'ai involontairement bousculé quelques idées admises... permettez-moi de citer, pour conclure, un propos de Feynman qui pourrait indéniablement s'appliquer aussi bien à la physique moderne qu'à l'épistémologie et qui dit à peu près ceci : *la plus grande révolution introduite par la théorie de la relativité est que nous savons désormais... que toutes nos théories sont susceptibles d'être fausses !*

---

* Au sens d'une inclination pour les formes géométriques simples (sphères, cercles, etc.)

Notes.

Les références utilisées ici sont :

[1] *La représentation en perspective comme obstacle épistémologique*. Actes du Colloque Inter-Irem d'histoire et d'épistémologie des mathématiques 1991. Publications de l'Irem de Lyon.

[2] *La notion de «point de fuite» comme obstacle épistémologique*. Actes du Colloque Inter-Irem d'histoire et d'épistémologie des mathématiques 1992. Publications de l'Irem de Brest.

[3] *La «géométrie de l'espace» comme obstacle épistémologique*. Actes du Colloque Inter-Irem d'histoire et d'épistémologie des mathématiques 1994. Publications de l'Irem de Caen.

(1) L'*espace* — ou tout au moins ce qu'il est convenu d'appeler l'espace en physique classique — devient ainsi de dimension géométrique deux. Ceci me permet de dessiner un *espace-temps* de dimension trois, mais évidemment la théorie nécessite un *espace* de dimension trois et un *espace-temps* de dimension quatre qui est malheureusement difficile à représenter... Noter aussi que tous les exemples bien connus de trains permettent, quant à eux, de n'avoir à manipuler qu'un *espace-temps* à deux dimensions. En vérité le problème de la relativité ne fait pas intervenir de façon fondamentale la dimension quatre et se "stabilise" très aisément sur un problème épistémologique à deux "paramètres" : un pour le *temps* et un autre pour l'*espace*. Il devient cependant un problème à quatre "paramètres" lorsqu'il faut inclure les questions liées à la masse et au champ électromagnétique. C'est cela, au fond, qui impose le passage à la relativité générale et justifie son étude comme celle d'un obstacle supplémentaire.

(2) Pour aller plus loin, on notera que la notion de repère galiléen constitue ce que les physiciens considèrent généralement comme une "approximation". Ils peuvent par exemple considérer que la terre offre un tel repère à condition de l'orienter "par rapport aux étoiles fixes". Ils peuvent aussi juger bon de faire appel au soleil, etc. Mais en toute rigueur, comme le soleil se meut dans la galaxie, qui se déplace elle-même dans "l'espace", personne ne peut dire exactement ce que peut être un repère galiléen. D'ailleurs il y a dans cette notion une forme de "violence" d'un point de vue purement mathématique. En effet, cherchons dans quel "ensemble des possibles" il conviendrait de trouver un tel repère : les habitants de la terre pourront se faire peu à peu une idée de plus en plus précise de leur mouvement par rapport à d'autres terres et en accordant leurs observations, les habitants virtuels de toutes les planètes concernées parviendront à une certaine idée du voyage effectué par une portion de plus en plus vaste d'univers... Cependant le problème du repère galiléen ne sera jamais résolu pour autant, puisqu'il dépendra toujours de ce qui se passe plus loin. Au contraire, ce genre de situation fait apparaître que le résultat cherché appartient à une sorte "d'espace quantique" (au sens de la géométrie non commutative) et que, par conséquent, la structure affine supposée à l'espace-temps est une sorte de point dans un ensemble de possibles qui n'est en

fait accessible par aucune des structures mathématiques simples classiques. L'image physique d'un monde géométrique repose en définitive sur une "transgression" vis-à-vis de ce qu'il est géométriquement envisageable de définir...

(3) Pour éviter tout malentendu, répétons que cet exemple est bel et bien correct dans le cadre de la relativité restreinte ! Certains argumentaires destinés à nier l'effet de vieillissement non symétrique aboutissent curieusement à dire : « il ne s'agit pas de relativité restreinte parce que le référentiel du deuxième jumeau est "accéléré" » ... On voit mal la portée d'une telle démonstration : pourquoi la relativité restreinte n'aurait-elle pas à envisager des mouvements autres que "rectilignes uniformes" ? Cela semble reposer en fait sur une interprétation excessive du "principe de relativité" qui tendrait à lui faire dire qu'il y a contradiction vis-à-vis de la relativité restreinte car celle-ci exigerait la symétrie des phénomènes dans des "référentiels jumeaux"... Mais le principe de relativité n'a jamais prétendu à autre chose qu'à la symétrie des phénomènes dans des référentiels galiléens (i.e. rectilignes au sens de cet exposé)...

(4) Conformément au point de vue adopté dans [1] et [2], il s'agirait donc ici d'une "queue d'aronde". De plus, les entrées de Poincaré et d'Einstein dans celle-ci seraient légèrement différentes dans la mesure où ils envisagent le problème avec un net décalage vis-à-vis des travaux de Lorentz. On peut d'ailleurs noter que la suite des événements conduira Einstein vers les problèmes mécaniques de la masse, alors que Poincaré s'attachera à une généralisation directe des propriétés du champ électromagnétique. Mais conformément à ce qui a été dit dans [2] à propos de la queue d'aronde et du phénomène de condensation qui induirait la possibilité d'une tentation généralisante, on peut noter que, chacun de leur côté, Einstein et Poincaré aboutissent à de telles conjectures admises sans justification particulière :
— Poincaré postule immédiatement que "toute interaction devrait se propager à la vitesse de la lumière",
— Einstein admet que les règles cinématiques déduites de la vision s'étendent à tous les déplacements étudiés en dynamique.

(5) Au sens de [2] et [3], nous pouvons tout au plus constater que nous sommes globalement en présence d'un obstacle de type "aile de papillon". On notera cependant que les analogies signalées ne portent pas sur le *contenu* des savoirs mis en jeu, mais sur une *comparaison structurale* des cheminements de la découverte. Bien au contraire, si l'on veut simplement s'attacher à la considération des *contenus* il devient assez remarquable que le stade "relativité" semble s'ingénier à renverser l'ordre des intuitions par rapport au stade "invention de l'espace"... On aura par exemple noté à quel point la géométrie de Minkowski paraît constituer une "revanche" de Desargues et de sa théorie des polaires, mais surtout cette espèce "d'aller-retour de l'histoire" qui aura vu l'émergence progressive du point de vue de Klein sur la géométrie à partir de l'étude des figures, pour aboutir à la difficulté de retrouver une géométrie de l'univers au travers de la simple invariance par le groupe de Lorentz. Curieusement, l'opposition ne s'arrête pas là pour autant : alors que l'aboutissement de la géométrie des années 1600 passa par une

"intégration" des différents points de vue au sein d'une structure unique, la relativité semble prendre un malin plaisir dans un contre-pied absolu puisqu'il s'agit ici d'une "désintégration" de la structure de base en une structure de fibré tangent...

(6) L'article [DDE] de 1905 pénètre en fait "de front" dans "l'aile de papillon" qui me semble structurer l'obstacle auquel se heurte depuis un siècle la physique théorique. Vu sous cet angle il n'est donc pas très étonnant de constater *a posteriori* les limites des réponses apportées à l'époque... Mais le plus étrange est sans doute cette "bifurcation" qui s'introduit entre les points de vue corpusculaire et ondulatoire (ou, si l'on préfère, entre un univers relevant de la "géométrie" et un univers relevant de "l'analyse spectrale"). Cela pourrait confirmer l'hypothèse "aile de papillon" développée dans [3] en établissant un parallèle assez convaincant avec la bifurcation ouverte au XVIIème siècle entre la "voie Descartes" et la "voie Desargues". On sait que la résolution complète du problème aura attendu le début du XIXème siècle et nécessité une refonte de la notion de nombre... on peut donc penser que la résolution "dialectique" de la dichotomie actuelle attendra encore un certain temps et passera par une "mise en abîme" pertinente entre point de vue géométrique (au sens large) et point de vue dual (au sens de la géométrie non commutative)...