

L'argument anti-empiriste de Rougier et sa relation à l'anti-réalisme de Putnam¹

David Hyder
Université d'Ottawa

1 Introduction

Les arguments en faveur du conventionnalisme développés par Louis Rougier dans sa *La philosophie géométrique d'Henri Poincaré* ne sont pas, comme l'ont mentionné plusieurs commentateurs, identiques à ceux de Poincaré.² Mais, du même coup, il est extrêmement difficile d'isoler la théorie de Rougier lui-même, de la purifier, si l'on veut, des arguments dus au mathématicien. Même là où il développe des pensées nouvelles, Rougier cite souvent des passages de Poincaré dont le sens, dans leur contexte original, est autre que celui que leur accorde Rougier. Dans les parties du livre qui sont l'objet de mon propos, et qui traitent de sa réfutation de la position empiriste, Rougier emploie deux arguments. Le premier concerne la notion de traductibilité, et le second porte sur l'emploi de la géométrie en physique. Bien que Rougier les distingue assez nettement, il ne le fait pas de façon systématique, de sorte que se pose souvent la question de savoir duquel des deux il s'agit. Je m'emploierai donc à distinguer plus nettement que ne le fait Rougier lui-même entre un conventionnalisme « classique », c'est-à-dire un conventionnalisme qui s'apparente plus ou moins à l'analyse de Helmholtz et de Poincaré, et une forme plus radicale de conventionnalisme, qui est propre à Rougier. Afin d'illustrer la différence entre les deux positions, je présenterai d'abord brièvement ce que j'entends par conventionnalisme géométrique « classique », pour ensuite le mettre en relief par rapport à des arguments de type logiciste qui s'appuient sur l'équivocité des concepts en mathématiques.

¹J'aimerais remercier mon collègue Jean Leroux pour de maintes critiques et suggestions, en particulier concernant ma discussion du théorème de Löwenheim-Skolem.

²Voyez par exemple l'analyse de [Stump 1991].

Dans un premier temps, je formulerai deux lemmes qui constituent ce qu'on pourrait appeler le *dilemme conventionnaliste*. Si le conventionnalisme représente vraiment une position épistémologique à part entière, il faudra le distinguer et de la position kantienne, qui affirme la nécessité des propositions géométriques, et de l'empirisme, qui affirme son caractère essentiellement factuel et *a posteriori*. Une fois le dilemme en place, je passerai à une discussion des modifications de Rougier et de leurs sources dans les écrits de Russell et Whitehead. Je considérerai enfin la légitimité de ces arguments, ainsi que leur lien à un argument de Putnam concernant le « réalisme modeste ».

2 Le dilemme conventionnaliste

Le premier lemme de l'argument conventionnaliste traditionnel vise la position kantienne : celle-ci doit admettre que la géométrie a une signification empirique, à défaut de quoi elle ne serait qu'une science formelle. Cette signification inclura le rôle de la géométrie dans la physique, c'est-à-dire la définition des grandeurs spatiales invariantes par rapport au temps et aux forces. Depuis Helmholtz, c'est le concept de corps rigide qui joue cette fonction. Le kantien doit donc nous expliquer de quel droit il peut dire d'emblée que les corps dits « rigides » se comporteront comme des objets euclidiens. Si ce même kantien insiste sur le fait qu'un corps, pour être considéré comme rigide, *doit être* euclidien, il aura rendu la géométrie analytique. Car la forme essentiellement amorphe de l'intuition ne peut nous obliger à adopter une des métriques ; nous sommes libres d'opter pour la métrique de notre choix, bien que ce choix nous oblige à modifier la forme d'autres principes mécaniques. La géométrie deviendrait alors un système de propositions analytiques au sens suivant : dire que les déplacements des corps rigides correspondent au groupe Euclidien serait une proposition immunisée contre toute falsification (donc nécessaire), puisque c'est là justement la *définition* d'un corps rigide. La nécessité des propositions géométriques découlera alors des liens logiques entre les concepts bâtis sur cette définition. Si, par contre, l'extension du terme « corps rigide » est établie par voie d'énumération, c'est-à-dire en désignant les corps rigides par quelque processus ostensif, seule l'expérience peut nous informer du comportement des objets en question. Ou la géométrie est empirique, ou elle est analytique — il n'y a pas de tierce possibilité.

Le deuxième lemme consiste à réfuter la position empiriste. En effet, la critique du kantisme que je viens d'esquisser est celle de Helmholtz.

En tant qu'empiriste, il en tire la conclusion qu'il n'y a qu'une seule issue pour éviter le caractère analytique de la géométrie qui résulterait de la définition du concept « corps rigide » en tant que corps du groupe de transformation Euclidien : il faut le définir par énumération (ou par ostension). Il en résultera bien sûr une géométrie synthétique, mais celle-ci sera forcément *a posteriori*. Pour éviter cette conclusion, le conventionnaliste n'a qu'à mettre en question cette deuxième forme de définition de « corps rigide » : il objectera qu'une telle énumération de l'extension de « corps rigide » est bien logiquement possible, mais que cette possibilité ne nous est jamais effectivement donnée. Les corps que l'on désignerait par ostension ne pourront jamais *vérifier* nos postulats géométriques, car ils sont tous soumis à des actions externes. Pour améliorer notre système de mesures — c'est-à-dire pour ajuster notre définition ostensive —, nous devons faire appel à la théorie physique, qui est elle-même formulée sur une base de propositions géométriques postulées. Celles-ci sont essentiellement non vérifiées. La définition du concept « corps rigide » est alors une convention libre, qui entraîne une analyticit e postulée de la proposition « Les corps rigides se déplacent conformément aux lois géométriques Euclidiennes ».

Nos deux lemmes ont donc essentiellement trait aux moyens mis en œuvre pour définir nos concepts fondamentaux des grandeurs spatiales, et en particulier notre définition du concept « corps rigide ». Une définition imposée d'emblée entraînerait l'analyticit e de la géométrie ; une définition par énumération ou par ostension ne mènerait jamais à une vérification empirique des propositions géométriques, ni ne pourrait fonder le système de concepts primitifs avec la rigueur exigée ou souhaitée. Or, Rougier, bien que qu'il cite et emploie des arguments de Poincaré correspondant aux deux lemmes, ne leur accorde pas une importance première. S'attaquant à la position kantienne, il insiste plutôt sur la possibilité d'imaginer de corps et de déplacements non-euclidiens, empruntant aux travaux de Helmholtz dans lesquels se trouvent réfutés les arguments de Land et de ses successeurs [Helmholtz 1868a, 1868b, 1870, 1878]. Et quoique ceux-ci aient très bien critiqué Helmholtz de cette façon, il n'en demeure pas moins que toute cette tradition représente une sorte de malentendu de longue durée, car elle négligeait l'objection clé de Helmholtz. Le problème véritable ici ne porte pas sur les intuitions possibles, mais sur le fait que le kantien ne peut pas insister sur le privilège de l'une ou l'autre géométrie sans le rendre analytique. Quand Rougier donc s'attaquera à cette tradition néo-kantienne, il laissera intacte la faiblesse centrale de l'épistémologie kantienne.

Par ailleurs, lorsqu'il s'adresse à la position empiriste, Rougier ne considère qu'*en passant* l'objection déjà mentionnée portant sur l'impossibilité d'une définition ostensive, pour discuter plutôt longuement de l'intertraductibilité des divers systèmes géométriques. Le statut non-empirique des axiomes géométriques proviendrait alors du fait qu'ils sont *équivoques*. S'appuyant sur Whitehead, qui lui-même se réfère à Russell, Rougier observe qu'un système d'axiomes ne se compose à proprement parler que de fonctions propositionnelles, qui ne font aucune affirmation avant qu'on ait assigné des dénnotations à leurs termes primitifs. Or selon Rougier, le problème pour l'empiriste serait celui-ci : étant donné un ensemble de phénomènes satisfaisant un système de concepts primitifs définis implicitement par le choix d'une géométrie quelconque (donc des définitions « par postulat »), il sera toujours possible de trouver d'autres objets dans ce modèle qui satisferont les autres géométries. Toutes les géométries en question parlent de « droites », de « plans » etc., et il semblerait donc qu'elles se contredisent. Mais puisque chaque modèle qui vérifie l'une vérifie les autres, si l'on ajuste la référence des termes primitifs aucune ne peut être uniquement vérifiée.

3 La théorie de Whitehead et Russell

Dans l'optique de Rougier, l'empirisme géométrique s'effondre donc non pas parce que la géométrie fait partie d'une théorie physique plus large, mais d'abord et avant tout parce que les termes primitifs d'une géométrie sont essentiellement équivoques. Empruntant la terminologie de Whitehead et Russell dans les travaux cités par Rougier, nous dirions que la géométrie est non-empirique parce qu'elle ne réussit pas à définir *par postulat* un domaine unique. Examinons donc cette thèse dans son contexte original : Pourquoi Whitehead et Russell insistent-ils sur le fait que les axiomes sont des fonctions propositionnelles, et donc que la géométrie est intrinsèquement équivoque ? Rougier s'appuie sur un article de Whitehead publié dans la *Revue de Métaphysique et de Morale*, et ce dernier s'appuie à son tour sur *The Principles of Mathematics* de Russell. Critiquant la position de Peano, entre autres, Whitehead observe que :

Quelques auteurs appellent les axiomes des définitions des entités indéterminés auxquelles ils se réfèrent. L'on dit alors que l'énoncé des axiomes constitue une « définition par postulats ». Il n'y a aucun inconvénient à cette terminologie, tant que l'on conçoit clairement qu'en général (et certainement en

Géométrie) les axiomes ne caractérisent pas une seule classe d'entités (les points), mais que la classe des points est susceptible de plusieurs déterminations (et même, en fait, d'une infinité) compatibles avec la vérité des axiomes [Whitehead 1907, 35].

Whitehead se réfère directement à une section importante des *Principles*, où Russell propose de remplacer toute définition par postulats ou par abstraction par ce qu'il appelle une « définition nominale ». Sa motivation est précisément celle mentionnée par Whitehead : seule la définition nominale est capable d'assurer l'univocité du terme défini. Par contre, l'équivocité essentielle de la définition par postulats repose sur ce même aspect des axiomes soulevé par Rougier : ils ne sont point des propositions, mais plutôt des fonctions propositionnelles. Pour Russell et Whitehead, cet aspect des axiomes géométriques ressort directement du fait qu'ils contiennent ce que nos auteurs appellent des *variables réelles*. Du moment que ces variables seront liées à un domaine donné, les axiomes se transformeront en propositions ayant un sens défini et, en conséquence, une valeur de vérité.

Whitehead mentionne ultérieurement une conséquence insolite de cette équivoque : il se peut en effet que l'on change les définitions des termes primitifs en retenant les axiomes. Dans ce cas, observe-t-il, on aura effectivement changé les axiomes eux-mêmes. Non pas, évidemment, dans le sens qu'il s'agirait maintenant d'autres fonctions propositionnelles, mais plutôt par ce que ces fonctions seront maintenant appliquées à des objets différents. C'est évidemment cette possibilité qui représente la source de l'argument de Rougier : il interprète la doctrine de traductibilité de Poincaré à travers la théorie de Russell et de Whitehead, et il en tire la conclusion que les axiomes géométriques sont des conventions, au sens où chacun des systèmes alternatifs peut être appliqué à un groupe différent d'objets spécifiés à l'intérieur du système de points choisi comme système fondamental. Par exemple, en changeant les référents des termes primitifs, les axiomes pseudo-sphériques exprimeraient des propositions *réellement* euclidiennes. Inversement, une série d'affirmations réellement euclidiennes pourraient être considérées comme « vérifiant » les axiomes pseudo-sphériques, etc. Une vérification de l'une ou l'autre géométrie ne serait donc possible que dans le cas où les axiomes ne détermineraient qu'un seul groupe d'objets, tandis que les autres n'en détermineraient aucun [Rougier 1920a, 157].

Rougier s'attaque alors à la position empiriste qui imposerait une condition très forte à toute théorie empirique : pour un groupe donné de phénomènes, un système d'axiomes n'est empiriquement vérifié que s'il

s'applique à un sous-ensemble *unique* des phénomènes, et cela à l'exclusion d'autres systèmes concurrents. Si le domaine en question est celui des formes spatiales (des sous-ensembles de l'espace réellement donné), l'unique système « juste » sera donc celui qui désigne univoquement un ensemble de formes correspondants à ses termes primitifs (« point », « droite », « angle », « cercle », etc.), tandis que les autres systèmes ne trouvent aucun ensemble tel. Thèse étonnante, car nul ne s'attendrait à ce qu'une théorie physique remplisse une telle exigence. Supposons, par exemple, que deux théories chimiques, comportant les mêmes termes fondamentaux, s'appliquent avec un succès égal à un ensemble d'observations, mais que les extensions de leurs termes dans le domaine visé soient différentes. En concluons-nous que ni l'un ni l'autre n'exprime une vérité empirique, donc qu'aucune des deux soit empiriquement vérifiée ? Au contraire, nous dirions que les deux sont également valables, et qu'elles ne se contredisent aucunement, dans la mesure où elles se rapportent à des *aspects distincts des mêmes phénomènes*. Pourquoi en serait-il autrement en mathématiques ?

Je suppose que le raisonnement de Rougier est à peu près celui-ci : Dans le cas d'une théorie physique, nous levons l'ambiguïté en donnant des définitions ostensives des termes primitifs. Nos deux théories peuvent être liées à des aspects distincts du même monde phénoménal par voie de définitions coordinatrices distinctes. Mais dans le cas de la mathématique pure, nous n'avons jamais affaire à des objets identifiables par ostension. Il n'existe alors aucune possibilité d'établir une telle relation de dénotation. Reste alors la possibilité que les axiomes eux-mêmes, considérés maintenant comme des définitions implicites, établissent le lien nécessaire, et cela parce qu'ils ne s'appliquent qu'à un groupe d'objets possibles. L'unique théorie *vérifiée* serait celle qui fixerait en elle-même sa référence, alors que les autres se révéleraient comme logiquement possible, mais dépourvues néanmoins de sens. Mais n'est-ce pas là une thèse absurde, que personne ne soutiendrait ?

Tel n'est pas le cas : le réaliste mathématique court toujours le risque de proposer une telle thèse. Car celui-ci est d'avis que les propositions mathématiques sont objectivement vraies : elles se rapportent à certains objets abstraits, et les relations qui existent entre ces objets sont exactement celles qui existent entre les termes de notre symbolisme mathématique. Les propositions de la mathématique appliquée valent pour les objets physiques dans la mesure où ceux-ci reflètent, plus ou moins exactement, ces mêmes relations. Mais si on demande au réaliste de nous *indiquer* les objets mathématiques en question, c'est-à-dire d'établir les relations de dénotation qui transformeront le formalisme mathématique

en une théorie objective, il n'aura qu'une alternative. Ou bien il nous dira qu'il a une connaissance intuitive de ces formes ; ou bien il répondra de la façon que nous venons de décrire, c'est-à-dire : que les objets en question sont précisément ceux qui correspondent exactement aux relations existant entre les termes du système formel. On retrouve, par exemple, cette idée dans la pensée de Husserl : ce n'est que le système axiomatique lui-même qui nous permet de viser les objets mathématiques. Sans lui, il nous serait impossible de former des intentions par rapport à ces objets.³ Mais dès qu'on a eu accès à ce domaine d'objets, notre pensée à leur égard est bien une pensée objective. Ces intentions mathématiques, comme les intentions quotidiennes, concernent des objets déterminés de façon univoque, qui vérifieront et falsifieront des jugements propositionnels portant sur eux.

Or, si je ne me m'abuse, c'est précisément ce problème de l'univocité posée par une telle théorie de l'intentionnalité mathématique qui incite Russell à rejeter la définition par postulat. Dans *The Principles of Mathematics*, Russell propose de limiter les trois sortes de définitions mathématiques admises par Peano (la définition par postulats, la définition par abstraction, et la définition nominale) à l'unique cas de la définition nominale. La définition par abstraction, « and generally, the process employed in such definitions, suffers from an absolutely fatal formal defect : it does not show that only one object satisfies the definition. »⁴ Il expose cette faille rédhibitoire de toute définition par abstraction en critiquant la définition du nombre proposé par Peano : elle ne limite ce concept (par exemple du nombre deux) qu'à une *classe* d'objets, dont chacun répond à la définition en question. Nous ne saurions jamais, en parlant des nombres, quels objets sont réellement visés. Nos termes primitifs n'ayant pas de référence univoque, nos fonctions propositionnelles ne pourraient se transformer en propositions possédant un sens déterminé. Par contre, la définition de Russell — une définition nominale et non pas par abstraction — assure une dénotation unique du concept. Comme dans sa théorie des descriptions, cette condition ne sera satisfaite que dans le cas où l'on trouve une propriété qui détermine une classe d'unité (unit class), où cette univocité est *démontrable*.

Ce que propose Russell en raisonnant ainsi représente un défi considérable : toutes les définitions logiques des propositions mathématiques

³Cet argument, qui relève des travaux de jeunesse de Husserl sur les mathématiques, est nettement formulé dans son [Husserl 1939], publié comme appendice à [Husserl 1962].

⁴[Russell 1903 (1937), 114]. Une discussion de cette critique de Peano se trouve dans [Kennedy 1973].

doivent être univoques. Comment s'assurer que tel est réellement le cas, sans faire appel à des intuitions mathématiques ? Dans le cas d'une définition comme celle du nombre deux, la démarche est la suivante : on prend la propriété posée dans la définition par abstraction (similarité avec une classe contenant deux éléments), et l'on définit l'objet unique en question comme étant la classe de *tous les objets possibles* ayant cette propriété. Or, on opère ici avec des propriétés qui sont elles-mêmes définies en termes de logique pure. Puisque ces définitions ne contiennent que des variables et des constantes logiques, on est assuré qu'en parlant de la classe de tous les objets x tels que $\phi(x)$ (où ϕ est défini en termes de logique pure), on ne commet aucune équivoque. La portée de la variable x étant illimitée, la classe en question est maximale et unique. C'est donc, paradoxalement, le caractère absolument général des propositions logiques qui vient assurer l'univocité des définitions mathématiques - et, partant, la vérité à la fois objective *et* nécessaire de l'arithmétique.⁵

Mais la situation est différente en ce qui touche la géométrie. Si l'on reste à l'intérieur des mathématiques pures du projet logiciste, il n'y a pas de problème. Il suffit d'observer, comme l'avait fait Whitehead, que les axiomes ne se rapportent à aucun domaine particulier, et que la science géométrique formelle, donc, n'étudie rien d'autre que les relations formelles entre les concepts définissables sur la base de ces axiomes. Ces systèmes géométriques ne portent donc pas sur des espaces spécifiques. Comme dans le cas arithmétique, les objets en questions sont des ensembles d'espaces. Si, par contre, nous interprétons la géométrie comme une science de *l'espace réel*, il va nous falloir spécifier les dénnotations des termes primitifs des axiomes. Et là, nous nous trouverons confrontés au même problème d'équivocité, bien qu'il s'agisse maintenant non pas de définitions par abstraction, mais de définitions par postulats. Pour que les fonctions propositionnelles de la géométrie pure puissent se transformer en propositions réelles ayant une dénotation non équivoque, il faut que les axiomes définissent eux-mêmes ces sous-ensembles de l'espace empiriquement donné que nous nommons « point », « droite », « plan » etc. Sans cela, nous ne formons pas d'intentions définies par rapport à l'espace réel. C'est là en effet la position du réalisme classique concernant la géométrie euclidienne : les objets géométriques sont des grandeurs spatiales empiriquement données, mais non matérielles. Bien qu'il soit impossible de définir de telles grandeurs par ostension, celles-ci restent

⁵C'est là une caractéristique très particulière de la théorie de Russell, qui cherche à éviter à la fois l'idéalisme, selon lequel les vérités en question sont nécessaire par raison de l'intuition (donc non-objectives), aussi bien que l'empirisme, qui assure leur caractère objectif au prix de leur nécessité.

néanmoins réelles, car une droite, par exemple, représente la partie de l'espace correspondant au mouvement inertiel. Mais en parlant de ces grandeurs, nous ne parlons pas de corps et de mouvement. Les axiomes géométriques déterminent en eux-mêmes les structures visées. Elles sont précisément celles dont les relations correspondent aux relations articulées entre les concepts fondamentaux du système axiomatique. Une autre géométrie est impossible, car il ne pourrait exister dans l'espace réel des objets correspondant aux relations conceptuelles postulées par un système auquel manquerait, par exemple, le cinquième postulat.

La géométrie diffère donc de l'arithmétique en ce qu'elle se rapporte à un domaine limité de notre expérience. Comme le dit Russell,

Thus pure mathematics must contain no indefinables except logical constants, and consequently no premisses, or indemonstrable propositions, but such as are concerned exclusively with logical constants and with variables. It is precisely this which distinguishes pure from applied mathematics. In applied mathematics, results which have been shown by pure mathematics to follow from some hypothesis as to the variable are actually asserted of some constant satisfying the hypothesis in question. [. . .] Thus for example Euclidean geometry consists wholly of propositions having the hypothesis "S is a Euclidean space." If we go on to "The space that exists is Euclidean," this enables us to assert of the space that exists the consequence of all the hypotheticals constituting Euclidean geometry, where now the variable S is replaced by the constant *actual space* [Russell 1903 (1937), 8].

Comme Russell s'explique plus tard dans son livre [Russell 1903 (1937), 158–159], l'arithmétique est une science plus générale que celle que l'on a nommé auparavant la science des grandeurs. Dès que l'on parle de grandeurs, comme le faisait Kant dans sa théorie mathématique, on a déjà restreint le domaine de l'investigation à des entités mesurables. Par contre, la géométrie de l'espace réel est évidemment une telle science. D'où il s'ensuit que c'est une question empirique (même si elle n'est pas nécessairement une question physique) de savoir si l'espace réel représente véritablement une grandeur de telle et telle sorte.

4 L'interprétation de Rougier

La question que se pose Rougier est donc la suivante : lorsque nous affirmons que « L'espace réel est euclidien », affirmons-nous une propo-

sition capable d'être vérifiée, et cela à l'exclusion des possibilités concurrentes ? Et la réponse qu'il y apporte est nette : elle est négative, car les axiomes qui correspondent à la définition du concept "S est un espace euclidien" s'appliquent à des objets définissables à l'intérieur de (du moins) la géométrie pseudo-sphérique, et vice versa. Comment interpréter alors ce résultat ? Selon Rougier, il faut conclure que le choix du système d'axiomes représente une convention, dans un des sens distingués dans le sommaire du chapitre où il énonce sa théorie de la convention. Rougier maintient que les concepts géométriques peuvent être conçus de quatre façons : (1) Ou bien, suivant Hilbert, ils ne sont que des concepts formels, donc, dans la terminologie de Russell et Whitehead, ils ne sont que des fonctions propositionnelles ; (2) Ou bien on les conçoit comme des propositions concernant les propriétés de certains systèmes physiques désignés par énumération, et il s'agit d'une géométrie physique dans le sens de Helmholtz, donc une qui peut être réfutée par l'expérience ; (3) Ou on les interprète comme des conventions nominales qui caractérisent par postulats leurs objets (tel est le cas devant nous) ; (4) Ou, enfin, on les interprète comme des conventions instrumentales qui prescrivent comment on devrait « géométriser » l'espace, c'est-à-dire qu'on les conçoit du point de vue du conventionnalisme « classique » de Poincaré [Rougier 1920a, 123–129].

Selon Rougier, l'argument que nous venons de développer, qui repose sur l'intertraductibilité des diverses géométries, démontre que dans la géométrie pure (non-physique) de l'espace réel, les axiomes sont des conventions nominales qui fixent leur référence par postulat. « Le postulat d'Euclide se réduit . . . à une convention de langage qui règle l'usage du mot 'droite'. » [Rougier 1920a, 125] En choisissant cet axiome, nous choisissons la dénotation du mot « droite », et nous accordons aux concepts purement formels une portée intentionnelle bien définie. Si l'on avait choisi différemment, le mot « droite » aurait une autre signification. C'est là la source de son statut de convention.

Mais cette dernière conclusion est erronée. Les divers modèles de traduction n'établissent pas un isomorphisme strict, car le modèle alternatif est toujours un sous-ensemble du modèle original. De plus, et comme l'avait déjà souligné Whitehead, en modifiant les références de nos termes (que ceci s'accomplisse par voie de définitions par postulat ou, dans le cas physique, par voie de définitions coordinatrices), nous modifions également les propositions qui sont énoncées. Ce qui signifie, dans le cas présent, qu'en choisissant le postulat d'Euclide, nous fixons une extension du concept « droite » ; tandis qu'en le remplaçant par un postulat de la famille pseudo-sphérique, nous fixons une *autre extension*

dans le même domaine, et nous articulons ainsi des propositions distinctes concernant ce domaine. Le choix est bien conventionnel, mais ceci dans le sens qu'on a opté de parler *d'autres choses*. C'est en effet comme si l'on avait choisi de changer les définitions coordinatrices d'une théorie physique. La théorie physique affirme alors des propositions distinctes concernant le monde, et, en ce sens, la décision était conventionnelle. Mais on ne conclurait jamais dans un tel cas que les propositions qui en résultent sont dépourvues de tout contenu empirique.

Pourquoi Rougier affirme-t-il alors que dans le cas de la géométrie, la situation est autre ? Cela tient en premier lieu au fait que Rougier passe toujours très vite de l'argument de traductibilité à l'argument concernant le rôle de la géométrie dans la physique. Mais dans ce contexte, la réfutation de l'empiriste prend une forme distincte : on insiste sur le fait que ce n'est que la mise en conjonction des axiomes avec des principes physiques qui exprime un contenu objectif. Et cette affirmation (du moins chez Poincaré et Helmholtz) est justifiée par une prémisse supplémentaire : puisque l'espace n'a aucune métrique intrinsèque, la seule signification possible des propositions géométriques dérive de leur rôle dans des propositions physiques. Or, cette prémisse n'est pas employée dans l'argument de traductibilité, argument qui reste neutre par rapport à la question de la métrique intrinsèque (ou non) de l'espace. Même si l'espace était *vraiment* Euclidien, l'argument de Rougier prouverait que les axiomes pseudo-sphériques s'appliquent à des sous-ensembles de ce domaine. Par contre, si l'on accepte cette prémisse, l'argument de traductibilité est redondant, car il n'est plus question de considérer que l'espace réel possède telle métrique ou autre.

La deuxième raison, plus importante, qui pousse Rougier à affirmer que les cas de la géométrie axiomatisée et, par exemple, de la physique axiomatisée sont distincts, est celle-ci : il ne s'aperçoit pas que son argument repose lui-même sur une équivoque. Ce que l'argument établit, c'est que les deux systèmes de concepts peuvent s'appliquer à des sous-ensembles distincts d'un seul et même domaine, et que c'est le cinquième postulat qui détermine les extensions distinctes. Ayant posé le cinquième postulat, nous avons effectivement changé le concept « droite ». Nous avons maintenant affaire à deux concepts dénommés par ce mot. Or, le fait que ces concepts sont désignés par les mêmes signes dans les deux cas ne change en rien au fait qu'il s'agisse de concepts distincts. De plus, ces systèmes sont tous deux *vérifiés* dans le domaine en question. La géométrie de l'espace réel n'est donc pas conventionnelle au sens où elle n'aurait aucune signification empirique, à défaut d'ajouter comme *prémisse supplémentaire* que l'espace n'a aucune métrique. Ou, plus précisément, si

la géométrie de l'espace réel est conventionnelle, il en est de même pour toute théorie axiomatisée, dans la mesure où certains des axiomes de la théorie stipulent des relations conceptuelles qui restreignent l'adéquation de ses concepts à un domaine phénoménal donné. En effet, Rougier acceptera cette interprétation plus tard, dans son *Traité de la connaissance* [Rougier 1955a, 200], même s'il la rejette explicitement dans la *Philosophie géométrique* [Rougier 1920a, 170].

En somme, bien que Rougier n'ait pas établi qu'il existe un isomorphisme strict entre la géométrie pseudo-sphérique et la géométrie Euclidienne, il suggère que cet isomorphisme qu'il prend pour acquis assure l'équivalence des deux géométries par rapport à l'espace réel (donc que celui-ci n'a pas de métrique intrinsèque), thèse qui mènerait au statut conventionnel de la géométrie dans la physique. Il s'ensuit que cette argumentation, reprise par Black entre autres [Black 1942], échoue en raison des objections déjà soulevées par Torretti.⁶ Les deux géométries ne sont nullement isomorphes au sens strict, donc nous n'avons pas affaire à une *preuve* du caractère essentiellement non-métrique de l'espace réel. Au contraire, si l'on voulait maintenir leur conventionalité en s'appuyant sur l'« isomorphisme » établi par Rougier, c'est-à-dire l'intertraductibilité, il faudrait aussi bien concéder que tout système axiomatique vérifié par un ensemble d'objets empiriques soit une convention.

5 Conclusion

L'argument de Rougier demeure néanmoins intéressant pour plusieurs raisons, dont je n'en soulignerai qu'une. En insistant sur la possibilité de choisir entre plusieurs systèmes conceptuels apparemment distincts pour décrire le même ensemble de phénomènes, Rougier s'adresse à une question qui avait motivé le projet axiomatique dès le début, dans les *Prinzipien der Mechanik* de Heinrich Hertz : dans le cas où une pluralité de systèmes conceptuels s'appliquerait aussi bien à un seul domaine de phénomènes, comment choisir celui qui est juste ?⁷ Mais Rougier introduit des complications plus radicales en considérant le statut de systèmes alternatifs qui établissent leurs références par postulat. Chez Hertz, la question s'est posée à propos de systèmes empiriquement vérifiés : dans les cas divers de la mécanique traditionnelle, de l'énergétique, et la mécanique de Hertz lui-même, les termes primitifs sont distincts. Le choix

⁶[Torretti 1978, 325-327]. Voyez aussi l'analyse et les références de [Stump 1991, 640-642].

⁷Voyez l'Introduction de [Hertz 1910]. Une traduction française de ce texte apparaîtra bientôt dans [Garetta & Rosat (éds.) (à paraître)].

de l'un des systèmes détermine alors la classification des phénomènes qui constituera l'ontologie fondamentale. Mais le lien référentiel s'établissait de la manière traditionnelle : les termes primitifs se rattachaient au monde phénoménal par des définitions coordinatrices.

Dans la situation envisagée par Rougier, nous n'avons plus de définitions coordinatrices. Le choix du système établit d'emblée la relation référentielle : les objets en question sont précisément ceux qui s'accordent avec les relations inférentielles impliquées par le formalisme. Mais puisqu'un autre choix aurait été également admissible, et puisque, dans le deux cas, les relations inférentielles entre les concepts de base sont différentes, il s'ensuit qu'il y a une interdépendance entre le système inférentiel et la référence. Or, Rougier croyait avoir prouvé que les concepts géométriques définis de cette manière étaient satisfaits par une classe de modèles isomorphes, quoi-que, comme nous l'avons vu, cette affirmation était fautive. Ce qu'il a démontré est plutôt la sous-détermination d'un espace de courbure constante non-positive par rapport aux systèmes pseudo-sphériques et euclidiens. On ne saurait affirmer que l'un ou l'autre système soit uniquement vérifié par un espace donné. Cela ne suffit pas pour établir la thèse conventionnaliste, mais constitue une parfaite réfutation d'une forme d'empirisme mathématique naïf, réfutation que Rougier donne explicitement, même s'il en tire des conséquences trop fortes.

Répetons la démarche de son argument, qui est dirigé contre le géomètre réaliste. Premièrement, il constate que la science géométrique purement formelle ne fait aucune affirmation concrète, car elle consiste exclusivement de fonctions propositionnelles. Le réaliste, s'il veut maintenir qu'une des géométries est la bonne, doit donc nous expliquer comment ces fonctions peuvent se lier à un domaine unique d'objets mathématiques. Si l'on rejette l'option platoniste, donc une relation à un domaine d'objets surnaturels, la question se réduit à celle-ci : Existe-t-il des objets (des formes) spatiaux dans l'espace réel qui sont spécifiés univoquement par une des géométries à l'exclusion des autres ? Dans l'affirmative, il s'ensuivrait que cette relation dénotative univoque parvient à établir la vérité objective de celle-ci. Mais la preuve (fautive) de l'isomorphisme mène à la conclusion que, même si l'espace réel était « en vérité » pseudo-sphérique, on y trouverait tout aussi bien des objets qui satisfont aux axiomes euclidiens. Puisqu'une référence univoque ne peut pas être établie, il s'ensuit que le choix de la géométrie relève d'une convention, et le réalisme géométrique se révèle ainsi incohérent. Notez bien que cette conclusion ne dépend pas d'une preuve d'isomorphisme strict entre deux modèles : il suffit que chaque modèle d'un système axiomatique contienne

des objets dont les relations confirment les axiomes de l'autre.

Dans sa forme, ce même argument a été plus récemment soulevé entre autres par Hilary Putnam. Adoptant une position anti-réaliste en matière de philosophie des mathématiques, Putnam suggère que le théorème de Löwenheim-Skolem, établissant l'existence de modèles non-standards (*non-isomorphes au modèles visés*) pour les systèmes axiomatiques formels possédant des modèles de cardinalité infinie arbitraire, disqualifie d'emblée toute forme de réalisme en mathématique. Putnam généralise l'argument pour y inclure les modèles physiques, et soutient que le défaut de catégoricité (on disait auparavant "monomorphisme") des systèmes axiomatiques pouvant abriter le mathématisme des théories physiques interdit même tout « réalisme modeste » (qui se limiterait à affirmer que la vérité de nos théories doit être conçue d'une manière à la fois non-platonicienne et non-vérificationniste). Ce réaliste rejette les objets abstraits hypostasiés par le platonicien, aussi bien qu'il récusé une définition de la vérité en tant que prouvabilité, comme le veut le vérificationniste. Il croit donc que les relations référentielles de nos termes théoriques sont de quelque manière établies dans ou par la théorie elle-même. Mais, je cite, "the Skolem argument can be extended to show that the total use of language (operational plus theoretical constraints) does not 'fix' a unique intended interpretation. [Putnam 1980, 466]" Donc le réaliste modeste, qui s'attend à ce que la science converge vers une unique théorie vraie de la nature, se trouve devant la possibilité qu'une telle théorie soit parfaitement bien *confirmée*, quoiqu'elle soit réellement *fausse*. Il faut donc conclure que la visée d'une théorie, sa partie intentionnelle, dépend d'un autre facteur, qu'il reste à spécifier.

On voit que la position intermédiaire visée par Putnam, c'est-à-dire une position entre le platonisme et le vérificationnisme (dans le sens d'un formalisme qui identifie la vérité avec, par exemple, la prouvabilité) correspond très bien au réalisme mathématique critiqué par Rougier, qui est lui aussi à mi-chemin entre le formalisme et le platonisme. Et, bien évidemment, il démonte cette position d'une manière presque identique, dans la mesure où il tente de prouver qu'elle s'effondre en raison de l'incapacité d'un système axiomatique à déterminer un modèle unique. Putnam emprunte à Löwenheim et Skolem un résultat beaucoup plus général que celui à la disposition de Rougier, c'est-à-dire la preuve d'intertraductibilité offert par Poincaré dans le cas spécifique des géométries à courbure constante. Il s'ensuit que pour Rougier, la sous-détermination d'un système axiomatique par rapport aux phénomènes vaut pour le cas unique de la géométrie. Mais bien qu'il manque à son analyse la portée globale qu'on trouve chez Putnam, la forme des deux arguments est

identique. Sans en être pleinement conscient, Rougier développe une critique du réalisme mathématique qui est indépendante de celle proposée par Poincaré et qui demeure d'une actualité remarquable.