PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

GÉRARD VERGNAUD

La théorie des champs conceptuels

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989, fascicule S6
« Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 47-50
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989___S6_47_0>

Samedi 26 août 1989

Cours : *"La théorie des champs conceptuels"*

par Gérard VERGNAUD

PSYDEE, 46, rue Saint-Jacques 75005 PARIS

C'est une théorie psychologique et didactique, qui essaye de prendre en charge la question du développement et de l'apprentissage à long terme des connaissances. Elle n'est pas spécifique des mathématiques, mais c'est dans le domaine des mathématiques qu'ont été développées les recherches les plus systématiques. Ces recherches demeurent encore bien incomplètes aujourd'hui.

A moins de considérer qu'il est possible d'envisager et d'apprendre ex nihilo n'importe quel concept ou n'importe quel savoir-faire, la psychologie cognitive et la didactique sont confrontées au problème essentiel des formes primitives de la connaissance, des filiations et des ruptures dans un champ donné.:

- Quelles situations sont-elles d'abord comprises et maîtrisées par l'enfant ? et constituent de ce fait un premier et important ancrage du sens des concepts impliqués dans ces situations ?

- Comment de nouvelles classes de situations, et par conséquent de nouvelles procédures, de nouveaux aspects des concepts et de nouveaux concepts sont-ils abordés par l'enfant-élève, et progressivement maîtrisés par lui ?

- quelles filiations peut-on observer entre situations, entre procédures, entre concepts ? et quelles ruptures ?

Des exemples seront pris dans les structures additives, dans les structures multiplicatives, dans l'espace et dans l'algèbre.

L'analyse d'un champ conceptuel repose nécessairement sur le contenu de la discipline, mais cette analyse n'est pas donnée toute faite par cette discipline : une part importante revient aux faits de conduite observés chez l'élève : complexité relative des problèmes, erreurs, interprétation des énoncés, des symbolismes et des explications.

Plusieurs concepts jouent un rôle essentiel dans la théorie : situation, schème et algorithme, signifiant et signifié, concept-en-acte et théorème-en-acte (invariants opératoires). Le concept de situation est pris ici dans un sens plus simple que le concept de situation didactique, en amont de celui-ci : Brousseau parlerait de situation adidactique car elle ne contient encore ni l'idée de mise en scène, ni l'idée d'enseignement. Les deux sens ne s'opposent nullement, mais s'appuient l'un l'autre. Deux thèses sont essentielles à la théorie des champs conceptuels.

1) Il faut une théorie de la référence, à la fois pour analyser les conduites et les procédures utilisées par un élève dans une situation donnée, et pour comprendre les différents sens d'un concept.

2) Il faut analyser et classer les situations les unes par rapport aux autres pour identifier les filiations et les ruptures entre connaissances.

C'est le concept de schème (organisation invariante des conduites du sujet pour une classe de situations) qui est au centre de notre analyse de la connaissance du sujet, et de notre analyse du signifié. Les algorithmes forment une sous-classe de schèmes, qui ont pour caractéristique principale d'être effectifs (alors que les schèmes ne le sont pas toujours) et composés de règles explicitables, sinon explicites (les schèmes demeurent souvent implicites).

Le concept de classe de situations est essentiel pour référer un schème et ses dérivés (procédure, stratégie, règle d'action...). Une classe de situations est définie en premier lieu par la structure mathématique de la relation ou des relations qui permettent de l'analyser ; en second lieu par le domaine d'expérience physique, technologique, économique ou social dans lequel cette structure est instanciée (pour la même structure de proportionalité, coûts et productions, grandeurs spatiales, calorimétrie et électrocinétique soulèvent des problèmes de conceptualisation spécifiques très différents).

C'est aussi un fait que les valeurs numériques des variables de situation jouent un rôle très important, du point de vue de la mobilisation des schèmes, non seulement dans l'émergence de nouveaux savoirs, mais aussi dans le traitement par l'adulte (ou par l'élève-expert) d'un même problème. Des sous-classes de problèmes doivent donc être distinguées en fonction des valeurs numériques.

Enfin d'autres paramètres interviennent, comme la forme et l'ordre des énoncés et des informations symboliques.

La classification est une tâche essentielle de la science, dans tous les domaines. La recherche en didactique ne peut y échapper. Cependant, comme on peut aboutir à une explosion exponentielle de classes et de sous-classes, il est en même temps décisif de repérer les distinctions les plus pertinentes pour la recherche et pour l'enseignement. Les plus pertinentes sont celles qui permettent d'identifier conceptions et schèmes primitifs, filiations et ruptures.

Un schème est composé de règles (implicites ou explicites), mais ces règles sont elles-mêmes nécessairement déterminées par la représentation (implicite ou explicite) des relations en jeu dans la situation traitée, c'est-à-dire par une analyse d'ordre catégoriel : objets, propriétés, relations. C'est cela qui rend nécessaire, dans la théorie psychologique, et de ce fait dans la théorie didactique, le concept d'<u>invariant opératoire</u>.

Les invariants opératoires peuvent relever de plusieurs types logiques :

- des <u>fonctions propositionnelles</u> à un ou plusieurs arguments : propriétés, relations binaires, relations ternaires...

- des <u>propositions</u> composées de une ou plusieurs fonctions propositionnelles et susceptibles de vérité ou de fausseté. Les fonctions propositionnelles n'en sont pas susceptibles : "le ciel est bleu" est une proposition, "bleu" est une fonction propositionnelle.

Quand fonctions propositionnelles et propositions sont explicites, on peut parler de concepts et de théorèmes. Quand elles sont seulement implicites et doivent être inférées à partir des conduites du sujet, on peut parler d'invariants opératoires, ou encore de concepts-en-acte et de théorèmes-en-acte.

Or d'une part les élèves sont capables d'expliciter certaines de ces connaissances, d'autre part l'enseignement fait usage de représentations explicites : qu'il s'agisse des énoncés en langage naturel du maître et des manuels, ou des différentes formes de représentations symboliques utilisées en mathématiques. Ces signifiants sont donc partie intégrante du champ d'analyse. Ils ne peuvent être confondus avec la connaissance, mais en même temps ils jouent un rôle très important dans la connaissance :

- ils sont la matière principale de la communication didactique, qui est faite principalement de mots et de symboles ;

- ils permettent de distinguer, de marquer et de contrôler des éléments pertinents de la situation et de contribuer ainsi à l'efficacité du raisonnement et de l'action en situation : accompagnement par le langage oral ou par des signes graphiques de la conduite de résolution de problème. Le concept de script-algorithme en algèbre est un exemple-limite de schème accompagné par le symbolisme.;

- ils sont la condition nécessaire (mais non suffisante) de transformation des concepts-outils en concepts-objets (Douady) : transformation des instruments de pensée mis en oeuvre dans le traitement des situations en objets du discours scientifique.

Mai 1989