

GEORG CANTOR (1845 - 1918)

Nathalie Charraud

Les références de Lacan à G. Cantor sont nombreuses et on peut se demander : pourquoi? mais aussi : qui était G. Cantor?

Le parti que je propose ici, et qui est aussi celui de mon livre [1], est de nous donner les moyens de répondre la première question en éclairant d'abord la seconde.

Lacan s'est intéressé à Cantor avant tout parce qu'il a été un grand mathématicien, l'origine du grand tournant qu'a connu la mathématique au début du 20ème siècle et non parce qu'il était psychotique (raison pour laquelle il s'est intéressé, après Freud, Schreber). Après lui, toutes les mathématiques vont reposer sur la théorie des ensembles, ce "paradis" que Cantor aurait créé, selon l'expression de Hilbert, comme cadre des mathématiques modernes. Paradis qui n'est pas dépourvu de côtés infernaux, avec ses impasses indécidables ou paradoxales. Est-ce cet impossible auquel Cantor s'est heurté de plein fouet qui serait l'origine de sa folie comme beaucoup l'ont pensé? Ou au contraire est-ce sa structure qui aurait appelé, par compensation, sa construction de la théorie des ensembles, comme d'autres l'ont soutenu?

Ces questions renvoient de nombreux thèmes qui concernent la psychanalyse, comme "folie et génie", "inconscient et création", le "choix" de la psychose, ou la question du savoir inconscient et sa logique;

Nous croiserons ces thèmes, dans le cas de Cantor, en retraçant d'abord très brièvement son apport mathématique, puis en rappelant les faits marquants de sa vie, la façon dont ils peuvent être compris.

Ses Mathématiques

Le point de départ de ses recherches a été le problème du développement d'une fonction en une série trigonométrique, plus exactement le problème des points d'exception à la vérification de certaines propriétés de la fonction $f(x)$ pour que ce développement soit possible.

Ce problème de la répartition des points d'exception sur la droite l'a conduit à des questions topologiques sur les ensembles de points d'une droite, sa grande question sur la nature du continu, puis de sa cardinalité.

C'est ainsi qu'il est amené démontrer que la cardinalité de l'ensemble de tous les points d'un intervalle (continu) est distincte de la cardinalité, également infinie, de l'ensemble des nombres entiers (dénombrable). Résultat stupéfiant pour l'époque puisqu'il implique qu'il y aurait non pas un seul infini, mais deux au moins! En

fait, sa construction des nombres transfinis va révéler l'existence d'un nombre infini d'infinis différents.

Ces résultats révolutionnaires sont consignés dans son article "Fondements d'une théorie générale des ensembles" (1884), où Cantor fait de longs développements philosophiques pour justifier et excuser d'une certaine manière son audace d'avoir contrecarré une tradition remontant à Aristote et interdisant de prendre en compte l'infini en acte (des grandeurs actuellement infinies).

Dans ses discussions avec les théologiens qui situaient Dieu en l'infini considéré comme unique, Cantor va préciser que la place de Dieu est tout simplement repoussée plus loin, au-delà de tous les nombres transfinis. Le nœud de cette problématique va resurgir avec la découverte des paradoxes qui montre que cette place est inconsistante (par exemple le paradoxe du plus grand ordinal), nous allons y revenir.

Ce que l'on appelle l'hypothèse du continu est la conjoncture que fait Cantor, et qu'il cherchera en vain toute sa vie à démontrer, qu'il n'y aurait pas de cardinaux intermédiaires entre le dénombrable et le continu, proposition qui a été démontrée comme étant indécidable (Cohen, 1966).

Une vocation

Son enfance et son adolescence ont été marquées par la maladie de son père, qui meurt de la tuberculose en 1863, vers la cinquantaine, Cantor lui a 18 ans. Ce père, d'après ce qui nous reste de sa correspondance, avait un tempérament mystique qui n'a été que renforcé avec la maladie.

Du côté de sa mère, la famille est très musicienne et Cantor commencera très jeune à jouer du violon, qu'il abandonnera ensuite pour se consacrer aux mathématiques.

Son père insistait pour qu'il reçoive une éducation aussi vaste que possible sur le plan culturel et pas seulement scolaire (théâtre, concert, équitation, etc...). Mais il manifestait une admiration particulière pour la Science, ce qui a certainement contribué dans le choix de Cantor pour les mathématiques, la science la plus propice à satisfaire les idéaux élevés du père.

Mais c'est après la mort de son père qu'il va s'abandonner avec une certaine exclusivité aux mathématiques. Il passe son doctorat et s'installe comme assistant à l'Université de Halle. C'est là qu'il rencontre par l'intermédiaire de Heine qui est professeur à Halle, le problème de la représentation d'une fonction par une série, recherche qui vont le mener à établir une construction rigoureuse des nombres réels, puis à mettre en évidence l'existence d'autres ensembles infinis, jusqu'à la création des nombres transfinis.

Sa vie se partage en fait entre Halle et Berlin, où habite sa famille et où il peut rencontrer les mathématiciens les plus éminents, comme Weierstrass ou Kronecker qui furent ses professeurs. C'est à Berlin qu'il rencontre une amie de sa soeur, Vally Guttmann, qui deviendra sa femme. Vers la même époque, peu de temps avant son

mariage, il rencontre le mathématicien Dedekind qui vient lui aussi d'élaborer une construction des nombres réels à partir des nombres rationnels, avec la notion de coupure, alors que la construction de Cantor se fait à partir de la notion de suite fondamentale (les deux constructions sont équivalentes). Ils sympathisent d'emblée sur la base de leurs intérêts communs pour la nouvelle mathématique qui s'élabore dans le sillon de l'enseignement de Weierstrass et entreprennent une correspondance dont il nous reste malheureusement que des extraits. L'un comme l'autre peuvent se plaindre de l'opposition vigoureuse de Kronecker à l'introduction de l'infini dans les calculs mathématiques.

Un semblant d'autre

Traditionnellement, Kronecker est présenté comme une espèce de persécuteur dans la vie de Cantor. Il est vrai qu'il l'a fait enrager avec ses thèses finitistes et qu'il a objectivement nui à sa carrière. Mais en même temps il lui servait de garde fou, dans la mesure où il empêchait précisément ce succès qui allait précipiter le déclenchement de la psychose, peu après la parution du mémoire sur les nombres transfinis.

L'importance de ces deux collègues, comme soutiens (positif de la part de Dedekind, négatif de la part de Kronecker) dans les premières années de recherche de Cantor, nous est en quelques sortes exposée dans une conférence qu'il donna, en 1873, à la Société des Sciences de la Nature de Halle. Il choisit comme thème de sa conférence le calcul des probabilités, remontant son origine aux travaux de Pascal et Fermat, et fustigeant les incompréhensions et la "bêtise" du chevalier de Méré et des premiers détracteurs de la nouvelle théorie. Fraenkel, le premier biographe de Cantor, note "une curieuse prémonition à une époque où le futur créateur avait à peine commencé son oeuvre". En fait, une forte identification à Pascal va soutenir Cantor durant ces années productrices, entre 73 et 83. Plus précisément, il trouve dans le trio Pascal-Fermat-Méré un triangle identificatoire : comme Fermat pour Pascal, Dedekind est l'interlocuteur fidèle avec qui s'élabore les premiers éléments de la théorie des ensembles. Quand à Kronecker, il le désigne "Herr von Méré" dans sa correspondance!

Il est intéressant de noter que dans le mémoire de 82 exposant la construction des nombres transfinis, le nom de Pascal n'est paradoxalement pas mentionné parmi les grands philosophes qui se sont intéressés à la question de l'infini, alors qu'il est un des rares à avoir admis, au moins en principe, l'existence de nombres infinis, bien avant Bolzano ou même Fontenelle. Omission frappante car elle donne à l'identification dont nous avons parlé le statut d'un véritable refoulé. Le triangle Pascal-Fermat-Méré en tant que support identificatoire du triangle Cantor-Dedekind-Kronecker,

constituerait en quelque sorte, dans nos repères théoriques où la psychose se caractérise par un manque d'inconscient, (le psychotique se trouve "désabonné" à l'inconscient, suivant l'expression de Lacan), un Autre inconscient prothésique. Son caractère secret et privé est donc essentiel pour remplir sa fonction.

Le déclenchement

En 1884, Cantor est invité à Paris par les mathématiciens français qui sont les premiers à reconnaître l'importance de son article sur les transfinis. Il est accueilli en maître, position qu'il ne peut manifestement pas soutenir. Son séjour à Paris est interrompu par un retour précipité suivi d'une hospitalisation à l'hôpital universitaire de Leipzig, le même qui accueillera Schreber quelques mois plus tard. Il se rétablit rapidement, après une "réconciliation" avec Kronecker, ce qui à nos yeux ne fait que confirmer le rôle de garde-fou que jouait ce dernier. Durant ces dix dernières années qui vont suivre, Cantor réussit à éviter une nouvelle décompensation grâce à un certain nombre d'activités qui le protègent d'une confrontation directe avec sa position de père de la nouvelle théorie mathématique. Il correspond avec des philosophes et des théologiens, se passionne pour la polémique Bacon-Shakespeare. Il fonde l'association des mathématiciens allemands, puis organise des congrès internationaux, où il cherche davantage à mettre en scène et pourfendre ses détracteurs qu'à défendre ses propres théories!

Ses écrits de cette période sont essentiellement destinés à des revues de philosophie. Il tente de répondre point par point aux objections scolastiques contre l'infini actuel et d'imaginer les applications possibles de sa théorie à des domaines aussi divers que la métaphysique, la théologie, la physique, la chimie ou la biologie, voire la psychologie. Foncièrement, l'ambition de Cantor était de ne pas seulement être un mathématicien, mais aussi un philosophe et un poète, comme l'était F. Bacon.

La maladie

Avec l'association des mathématiciens allemands et la création des congrès internationaux, c'est une véritable scène de théâtre que Cantor monte là et où il joue le premier rôle. Scène antinomique à l'autre scène", refoulée, qu'il avait réussi créer avec le trio Pascal-Fermat-Méré.

On peut suivre dans une de ses lettres la mise en scène qu'il prépare lors de la première rencontre de 1891 Halle : Kronecker allait se dévoiler grâce à la discussion qui allait s'ensuivre de sa démonstration par la diagonale concernant la non-dénombrabilité du continu, démonstration qui repose sur la présentation d'un tableau infini de nombres, ce qui ne saurait laisser Kronecker indifférent. Ce scénario

qui devait démasquer le "véritable" Kronecker a été déjoué par le sort puisque Kronecker ne put se rendre cette première rencontre de l'Association, mais il envoya ses cordiaux voeux de succès!

La mort de Kronecker, la même année, priva Cantor de son plus franc détracteur et eut pour effet de délimiter le triangle régulateur dont nous vous avons noté le rôle stabilisant, d'autant plus que Dedekind de son côté s'était éloigné de l'orbite de Cantor. Le camp des opposants s'élargit à l'ensemble des "professeurs allemands", selon les plaintes de Cantor. C'est à la communauté mathématique qu'il décide alors de s'adresser à nouveau en publiant en 95, puis en 97, les deux parties de l'opuscule qui présente sa théorie en pur style mathématique, débarrassé de toute considération philosophique. L'effet escompté fut immédiat : des mathématiciens, de plus en plus nombreux, reconnaissent l'importance de son oeuvre. De nouveau, il doit assumer une place de maître face à de jeunes chercheurs enthousiastes, de nouveau il sera hospitalisé, en 99. A partir de cette date, il passe à peu près la moitié de l'année à l'hôpital; en particulier chaque reconnaissance officielle, chaque voyage honorifique est suivi d'une hospitalisation en urgence. Le diagnostic est celui de psychose maniaco-dépressive.

Oedipe & Co

La problématique du second déclenchement diffère du premier qui était lié à l'impossibilité de soutenir une position paternelle face à de jeunes disciples.

En effet, si la publication des "Contributions" a pour conséquence ce succès que son auteur ne saurait assumer, elle surgit par ailleurs dans le contexte de la découverte des paradoxes inhérents à cette première théorie naïve des ensembles.

La réaction de Cantor aux paradoxes est complexe, comme j'ai pu le montrer dans mon livre. Je vais simplement revenir ici sur les conséquences de ceux-ci sur la construction religieuse qui soutenait Cantor durant toutes ces années et qui consistait à situer la place de Dieu au-delà de tous les transfinis. Or c'est précisément cette place qui s'avère inconsistante d'après les paradoxes. Le lien harmonieux entre mathématiques et religion, que Cantor pensait avoir mis en évidence et dont il débattait dans ses articles et sa correspondance, jouait sans aucun doute un rôle de suppléance au sens de Lacan dans la stabilisation de ces dix années, entre 85 et 95.

Les paradoxes vont littéralement défaire cette suppléance, ce qui rejoint d'une certaine façon ce que dit Lacan à propos du drame de Cantor et de quelques autres (dont les psychanalystes!) : "Et je pense qu'il ne saurait s'inscrire lui-même dans l'Oedipe, sauf à le mettre en cause".

Le drame de Cantor s'inclut certes dans l'Oedipe par sa dimension sociale et sa responsabilité auprès d'émule et d'admirateurs. Mais dans la mesure où le facteur déclenchant est la chute d'une écriture purement mathématique (Le Ω situé au-delà

de tous les transfinis), on peut penser que ce qui faisait "tenir ensemble" était aussi un facteur purement logique, voire topologique ou mathématique.

Dans l'Oedipe, c'est le Père qui "unit", qui fait "tenir ensemble". Ce texte de Lacan de 66 citant Cantor annonce déjà les constructions d'... *Ou pire* ou de l'Étourdit. Ainsi Cantor, qui est la charnière des mathématiques classiques et modernes, fut-il situé par Lacan en un point où il pouvait "mettre en cause" l'Oedipe tel que l'avait formulé Freud.

En effet, d'un point de vue strictement structurel, ce qui "unit" fait tenir ensemble, c'est la notion même d'ensemble, avant même qu'il y ait des éléments pour le constituer : c'est la notion d'ensemble vide $\cdot = \{\}$. En tant qu'ensemble, celui-ci a le pouvoir, potentiellement, de réunir des disparates. En tant que vide, il laisse la place du désir. Ce sont bien là les deux fonctions du Père dans la psychanalyse.

Il est remarquable que Cantor ait en fait raté l'essence même de la notion d'ensemble, puisque pour lui il n'y avait pas d'ensemble vide. Cette essence de l'ensemble, l'ensemble vide sur lequel se construit les théories axiomatiques des ensembles après Cantor, sera donnée par Frege.

L'histoire de Cantor est exemplaire d'une tentative de nouer la logique ensembliste (correspond-elle à la logique de l'inconscient ? après Lacan, on peut le penser) à la problématique du Père (Dieu). Ce noeud qui tient par l'Oedipe dans la névrose, doit être soutenu par une construction dans le cas de la psychose. La construction élégante de Cantor, de situer Dieu au-delà de tous les transfinis, fut démolie par la découverte des paradoxes qui ont eu pour conséquence de révéler la psychose du grand mathématicien.

Références

- [1] Nathalie Charraud : *Infini et Inconscient, essai sur Georg Cantor*, Anthropos-Economica, 1994.

Nathalie Charraud
Département de Mathématiques
Université Paris Nord
93430 Villetaneuse