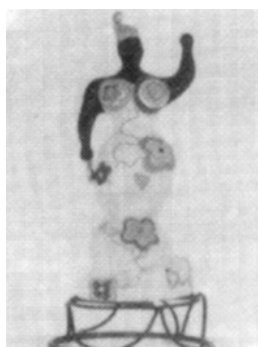


# *femmes & math*

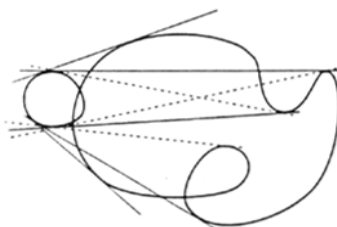
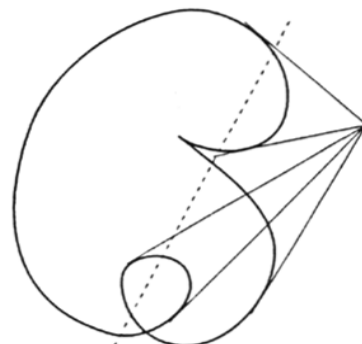


N°4

Janvier 2000

## *Sommaire*

Editorial  
Vie de l'association  
A propos de *mathématiques*  
A propos de *femmes*



Revue de l'Association  
*femmes et mathématiques*

Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris Cedex 05

*Niki de St Phalle*  
Nana with Golden turt  
1986

Women's art magazine  
Sept/oct 1993

*Eileen Cooper*  
Woman with birds  
1989

L'ouvert  
juin 1994

Women's art magazine  
jan/feb 1992

*Claude Cahun*  
Autoportrait  
1929

L'ouvert

juin 1994

Women's art  
magazine  
sept/oct 1995





## Editorial

Vous avez en mains le numéro 4 du journal de l'association *femmes et mathématiques*. Quels que soient les délais de parution, dont nous nous excusons auprès de nos lectrices/eurs et de nos abonnées/és, ce numéro témoigne de la vie de notre association et de son travail. Ses trois rubriques représentent assez fidèlement ses activités et ses réflexions.

### • Vie de l'association

Vous y trouverez les interventions de Amy Dahan, historienne des sciences, Nathalie Charraud, psychanalyste, Catherine Goldstein, historienne des mathématiques, Isabelle Stengers, philosophe et journaliste, lors du débat organisé le 19 septembre 1998, dont le point de départ a été "l'affaire Sokal".

Figure aussi un compte rendu de l'intervention de Cora Sadosky le 29 mai 1999. Cora Sadosky a été présidente de l'association américaine Association for Women in Mathematics. Elle a séjourné en France en 1999 et nous avons eu plusieurs fois le plaisir de la rencontrer et de discuter avec elle à l'Institut Henri Poincaré, siège de l'association.

### • A propos de mathématiques

La rubrique comporte un long article de géométrie sur les variétés de dimension 3 par Christine Lescop, dont la conférence le 15 décembre 1998 nous avait enchantées. La conférence de Cécile DeWitt-Morette du 6 décembre 1997 est transcrite ici à travers les notes qu'elle a bien voulu nous remettre.

### • A propos de femmes

Notre "observatoire de l'imparité" comporte deux parties : dans la première il y a des statistiques à travers lesquelles vous verrez que rien ne bouge concernant la sous-représentation des femmes dans l'enseignement supérieur, et que cette sous-représentation est dramatique au niveau des recrutements de professeurs ; nous vous laissons juges de la deuxième appelée "dialogue de sourds".

Christiane Bernard de la Commission européenne présente le 5ème programme-cadre européen de Recherche et Développement comme "tremplin pour une meilleure égalité des chances".

Annika Joelsson de la société Schlumberger décrit la politique de son entreprise pour y augmenter le nombre de femmes dans toutes les fonctions et à tous les niveaux.

Enfin pas de revue, sans article ! Nous remercions donc vivement les auteures qui ont contribué à ce numéro, sans oublier celles et ceux dont l'aide technique a été précieuse pour la confection de ce numéro !

*Christine Charretton*  
Présidente de *femmes et mathématiques*



*Journée du 19 septembre 1998*

## **Y a-t-il un langage scientifique ? Est-il la propriété des scientifiques ? Quels enjeux ?**

Avec la participation de :

**Amy Dahan**, historienne des Sciences

**Nathalie Charraud**, psychanalyste

**Catherine Goldstein**, historienne des mathématiques

**Isabelle Stengers** philosophe et journaliste

Ce débat, précédé d'une courte introduction par, s'est déroulé en deux temps. Chacune des intervenantes s'est exprimée pendant environ 20 minutes, dans l'ordre indiqué ci-dessus. Ensuite, les personnes présentes dans la salle ont pu poser des questions et faire part de leur propre point de vue. Une discussion animée s'est engagée que nous n'essaierons pas de rapporter ici. Nous nous limiterons à l'introduction et aux interventions des quatre personnes invitées dont nous tentons de rendre compte aussi fidèlement que possible, dans l'ordre où elles ont eu lieu. Nathalie Charraud a rédigé elle-même le texte de son intervention.

### **Introduction au débat par Christine Charretton**

D'où vient l'idée d'un tel débat et pourquoi l'association *femmes et mathématiques* l'a-t-elle organisé ?

L'origine en est l'"affaire Sokal" et les problèmes qu'elle pose. En juin 1996, Alan Sokal, physicien, publie dans la revue new-yorkaise *Social Text* un article intitulé "Transgresser les frontières : vers une herméneutique transformative de la gravitation quantique". L'article est truffé de développements passant de la mécanique quantique à la relativité générale sans oublier les mathématiques. Y sont remises en cause des affirmations scientifiques établies à ce jour. Il comporte une bibliographie de plus de dix pages qui contient des références, d'une part à d'éminents scientifiques, d'autre part à des philosophes ou théoriciens des sciences sociales appartenant au ou revendiqués par le courant des "Social Studies" aux Etats-Unis.

Très rapidement après la parution de l'article, A. Sokal révèle qu'il s'agit d'un canular, que ses assertions scientifiques sont fausses. Son but est en fait d'attaquer par un pastiche le courant de pensée américain appelé "postmodernisme" et le relativisme cognitif.

Le débat est plus tard exporté en France pour deux raisons ; les philosophes ou chercheurs en sciences sociales attaqués par Sokal sont français : Irigaray, Kristeva, Lacan, Latour, Serres, etc... puis Sokal publie avec Bricmont un livre en français “Impostures intellectuelles” (Ed. O. Jacob). La publication du livre alimente le débat. Sous la forme d’un procès, Bricmont et Sokal reprochent, entre autres choses, aux auteurs incriminés l’utilisation de concepts scientifiques comme arguments d’autorité pour justifier leur discours, mais sans les comprendre. Dans la foulée, ils leur reprochent aussi l’abandon du rationalisme issu du siècle des Lumières. S’en suit une polémique présente dans presque tous les journaux français, polémique qui, au premier coup d’oeil, dresse deux camps : celui des sciences “dures” et celui des sciences humaines.

C’est là qu’il faut trouver les raisons d’avoir organisé ce débat dont le sujet paraît si loin de la question des femmes ou même des mathématiciennes : l’association *femmes et mathématiques* est très attachée depuis plusieurs années à la collaboration avec des chercheuses en sciences humaines, sociologues, philosophes, psychanalystes, historiennes,... Celles-ci nous ont aidé à approfondir notre pensée personnelle et collective sur des sujets tels que “genre et sciences”, l’orientation des filles ou la parité, qui sont des questions-clefs pour comprendre la situation des femmes en mathématiques et pour l’améliorer.

Cette collaboration n’est justement pas sans poser de part et d’autre des problèmes de langage, immédiatement ou plus profondément. Ce débat nous concerne enfin parce que nous pensons que les scientifiques n’ont pas à organiser la police du langage scientifique et qu’eux-mêmes s’en servent aussi comme instrument de pouvoir, ce pouvoir qui minorise tant les femmes dans le milieu scientifique.

## Intervention d’Amy Dahan

Dans l’article d’Alan Sokal et dans le livre publié avec Jean Bricmont plusieurs cibles sont visées ; d’une part le relativisme cognitif, d’autre part des imposteurs parmi les auteurs français et finalement, une vaste nébuleuse culturelle qui englobe les études féministes et le courant de postmodernité américaine.

Ces trois pôles relèvent d’enjeux différents. Sokal et Bricmont ont cimenté ceci pour faire une attaque tous azimuts mais il est souvent assez utile de séparer les différents thèmes.

Un des points est le titre de ce débat, mais je ne veux pas en rester là.

Au-delà de cela, au fil des chapitres du livre “Impostures intellectuelles” les auteurs traquent l’erreur scientifique, conceptuelle, il y a des intermezzo, des chapitres qui portent sur des



questions générales scientifiques où les auteurs expliquent de quoi il s'agit pour ensuite revenir aux erreurs des auteurs mentionnés.

Je vous renvoie à l'ouvrage qui vient de paraître "Impostures scientifiques" auquel ont contribué Nathalie Charraud, Isabelle Stengers ici présentes et moi-même et où vous pourrez lire nos réponses au livre de Jean Bricmont et Alan Sokal.

Je vais prendre un exemple. On peut constater une polémique très insistante, reprise par Steven Weinberg, autour du mot "linéaire". Certains "imposteurs" sont accusés d'avoir construit une opposition idéologique sur quelque chose qui n'a qu'un sens strictement technique, en opposant linéaire, monotone à chaotique, inventif, imprévu, routinier, cumulatif et au-delà, une opposition à la pensée rationaliste des Lumières.

Le mot linéaire apparaît au 16<sup>ème</sup> siècle, passant du langage courant à des usages mathématiques extrêmement sophistiqués comme la substitution linéaire de Gauss, les groupes linéaires parmi les groupes de Galois. Au cours du 19<sup>ème</sup> siècle, il est utilisé de façon plus large et pour des concepts plus simples : fonction linéaire, application linéaire. Au 20<sup>ème</sup> siècle apparaissent aussi la programmation linéaire et des notions plus complexes (espaces vectoriels ,...)

Linéaire est un mot ordinaire qui a été adopté par les mathématiques, puis a été transformé. L'ordre de présentation didactique est contraire à l'ordre chronologique. Par exemple, la notion de fonction linéaire est introduite très tôt dans le cursus scolaire alors que c'est une notion qui, historiquement, s'est présentée très tardivement. Parallèlement, le mot linéaire continue d'exister dans le langage courant, où les usages plus complexes ont une influence (esprit linéaire, progrès linéaire, vision linéaire de l'histoire).

L'idée qu'être linéaire, c'est être toujours la même chose, cet aspect cumulatif associé à la linéarité ne sont pas surprenants. Les canaux de vulgarisation qui assurent la pénétration du corps technique entraînent le débordement dans le langage ordinaire. Ceci n'est pas une connotation idéologique.

Les scientifiques ont été les premiers à jouer de l'ambiguïté des termes. L'opposition chaos/linéaire par exemple a été perçue différemment selon les groupes disciplinaires (voir les actes de conférences pluridisciplinaires des années 70 sur ce thème, où on peut lire le point de vue de David Ruelle entre autres). Ce n'est pas l'apanage exclusif des intellectuels visés.

## Intervention de Nathalie Charraud

### *Objets et choses mathématiques*

Pour me situer dans la perspective des questions posées pour ce débat, je voudrais soutenir que le langage mathématique ne peut être la propriété des seuls scientifiques, pour la bonne raison que les mathématiques ne se réduisent pas à un pur langage. Tout ce qui déborde les mathématiques proprement dites, tout ce qui leur est sous-jacent dans leur construction intéresse les sciences humaines, et en particulier les psychologues et les psychanalystes.

Dans le travail mathématique intervient tout un imaginaire qui est, pour une part, propre à chacun, et pour une part commune à tous. Quelque chose dans cet imaginaire résiste, on ne peut imaginer n'importe quoi, la logique s'impose. Ce contre quoi vient buter l'imagination mathématique est de l'ordre d'un réel qui désubjectivise cette approche imaginaire.

Pour clarifier un peu les choses, je vous propose d'utiliser, de manipuler le terme de *mathème* qui a été lancé par Lacan sans être très explicité. Dans son livre consacré à Lacan, L'oeuvre claire, J.C.Milner définit le mathème comme un "atome de savoir". Le problème, c'est qu'en mathématique, il n'y a pas d'autre atome de savoir que l'objet mathématique lui-même. Pour ne pas tomber dans cette réduction, pour garder une spécificité du mathème dans la psychanalyse, je propose de considérer le mathème, à l'instar du signe saussurien, comme ayant deux faces : l'objet et ce qui est sous-jacent à l'objet, qu'on peut désigner comme la Chose mathématique.

La Chose mathématique est ce qui se présente toujours en excès par rapport à ce que l'on peut considérer comme objet mathématique, c'est-à-dire une structure bien définie prise dans une théorie mathématique. La Chose mathématique, au contraire de l'objet, c'est du mathématisable non encore pris dans une écriture formalisée, axiomatique. L'infini par exemple est la Chose mathématique par excellence. Malgré tous les progrès prodigieux pour le cerner, une part échappe encore à toute prise définitive dans le symbolique, notamment par le biais du problème du continu ou encore des très grands cardinaux.

La première approche qu'il y a bien une Chose mathématique réside donc dans cette constatation qu'il y a du mathématisable avant même que cela soit pris dans une mathématique effective, recevable par la communauté mathématique. L'histoire est pleine de ces moments où une chose mathématique surgit et insiste, attendant longtemps pour passer dans les mathématiques académiques. En même temps il peut être extrêmement hasardeux voire dangereux pour un mathématicien de s'aventurer sur ces terrains non balisés, même si ce sont les plus passionnants. Le cas de Cantor, dans sa recherche éperdue de l'essence du continu et des nombres transfinis, en est un exemple particulièrement illustratif.

Un autre biais pour justifier cette expression de Chose mathématique se trouve dans les tentatives qui ont été faites de fonder les mathématiques sur la logique. Il y a bien sûr le théorème de Gödel de 1931 qui en a démontré les limites. Mais plus encore que ce résultat, il y a le fait que très vite, pour répondre à des questions logiques sur les systèmes formels, comme leur non contradiction par exemple, il faut faire appel à une partie plus ou moins importante des mathématiques, ce qui nous place devant un cercle vicieux : la logique doit utiliser les mathématiques pour fonder les mathématiques ! Il me semble qu'il y a là le constat d'une antériorité de la chose mathématique sur toute tentative de réduction de celle-ci, même si bien évidemment elle ne pourrait exister sans le langage courant codifié dans une logique adéquate.

L'expression de chose est là utilisée de façon très large mais précise à la fois : c'est ce qui résiste dans les mathématiques à toute réduction logiciste. La chose mathématique n'est pas un substrat amorphe sur lequel vont s'ajouter des propriétés ; c'est une chose, potentiellement riche de son devenir. Comment vous faire sentir que le mathème ainsi défini ne concerne pas seulement les mathématiciens, mais qu'au cœur de tout sujet, quelque chose de l'ordre du mathème est en jeu ?

Ce que Freud présente comme une difficulté, dans son *Introduction à la psychanalyse* (1916) peut nous en donner une idée. Cela concerne ce qu'il appelle les symptômes types. Le chapitre 17 s'intitule en effet "Le sens du symptôme". Freud y présente le cas de deux patientes obsessionnelles dont les rituels sont analysés en référence à leurs histoires personnelles. Dans ce chapitre, Freud distingue ce qu'il appelle les symptômes individuels et les "symptômes typiques". Si les premiers révèlent leur sens par l'anamnèse de l'histoire du sujet, les seconds semblent échapper à l'analyse, tout en revenant "avec une monotonie fatigante" écrit Freud.

Il ne cite comme symptômes typiques que des symptômes relatifs à l'espace : agoraphobie (topophobie, peur de l'espace), peur des espaces confinés, de grandes places découvertes, de rues et allées s'allongeant à perte de vue. Freud donne toute son importance à ce genre de symptômes : "Même l'hystérie, malgré toute sa richesse en traits individuels, présente de très nombreux caractères généraux et typiques qui semblent rendre difficile la rétrospection historique".

"C'est ainsi que nous arrivons à cette conclusion décourageante que s'il nous est possible d'obtenir une explication satisfaisante du sens des symptômes névrotiques individuels à la lumière des faits et événements vécus par le malade, notre art ne suffit pas à trouver le sens des symptômes typiques, beaucoup plus fréquents" (p. 253)

"Si les symptômes individuels dépendent incontestablement des événements vécus par le malade, il est permis d'admettre que les symptômes typiques peuvent être ramenés à des

évènements également typiques, c'est-à-dire communs à tous les hommes”.

Ce qui est typique, au-delà du langage et des différentes formes du mythe de l'Œdipe, ce qui est ”commun à tous les hommes”, c'est la jouissance et ses modalités de prise dans le symbolique, pas seulement dans des signifiants primordiaux, mais aussi dans des schèmes de l'espace et des nombres, où les mathématiques dans leur forme non disciplinée, non encore prise dans une discipline du savoir, constituent une première détermination.

Les patients schizophrènes sont particulièrement géniaux pour illustrer cette question, quand ils réussissent à relater ce que l'on appelle à juste titre leurs phénomènes élémentaires, c'est-à-dire leurs rapports à chacun des objets pulsionnels dans toute la matérialité de leur rapport au corps et à l'espace. C'est alors que quelque chose d'un effet mathématique peut surgir, si l'on veut bien l'entendre. Je donnerai simplement l'exemple d'un patient qui me décrit ce que l'on appelle en psychiatrie un accès de catatonie. Pour lui cela concerne ce qu'il appelle son problème par rapport au mouvement. C'est-à-dire que pour bouger, m'explique-t-il, il faut commencer par amorcer un mouvement et c'est ce début du mouvement qui le fascine et l'effraie. On retrouve là le raisonnement de Zénon, mais ici les mots ont pris un tel poids de réel que le patient ne peut effectivement plus bouger ; pour amorcer un bouger, il faudrait déjà faire un bouger plus petit, etc. En extrapolant, cela implique effectivement l'immobilité et la catatonie ! Ce patient m'a apporté son explication de la catatonie par Zénon.

En partant de la chose mathématique elle-même, et de l'intérêt croissant qu'il y a à repérer le destin d'une pulsion dans son accrochage à une image mathématisable, il apparaît que le plus fructueux dans la définition du mathème est de lui accorder, comme au signe en linguistique, une double face, celle de la ”forme vague” d'une part, et celle de la ”bonne définition” d'autre part. La bonne forme est prise dans les empreintes instinctuelles du sujet, comme B. Teissier pour sa part le souligne. La bonne définition est indispensable pour que la chose entre définitivement dans le champ des mathématiques. Le passage d'une intuition diffuse à la découverte de la bonne définition est un moment de saisissement pour le mathématicien, comme en témoigne A. Grothendieck dans son ”Esquisse d'un programme” qui vient d'être publié avec des commentaires sur le destin mathématique des multiples idées, projets et visions qu'il contient. Dans cet écrit Grothendieck parle du tournant décisif qu'il ressentit à l'âge de douze ans, lorsqu'une femme qui lui donnait des cours particuliers de mathématiques, dans le contexte difficile, durant la guerre, d'un camp de réfugiés, lui apprit la définition du cercle. ”Cette définition m'avait impressionné par sa simplicité et son évidence, alors que la propriété de ”rotondité parfaite” du cercle m'apparaissait auparavant comme une réalité mystérieuse au-delà des mots. C'est à ce moment, je crois, que j'ai entrevu pour la première fois la puissance créatrice d'une ”bonne” définition mathématique, d'une

formulation qui décrit l' "essence". Ainsi le mathème du cercle ne peut se réduire ni à cette "rotondité parfaite" que l'on peut raccrocher à quelque chose de pulsionnel, hasarder quelque chose de la pulsion orale du sein, ni à la seule définition du cercle comme ensemble de points équidistants d'un même point appelé centre. Il me semble que dans le travail mathématique en acte pour un sujet, il est difficile de séparer les deux faces, même si l'élaboration finale élimine bien entendu la dimension pulsionnelle.

Le mathématicien est celui qui s'installe dans cette interface et la fait fructifier. Grothendieck exprime avec enthousiasme cette position : "Nul doute que de suivre un tel appel de l'informulé, de l'informe qui cherche forme, d'un entrevu élusif qui semble prendre plaisir à la fois à se dérober et à se manifester, ne peut que mener loin, alors que nul ne pourrait prédire où..." (p. 20)

Une telle phrase pourrait aussi bien être formulée par un analysant, dans une période où il se rend compte du changement de sa position subjective. La différence est que l'analysant passe par tous les signifiants marquants de son existence, les fantasmes qui lui cachent la Chose freudienne et son horreur, avant de découvrir éventuellement, comme un witz, la part de mathématique naïve à laquelle s'attache la pulsion et qui cadre son rapport au monde.

Je situe dans cette perspective l'intérêt toujours croissant de Lacan pour les objets mathématiques comme étant ceux qui servent de supports "typiques" à la jouissance, jouissance du chiffage et du déchiffage du travail de l'inconscient (les non-dupes errent, 73-74, séminaire qui suit Encore), mais aussi jouissance pulsionnelle où chacune trouve appui dans un rapport mathématisable, primitif, à l'espace et aux nombres.

Si l'on prend au sérieux cette affinité de la jouissance avec la mathématique, on peut suivre dans l'enseignement de Lacan une approche du réel par l'intermédiaire de certains objets mathématiques, comme la limite (la logique du fantasme), le cross-cap (l'objet de la psychanalyse), le transfini (l'Étourdi) ou le noeud (le sinthome).

Pour conclure, on entrevoit bien que l'usage des mathématiques en psychanalyse est loin d'être artificiel. Elles sont parfois utilisées par Lacan comme des métaphores. Mais fondamentalement leur présence se justifie par leur lien intime avec la pulsion, du fait de la prise de notre corps dans l'espace et dans la jouissance, c'est-à-dire dans la comptabilité.

Preuve en est de cette prise de notre corps dans les maths, que celles-ci puissent faire symptôme, qu'elles ne sont neutres pour personne et inspirent rejet ou passion. Ce lien intime entre mathématiques et inconscient, Lacan n'a finalement fait que de l'effleurer en l'exploitant dans sa théorie. Il y a là un champ qui est ouvert et à explorer, plutôt que de vouloir le refermer sans plus y réfléchir et pour des raisons tout à fait suspectes.

## Intervention de Catherine Goldstein

Je commencerai par une citation. Le personnage de Humpty Dumpty dans l'oeuvre de Lewis Carroll, "Alice au Pays des Merveilles" dit cette phrase :

"Quand je dis un mot, il signifie exactement ce qu'il signifie, un point c'est tout "

Sans m'attarder sur "l'affaire Sokal", je voudrais cependant faire remarquer qu'elle soulève des questions de langage, donc de politique, donc de pouvoir. En effet, d'une part les textes d'Alan Sokal et Jean Bricmont prétendent parler d'universalisme alors que ce dont ils parlent vraiment sont des disciplines bien établies et leur discours est disciplinaire. D'autre part, ce texte s'est développé dans un contexte politique très fort.

Je rappelle rapidement le contexte politique ; il y a eu la parution de l'ouvrage "Higher Superstitions" qui défendait l'homme blanc, attaquait le féminisme, le multiculturalisme. Le débat était alors hautement chargé culturellement. Alan Sokal insiste sur sa qualité d'homme de gauche. Le numéro de "Social Studies" dans lequel il publie son article canular est écrit en réaction contre cette tendance à défendre l'homme blanc.

Je peux être d'accord avec certains points du livre "Impostures intellectuelles" mais il n'y a eu à la suite de ce livre, aucune avancée par exemple pour expliquer pourquoi des gens d'autres disciplines utilisent des notions mathématiques.

Il y a eu des tentatives d'explication ; ce n'est pas si facile. Une discipline est un ensemble de manières d'argumenter. Il ne s'agit pas seulement de l'utilisation de mots isolés mais de la complexité de leur emploi. Ce qui est difficile dans une discipline ne l'est pas forcément ailleurs.

On trouve un certain mépris à l'intérieur des sciences pour d'autres domaines. En lisant le livre de Jean Bricmont et Alan Sokal, j'ai eu le sentiment d'être à l'intérieur, d'appartenir à un certain milieu. A l'intérieur d'une discipline, qu'est-ce qui rend les choses difficiles ? Comment reconnaît-on l'exercice scientifique ? Ce n'est pas seulement au niveau des mots que les difficultés apparaissent. Pouvoir déterminer si des mots sont sérieux ou non correspond à une appartenance à un milieu.

Je reproche aux auteurs d' "Impostures intellectuelles" des amalgames très dérangeants comme d'assimiler les sciences humaines à de la philosophie et à la psychanalyse, ce qui est abusif. D'autre part, ils font appel à l'histoire des mathématiques et écrivent parfois des sottises. On a l'impression, après lecture de ce livre, qu'un grand pas en arrière a été fait par rapport aux efforts de tous ceux et celles qui ont essayé d'établir des ponts entre sciences exactes et sciences humaines, comme par exemple Gilles Deleuze ou Jacques Lacan. Je cite quelques livres en histoire des sciences qui me semblent témoigner d'un tel effort :

”Les formes de l’expérience ; une autre forme d’histoire sociale”, ”Le livre des sciences est-il écrit dans la langue des historiens ?”. D’autre part, il existe un groupe d’étude à Berlin dirigé par Loraine Daston sur l’histoire de l’objectivité scientifique, groupe qui essaye de cerner ce qu’on appelle objectivité scientifique à différentes époques. C’est un travail relativiste qui interroge la notion d’objectivisme.

Si on essaye de dépasser cette opposition factice entre sciences humaines et sciences exactes, quelles formes donner à l’interdisciplinarité ? Voici des propositions de travail et de réflexion sous forme de questions :

- Est-ce accepter comme données les concepts de l’autre ?
- Est-ce travailler ensemble sur des concepts ?
- L’interdisciplinarité se fait-elle par le biais d’une popularisation accessible ? Et dans ce cas qui la popularise ? Quels pouvoirs sont en jeu ? Comment la populariser ?

On ne lit pas Jacques Lacan pour apprendre des mathématiques ni Bruno Latour pour comprendre Albert Einstein. On essaye de voir ce que l’auteur cherche à atteindre par la métaphore. La métaphore est une fonction cognitive essentielle. Le langage scientifique n’appartient pas aux scientifiques. Cependant il est vrai que l’utilisation de ces métaphores a servi d’argument d’autorité pour atteindre une position de pouvoir ou de prestige. Et il y a bien sûr quelques auteurs cités dans ”Impostures Intellectuelles” que je n’approuve pas.

Au delà des mots, il y a l’idée que les résultats scientifiques ont marqué la vie culturelle et intellectuelle du 20ème siècle. Il est impensable de vouloir interdire qu’ils nourrissent l’imaginaire social comme l’a fait par exemple le théorème de Gödel’.

Ne vouloir parler d’un objet que si on maîtrise sa technicité est utopique, de même que l’idée de normaliser les usages scientifiques est utopique. On ne peut pas juger aujourd’hui le choix de certains mots.

Dans le livre récemment paru ”Impostures scientifiques”, Jean-Marc Lévy-Leblond dit qu’une grande part de responsabilité vient des scientifiques eux-mêmes. Il explique par exemple que le mot relativité a été mal choisi. Personnellement, je pense que quelque soient les mots choisis, ils déborderaient.

Le chercheur, comme tout être humain, a besoin du langage ordinaire et il n’ a pas d’emblée le formalisme. Il y a osmose entre langage ordinaire et langage scientifique.

## Intervention d'Isabelle Stengers

Jean Bricmont et Alan Sokal revèlent une situation malsaine qui pose problème. Ils y ajoutent des éléments qui leur sont propres. Ce ne sont pas les mathématiques qui sont au coeur du problème mais les sciences au sens des sciences positives.

J'ai assisté à la scène suivante. Un biologiste italien est venu exposer dans un séminaire de physique du Laboratoire de Prigogine à Bruxelles sur l'irréductibilité du langage de la biologie à la physique. Lorsqu'il s'avèra que sa thèse reposait sur l'hypothèse que la physique est axiomatisable, le président de séance remercia l'intervenant et leva aussitôt la séance.

A qui appartient le langage scientifique ? Il y a un gouffre entre la réponse qui consiste à dire qu'il n'appartient qu'aux seuls compétents et celle qui consiste à dire qu'il appartient à tout le monde.

On pourrait partir du fait que les significations que crée le langage scientifique ne restent pas parmi les propriétaires. L'un des succès des sciences modernes est que ce qu'elles créent n'est pas conçu comme restant fixé à ses propriétaires. Il y a transformation, migration dans un autre domaine. C'est quand ça migre que ça prend de la richesse.

C'est la marque de succès d'un domaine que d'arriver à en intéresser d'autres. Par exemple, les médecins utilisent l'expression "résonance magnétique nucléaire" (R.M.N.). Il y a eu négociation et il y a eu des liens à créer entre deux communautés pour que la notion originale devienne instrument de laboratoire à l'hôpital.

Ce sont des voyages, des migrations où les conditions de négociation comptent. La pertinence de l'utilisation dans le domaine d'arrivée devient le trait saillant du succès.

Il y a aussi une dimension malsaine liée à des rapports hiérarchiques. On prend comme explication ce qui n'est que corrélation. Ceci peut conduire à une possibilité malsaine de reconstituer un domaine à partir de l'autorité d'un autre. Au sommet de la hiérarchie il y a les physiciens eux-mêmes.

Faute de connaître l'histoire des concepts, les mots sont mal utilisés et ceci peut avoir un effet pervers sur les sciences. Pensons par exemple au glissement de la notion d'énergie, d'énergie hamiltonienne à énergie thermodynamique. Certains scientifiques font eux-mêmes un peu n'importe quoi dans des ouvrages de vulgarisation. On pense qu'il est douloureux pour le scientifique de dégrader le concept scientifique pour le vulgariser et on est beaucoup plus indulgent à son égard qu'à l'égard d'un non scientifique qui utiliserait un concept scientifique.

Les mathématiques sont à distinguer de la physique ; le faire de la construction est célébré par les mathématiques mais pas par la physique. Peut-être le succès de la vulgarisation des mathématiques est-il une spécificité de cette discipline. Cette vulgarisation présente de beaux



objets qui ne se volent pas pour leur autorité, contrairement à ce qui peut se passer en physique.

La différence entre ce qui est raté et ce qui est réussi dans une discipline doit être transmis afin de pouvoir répondre aux questions suivantes :

- Qu'est-ce qui pourrait enrichir les autres domaines ?
- Qu'est-ce qui dans ces domaines est raté ou réussi ?

Il y a deux dimensions à l' "affaire Sokal". D'une part, il s'agit qu'une querelle de physiciens. Eux-mêmes (par exemple Prigogine) sont issus de la physique fondamentale, ce qui n'est pas un hasard. C'est Weinberg qui a en fait piloté l'affaire.

D'autre part, il y a le spectre du relativisme et son danger. Comment échappe-t-on à un spectre lorsque ceux qui sont hantés n'acceptent d'être rassurés que si l'on s'incline avec respect devant ce qu'ils produisent ? Des gens comme Alan Sokal et Jean Bricmont rendent inhabitable la situation intermédiaire entre laisser aux seuls intervenants le langage scientifique et dire qu'il appartient à tous. Certains pourtant tentent d'habiter un terrain intermédiaire.

*Amy Dahan, Nathalie Charraud et Isabelle Stengers ont participé au livre Impostures scientifiques, les malentendus de l'affaire Sokal (co-édité par la revue Alliage et les éditions de La Découverte, septembre 98).*



*Journée du 29 mai 1999 avec A. Joelsson<sup>(\*)</sup> et C. Sadosky*

**Intervention de Cora Sadosky (présidente de AWM de 1993 à 1995)**

L'Association for Women in Mathematics (AWM) a été créée aux Etats-Unis en 1971 et comprend aujourd'hui 4000 membres environ dont 7 % d'hommes.

L'association a pour buts d'encourager les femmes à étudier et à avoir des carrières dans les sciences mathématiques, ainsi que de promouvoir un traitement égal des mathématiciennes et mathématiciens en termes d'emploi et de salaire. Les activités de l'association sont par exemple :

- la participation aux grandes conférences de mathématiques, telles que les congrès annuels de l'AMS (American Mathematical Society) ou du SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics),

- la promotion des exposés de mathématiciennes invitées dans les conférences, comme par exemple au Congrès international de Mathématiques où, pour la première fois en 1994 avait été organisée une "lecture for an Invited Women" (Olga Ladyzhenskaya en 1994, Cathleen Morawetz en 1998),

- récolter et distribuer des subventions pour aider les mathématiciennes à partir en mission,

- organiser les "Sonia Kovalevsky School Days", journées de sensibilisation aux mathématiques destinées aux lycéennes,

- éditer des brochures, telles que "Carriers that count",

- réaliser la Newsletter de l'association : ce bulletin, publié tous les deux mois, contient des informations sur les ateliers et minisymposia organisés par AMW dans les grandes conférences, publie des analyses de livres sur le sujet "femmes et sciences", une rubrique Education, des témoignages de mathématiciennes. C'est aussi un journal professionnel contenant des offres de postes, publiés à leur frais par les universités, et des offres de subventions (grants) de divers organismes fédéraux.

C. Sadosky donne quelques statistiques américaines montrant que les femmes tendent à disparaître au fur et à mesure dans les études en mathématiques. En 1995, les taux d'étudiantes en mathématiques aux Etats-Unis sont de 45 % au niveau 1er et 2ème cycles (undergraduate), de 23 % au niveau PhD tandis que les mathématiciennes ne représentent que 6 % des professeurs titulaires (tenured) de mathématiques.

Les mathématiciennes invitées aux congrès internationaux de mathématiques ont toujours été peu nombreuses. Parmi les conférenciers pléniers invités, on note E. Noether (1932), Karen Uhlenbeck (1990), Ingrid Daubechies et Marina Ratner (1994), puis Dusa MacDuff (1998). Par ailleurs, en 1994 seulement huit autres

---

(\*). A. Joelsson a bien voulu rédiger un article. Il figure dans la rubrique "A propos de femmes" de ce même numéro

mathématiciennes (sur 152) ont été invitées pour des exposés de 45 mn, et en 1998, onze femmes sur 165.

La prestigieuse institution MIT (Massachusetts Institute of Technology) a réalisé une étude très intéressante sur le statut des femmes professeurs en sciences employées par le MIT. Cette étude a montré notamment comment dans les dix dernières années la discrimination contre les femmes a consisté en un ensemble d'hypothèses et de non-dits subtils, mais très importants dans leurs conséquences (voir l'étude en question sur le site de AWM).

C. Sadosky conclut qu'il faut toujours penser aux femmes, pas seulement aux jeunes et aux seniors, et que si nous voulons qu'il y ait des femmes partout, il faut qu'il y en ait aussi dans les niveaux les plus élevés.

### Débat

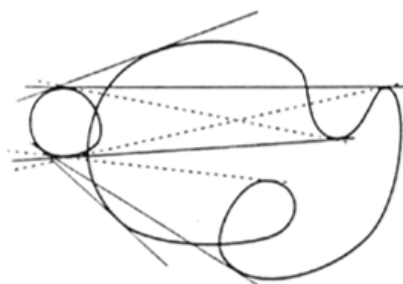
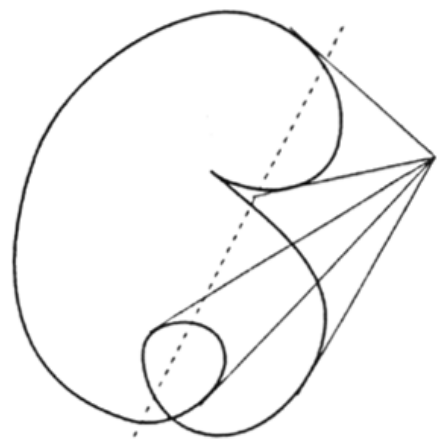
La discussion qui suit la présentation de A. Joelsson (Schlumberger) et de C. Sadosky (AWM) fait apparaître les points suivants.

- Quand la question des femmes est posée, la première réponse des hommes est qu'il n'y a pas de problème.
- Cependant, dans le livre "2000, Mathematics in the Next Century", tous les auteurs sont des hommes. Certaines femmes ont refusé, mais les éditeurs n'ont pas pensé d'autres femmes.
- La question de la limite d'âge pour les médailles Fields a été évoquée. Les femmes feraient leurs meilleures recherches un peu plus tard. Paradigme. : "Les meilleurs mathématiciens sont des hommes".
- Pour augmenter la visibilité des femmes, il faudrait que les femmes invitées lors d'un congrès fassent partie du comité d'organisation du prochain congrès.
- Image des mathématiques et de la physique : ces champs d'étude ont mauvaise image auprès du grand public (par exemple, dans certains films les mathématiciens sont représentés comme étant fous), au contraire de la biologie.
- Les professeurs de lycées ne savent pas à quoi servent les mathématiques. Il faudrait aux élèves en montrer l'accessibilité, ainsi que leur utilité (les mathématiciens en général ne désirent pas qu'on parle de l'utilité des mathématiques...).

*Référence.* Le site de AWM contient une foule de renseignements et de documents : voici son adresse : <http://www.awm-math.org>

*Colette Guillopé*

# *à propos de mathématiques*



L'ouvert juin 1994		
	L'ouvert juin 1994	

# QUELQUES PRESENTATIONS DES VARIETES DE DIMENSION 3

Christine Lescop<sup>\*†</sup>

## Résumé

Ce texte présente quelques manières de visualiser les variétés de dimension 3, puis introduit brièvement l'invariant de Casson, invariant récent de ces variétés, et quelques travaux de l'auteur sur cet invariant.

Mots-clefs : topologie en dimension 3, variétés de dimension 3, scindements de Heegaard, chirurgie, invariant de Casson

Keywords : 3-dimensional topology, 3-manifolds, Heegaard splittings, surgery, Casson invariant

A.M.S. subject classification : 57N10, 57M25

## 1 Introduction aux variétés de dimension 3

Dans cet exposé, pour un entier naturel  $k$ , nous appelons  $k$ -variété une variété topologique (à homéomorphisme près), compacte, orientable, connexe, sans bord (sauf précision contraire) de dimension  $k$ .

Avec cette définition que nous expliciterons ultérieurement, nous pouvons donner les listes complètes et sans répétition des 1-variétés et des 2-variétés que nous appelons ici simplement surfaces. La seule 1-variété est le cercle  $S^1$ , et, pour chaque entier naturel  $g$ , il y a exactement une surface : la surface  $\Sigma_g$  de genre  $g$  dessinée sur la figure 2.

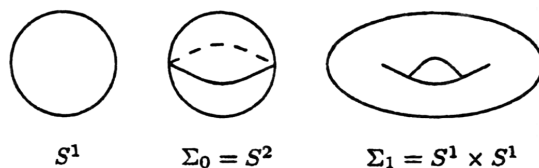


Fig. 1 –  $S^1$ , la sphère  $S^2 = \Sigma_0$  et le tore  $S^1 \times S^1 = \Sigma_1$

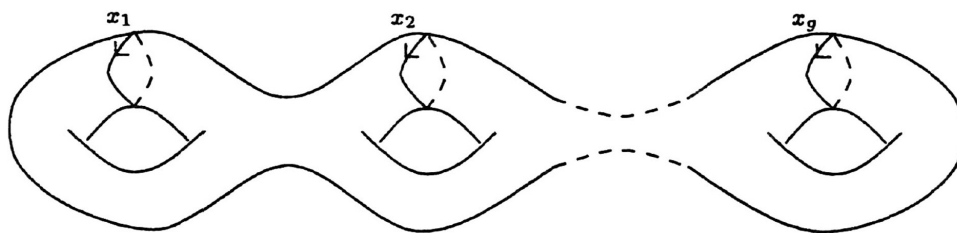


Fig. 2 – La surface de genre  $g$

Pour les 3-variétés, le problème de la classification n'est pas résolu, c'est-à-dire que nous ne connaissons pas de telle liste, et le principal but de la topologie de dimension 3 est d'en fournir une.

\*. CNRS, Institut Fourier (UMR 5582)

†. Conférence du 15 décembre 1998

Nous disposons pour cela de plusieurs manières de représenter les 3-variétés, nous allons décrire deux d'entre elles, les scindements de Heegaard et les chirurgies. Nous disposons aussi d'invariants, fonctions des 3-variétés dans des ensembles mieux connus (telles le genre pour les surfaces), qui nous permettent souvent de distinguer des 3-variétés différentes. Nous appliquerons nos deux représentations des 3-variétés à deux constructions distinctes d'un même invariant topologique récent des 3-variétés : l'invariant de Casson.

Avant de donner des constructions générales, examinons quelques exemples naturels de 3-variétés.

Notre 3-variété préférée sera la sphère  $S^3$  de dimension 3 de  $\mathbb{R}^4$  :

$$S^3 = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4) | x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1\}.$$

On peut voir  $S^3$  comme la réunion de deux boules  $B^3$  de dimension 3,  $B^3 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$ ,  $B_+^3 = \{x \in \mathbb{R}^4 \cap S^3 | x_4 \geq 0\}$  et  $B_-^3 = \{x \in \mathbb{R}^4 \cap S^3 | x_4 \leq 0\}$  dont les bords homéomorphes à  $S^2$  sont recollés, c'est-à-dire identifiés l'un à l'autre par un homéomorphisme. Ceci s'écrit

$$S^3 = B_+^3 \cup_{S^2} B_-^3.$$

$S^3$  est aussi le compactifié d'Alexandroff de l'espace ambiant  $\mathbb{R}^3$ ,

$$S^3 = \mathbb{R}^3 \cup \{\text{point à l'infini}\}$$

comme nous le montre par exemple l'équation  $B^3 \setminus \{\text{point } 0\} = S^2 \times ]0, 1[ = S^2 \times [1, \infty[$ . Ici comme dans tout l'exposé, nous regardons les variétés à homéomorphisme près et le signe = signifie homéomorphe.

Mentionnons aussi à titre d'exemples les 3-variétés produits  $\Sigma_g \times S^1$ , le groupe de Lie  $SO(3)$  des isométries positives de  $\mathbb{R}^3$  et le quotient  $SO(3)/\mathcal{A}_5$  de  $SO(3)$  par le sous-groupe des isométries positives qui préservent l'icosaèdre régulier.

## 2 Scindements de Heegaard des 3-variétés

Un *corps à g anses* est la 3-variété  $H_g$  à bord bordée par  $\Sigma_g$  que l'on voit sur la figure 2. Il est obtenu à partir de la boule  $B^3$  en lui ajoutant g anses comme le montre la figure 3, ce qui explique la terminologie.

**Fait 2.1** *Toute 3-variété M s'écrit*

$$M = H_g^{(1)} \cup_{\Sigma_g^{(1)} \xrightarrow{h} \Sigma_g^{(2)}} H_g^{(2)}$$

où  $H_g^{(1)}$  et  $H_g^{(2)}$  sont deux copies de  $H_g$  et  $h$  désigne un homéomorphisme qui identifie le bord  $\partial H_g^{(1)} = \Sigma_g^{(1)}$  de  $H_g^{(1)}$  au bord  $\Sigma_g^{(2)}$  de  $H_g^{(2)}$ .

Ces décompositions des 3-variétés, introduites par Heegaard à la fin du dix-neuvième siècle sont appelées *scindements de Heegaard*. Les remarques qui suivent nous aideront à les dessiner.

Remarquons d'abord que la connaissance complète de l'homéomorphisme  $h$  n'est pas nécessaire à la reconstruction de la variété  $M$ . Il suffit de connaître les courbes images des *méridiens*  $\{x_i^{(2)}\}_{i=1, \dots, g}$  de  $H_g^{(2)}$  par l'homéomorphisme  $h^{-1}$ ,  $h^{-1}(x_i^{(2)}) = y_i$ .

En effet, on reconstruit  $M$  comme suit :

$$M = (H_g^{(1)} \cup_{y_i \times I} (\cup_{i=1}^g D_{y_i} \times I)) \cup_{S^2} B^3$$



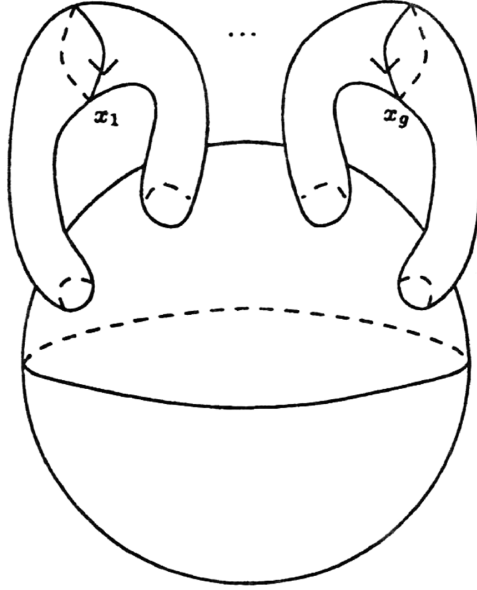


Fig. 3 – Le corps en anses de genre  $g$

C'est-à-dire que l'on obtient  $M$  en collant d'abord  $H_g^{(1)}$  chaque cylindre  $D_{y_i} \times I$  produit d'un disque  $D_{y_i}$  de bord  $y_i$  par l'intervalle  $I$  le long d'un voisinage annulaire  $y_i \times I$  de  $y_i$  sur  $\Sigma_g^{(1)}$ . Après ce premier collage des anses de  $H_g^{(2)}$ , il reste à reboucher la 3-variété obtenue qui a pour bord une sphère par la boule  $B^3$ .

Ce procédé définit  $M$  (toujours à homéomorphisme près) sans ambiguïté. Montrons par exemple que le rebouchage par une boule est bien défini. Il suffit de voir que si deux 3-variétés  $M_1$  et  $M_2$  sont homéomorphes en dehors de l'intérieur  $\overset{\circ}{B}$  d'une boule  $B^3$ , c'est-à-dire si il existe un homéomorphisme  $\phi$  de  $M_1 \setminus \overset{\circ}{B}_1$  dans  $M_2 \setminus \overset{\circ}{B}_2$ , alors  $M_1$  est homéomorphe à  $M_2$ . Or,  $\phi$  induit un homéomorphisme  $\psi$  du bord  $S^2$  de la première boule  $B_1^3$  dans le bord  $S^2$  de  $B_2^3$ , qui se prolonge naturellement à l'intérieur des boules par la formule  $\psi(tx) = t\psi(x)$  pour  $t \in [0, 1]$ ,  $x \in S^2$ , ce qui permet de prolonger  $\phi$  en un homéomorphisme de  $M_1$  dans  $M_2$ .

Nous allons maintenant caractériser les systèmes images du système des méridiens  $x_i$  par un homéomorphisme. Il est clair qu'un tel système doit satisfaire les conditions de la définition suivante.

**Definition 2.2** Un  $\Sigma_g$ -système est une famille de  $g$  courbes fermées plongées dans  $\Sigma_g$ , deux à deux disjointes, qui ne sépare pas  $\Sigma_g$ .

La réciproque est aussi vraie (et facile à voir à partir de la classification des surfaces et d'une caractérisation algébrique du genre par exemple à l'aide de la caractéristique d'Euler), pour tout  $\Sigma_g$ -système  $\{y_i\}_{i=1, \dots, g}$ , il existe un homéomorphisme  $h$  de  $\Sigma_g$  tel que  $h(x_i) = y_i$ .

Ainsi, on peut voir toute 3-variété comme un  $\Sigma_g$ -système  $y$  dessiné sur un corps en anses. La figure 4 nous montre quelques scindements de Heegaard de la sphère  $S^3$ . Notons que la sphère  $S^3$  est la seule 3-variété qui admet un scindement de Heegaard de genre 0.

Le genre d'un scindement de Heegaard est bien sûr celui de la surface commune aux deux corps en anses.

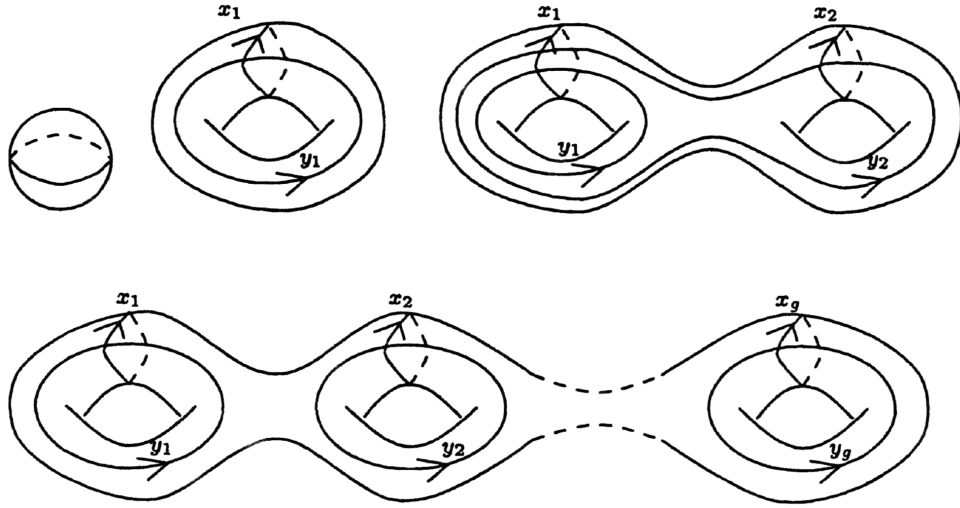


Fig. 4 – Quelques scindements de Heegaard de la sphère  $S^3$

Le  $\Sigma_g$ -système peut aussi se représenter sur un disque. Il suffit pour cela de couper  $\Sigma_g^{(1)}$  le long des courbes  $x_i$ , ce qui transforme  $\Sigma_g$  en un disque à  $(2g - 1)$  trous.

La figure 5 montre un scindement de Heegaard de la sphère de Poincaré  $SO(3)/\mathcal{A}_5$  telle qu'elle apparaît (aux notations près) dans [P2, fig. 4] comme un exemple de sphère d'homologie de dimension 3 distincte de  $S^3$ . Une *sphère d'homologie* est une 3-variété qui a la même homologie que  $S^3$ , on peut aussi définir de manière équivalente une sphère d'homologie comme une 3-variété où tout nœud (plongement de  $S^1$ ) borde une surface (à bord!) plongée.

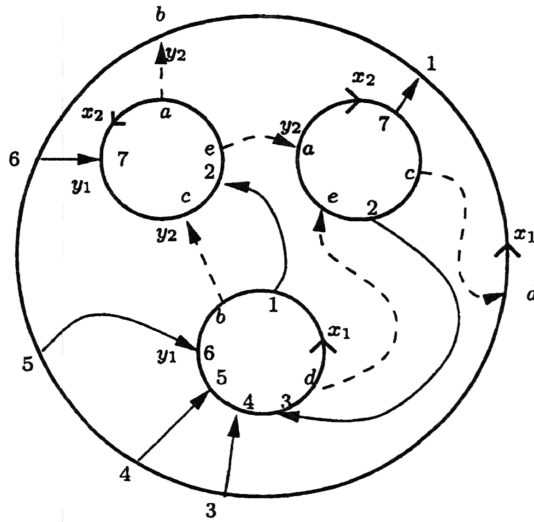


Fig. 5 – La sphère de Poincaré représentée par un scindement de Heegaard de genre 2

Poincaré avait conjecturé en 1900 [P1] qu'une telle sphère devait nécessairement être homéomorphe à  $S^3$  avant de publier ce contre-exemple sous la forme de la figure 5. Il avait alors transformé sa question en demandant si une sphère d'homotopie devait nécessairement être homéomorphe à  $S^3$ . (Une 3-variété  $M$  est une *sphère d'homotopie* si et seulement si

elle vérifie l'une des trois conditions équivalentes suivantes, tous les groupes d'homotopie de  $M$  sont égaux à ceux de  $S^3$ ,  $\pi_1(M) = 1$ , ou, tout plongement de  $S^1$  dans  $M$  s'étend en une application continue du disque dans  $M$ .) Cette question connue sous le nom de *conjecture de Poincaré* est sans doute la question la plus célèbre de la topologie de dimension 3, elle reste ouverte.

Deux scindements de Heegaard d'une 3-variété  $M$  sont dits *isomorphes* si il existe un homéomorphisme de  $M$  qui transforme la surface d'un scindement en la surface de l'autre. La somme connexe de deux 3-variétés  $M_1$  et  $M_2$  est définie comme suit :

$$M_1 \sharp M_2 \stackrel{\text{déf}}{=} \overline{M_1 \setminus B^3} \cup_{S^2} \overline{M_2 \setminus B^3}$$

La somme connexe de deux scindements de Heegaard est définie de sorte que la boule enlevée à chacune des variétés scindées coupe la surface du scindement selon un disque et que le recollement identifie les bords des deux disques. La somme connexe est ainsi naturellement scindée. Une stabilisation d'un scindement de Heegaard est la somme connexe de ce scindement avec le scindement de genre 1 de  $S^3$ . Graphiquement, on peut voir une stabilisation comme l'opération qui permet de passer du premier scindement de  $S^2 \times S^1$  au deuxième sur la figure 6.

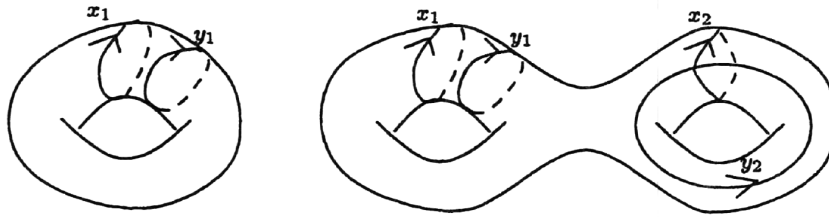


Fig. 6 – Deux scindements de Heegaard de  $S^2 \times S^1$

**Théorème 2.1.** (*Reidemeister-Singer (1933)*) Deux scindements de Heegaard d'une même variété deviennent isomorphes après un nombre fini de stabilisations élémentaires.

L'existence des scindements de Heegaard et ce théorème fournissent bien sûr une définition des 3-variétés, mais il est temps de justifier ce qui pour l'instant ressemble trop à des abus de langage par un véritable théorème de structure des 3-variétés.

### 3 Définition des 3-variétés

Ici, une variété *topologique*  $M$  de dimension  $n$  est un espace topologique séparé recouvert par une réunion dénombrable d'ouverts  $U_i (i \in I)$ , où chaque  $U_i$  est identifié par un homéomorphisme  $\phi_i : U_i \rightarrow V_i$  à un ouvert  $V_i$  de  $\mathbb{R}^n$ . Les variétés sont considérées à homéomorphisme près, c'est-à-dire que deux variétés homéomorphes sont identiques.

Pour  $r = 1, \dots, \infty$ , la variété topologique  $M$  a une structure de *variété différentiable de classe  $C^r$*  ou variété  $C^r$ , si, pour chaque paire  $\{i, j\} \subset I$ , l'application  $\phi_j \circ \phi_i^{-1}$  définie sur  $\phi_i(U_i \cap U_j)$  est un difféomorphisme de classe  $C^r$ . La notion d'application différentiable de classe  $C^s$ ,  $s \leq r$ , entre deux telles variétés se définit naturellement grâce aux identifications locales de ces espaces avec des espaces euclidiens où elle est bien connue, et les variétés

$C^r$  sont considérées à difféomorphisme  $C^r$  près. Si  $\mathbb{R}^n$  est orienté et si les applications  $\phi_j \circ \phi_i^{i-1}$  préservent l'orientation pour  $\{i, j\} \in I$ , la variété  $M$  est dite *orientée*.

On peut aussi définir les variétés PL ou linéaires par morceaux de dimension 3 comme suit. Un *simplexe* de dimension  $n$  est l'enveloppe convexe de  $(n+1)$  points affinement indépendants dans  $\mathbb{R}^n$ , par exemple, un simplexe de dimension 3 est un tétraèdre. Appelons *triangulation* d'un espace topologique  $X$  un recouvrement dénombrable localement fini de  $X$  par des  $k$ -simplexes  $k \leq n$  tel que (1) toute face d'un de ses simplexes est encore un de ses simplexes et (2) deux quelconques de ses simplexes qui se rencontrent exactement le long d'un de ses simplexes. Une *subdivision*  $T'$  d'une triangulation  $T$  de  $X$  est une triangulation de  $X$  telle que chaque simplexe de  $T'$  est inclus dans un simplexe de  $T$ . Deux triangulations de  $X$  sont *équivalentes* si elles ont des subdivisions isomorphes. Une *variété PL* est une variété topologique munie d'une classe d'équivalence de triangulations. Le théorème suivant assure que pour les 3-variétés, toutes ces notions coïncident.

**Théorème 3.1.** *Les catégories des variétés topologiques,  $C^i$  et PL sont identiques en dimension 3.*

Cet énoncé entraîne par exemple que toute variété topologique a une unique structure  $C^\infty$ . Il contient plusieurs théorèmes dus à, différents auteurs (voir [Ku]). L'équivalence entre les catégories  $C^i, i = 1, 2, \dots, \infty$  découle du travail [Whi] de Whitney en 1936. En 1934, Cairns [Cal] a fourni la flèche de la catégorie Cl vers la catégorie PL, l'existence d'une triangulation sur les variétés  $C^1$ , il a montré (Ca2, Theorem III) qu'elle était surjective en 1940. Moïse [Mo] a montré en 1952 l'équivalence entre la catégorie topologique et la catégorie PL. Le diagramme a été complété indépendamment par Munkres [Mu, Theorem 6.3] et Whitehead [Wh] qui ont prouvé en 1960 l'injectivité de la flèche naturelle de la catégorie  $C^1$  vers la catégorie topologique.

Cet énoncé nous permet de ne décrire que la topologie de nos 3-variétés, de coller sans lisser, et d'utiliser des outils de topologie différentielle comme les voisinages tubulaires ou la théorie de Morse pour les étudier. La théorie de Morse-Smale, par exemple, nous fournit très facilement l'existence des décompositions de Heegaard tandis que l'étude de l'espace des fonctions de Morse de Cerf [Cerf] entraîne directement le théorème de Reidemeister-Singer dont une démonstration au moyen des triangulations a été donnée par Siebenmann [S]. Remarquons qu'une triangulation d'une 3-variété produit aussi un scindement de Heegaard naturel où l'un des deux corps en anses est un voisinage régulier du 1-squelette (graphe formé des arêtes et des sommets) de la triangulation.

Maintenant, en l'absence d'indication contraire, toutes les variétés sont compactes et orientées. Les bords des variétés (à bord!) sont orientés avec la convention de "la normale extérieure en premier". Nous regardons toujours les variétés à homéomorphismes orientés près et les plongements isotopie ambiante près.

## 4 L'invariant de Casson des sphères d'homologie

Soit  $M$  une sphère d'homologie, A. Casson a défini  $\lambda(M)$  comme un nombre algébrique de classes de conjugaison de représentations irréductibles de  $\pi_1(M)$  dans  $SU(2)$  comme suit. (Pour les détails, le lecteur est invité consulter [AM], [M] ou [GM].)

Soit  $M = A \cup_\Sigma B$  un scindement de Heegaard de  $M. \Sigma = \partial A = -\partial B$ . (Le signe – devant une variété orientée change l'orientation.) Pour  $X = M, \Sigma, A$  ou  $B$ , appelons

$R(X)$  l'espace des classes de conjugaison de représentations irréductibles de  $\pi_1(X)$  dans  $SU(2)$ .

Les inclusions de  $\Sigma$  dans  $A$  et  $B$  identifient  $R(A)$  et  $R(B)$  à des sous-espaces de  $R(\Sigma)$ , et le théorème de Van Kampen identifie  $R(M)$  à  $R(A) \cap R(B)$ . De plus, les espaces  $R(A)$ ,  $R(B)$  et  $R(\Sigma)$  ont des structures naturelles de variétés différentiables (non compactes). Pour ces structures,  $R(A)$  et  $R(B)$  sont des sous-variétés de dimensions complémentaires de  $R(\Sigma)$ , leur intersection est compacte et une orientation de  $M$  permet de coorienter  $R(A)$ ,  $R(B)$  et  $R(\Sigma)$ . Ceci permet de définir le nombre d'intersection  $\langle R(A), R(B) \rangle_{R(\Sigma)}$  de  $R(A)$  et  $R(B)$  dans  $R(\Sigma)$ . En effet,  $R(A)$  peut être rendu transverse à  $R(B)$  dans  $R(\Sigma)$  par une isotopie à support compact qui perturbe l'inclusion de  $R(A)$  dans  $R(\Sigma)$ ; après cette isotopie,  $R(A)$  et  $R(B)$  se rencontrent en un nombre fini de points auxquels correspondent des signes (+1) ou (-1).  $\langle R(A), R(B) \rangle_{R(\Sigma)}$  est la somme de ces signes.

L'imprécision sur la coorientation mise à part, Casson a défini son invariant comme :

$$\lambda(M) = \frac{1}{2} \langle R(A), R(B) \rangle_{R(\Sigma)}$$

Casson a démontré l'invariance de  $\lambda$  ainsi défini, en utilisant le théorème de Reidemeister-Singer et en suivant la transformation de la présente définition lors d'une stabilisation.

## 5 Présentations de chirurgie des variétés de dimension 3

Si une 3-variété  $M$ , un nœud  $K$  de  $M$ , et un *parallèle*  $\mu$  de  $K$  -c'est-à-dire une courbe parallèle à  $K$  sur le bord d'un voisinage tubulaire  $T(K)$  de  $K$  - nous sont donnés, nous pouvons construire la *variété*  $\chi(M; (K, \mu))$  obtenue partir de  $M$  par chirurgie sur  $(K, \mu)$  comme suit. Nous enlevons l'intérieur de  $T(K)$  de  $M$  et nous le remplaçons par un tore plein  $D^2 \times S^1$  recollé le long du bord  $\partial T(K)$  de  $T(K)$  par un homéomorphisme de  $\partial T(K)$  dans  $\partial D^2 \times S^1$  qui envoie  $\mu$  sur  $\partial D^2 \times \{1\}$ .

$$\chi(M; (K, \mu)) = \overline{M \setminus T(K)} \cup_{\partial T(K) \approx \partial(D^2 \times S^1)} D^2 \times S^1$$

Remarquons que la variété  $\chi(M; (K, \mu))$  est ainsi définie sans ambiguïté. En effet, elle est obtenue en recollant un disque épaissi à  $\overline{M \setminus T(K)}$  le long d'un anneau autour de  $\mu$  dans  $\partial T(K)$ , et, en remplissant la sphère  $S^2$  qui apparaît sur le bord de la variété par une boule standard  $B^3$  de dimension 3.

On appelle  $(K, \mu)$  un *nœud pondéré*. Une collection de nœuds pondérés disjoints est un *entrelacs pondéré*. On généralise naturellement la chirurgie sur les nœuds pondérés à la chirurgie sur des entrelacs pondérés en effectuant simultanément la chirurgie sur toutes les composantes de l'entrelacs. Le théorème qui suit, élégamment démontré à partir des scindements de Heegaard dans [Ro], nous motive pour l'étude de cette opération.

**Théorème 5.1.** (*Lickorish [Lil, Wallace IW] 1960*) *Toute 3-variété peut être obtenue à partir de la sphère standard  $S^3$  de dimension 3 par chirurgie sur un entrelacs pondéré.*

Nous allons maintenant introduire les nombres d'enlacement qui nous aideront à paramétrer les chirurgies. Soit  $J$  et  $K$  deux nœuds disjoints dans une sphère d'homologie  $M$ . Il existe une surface  $\Sigma$  bordée par  $K$ . Le *nombre d'enlacement* de  $J$  et  $K$ ,  $lk(J, K)$ , est alors défini sans ambiguïté comme le nombre d'intersection algébrique de  $J$  et  $\Sigma$ . Il est symétrique.



Fig. 7 – Une présentation de chirurgie de la sphère de Poincaré (voir [R])

Lorsque  $M$  est une sphère d'homologie, la classe d'isotopie dans  $\partial T(K)$  de la *courbe caractéristique*  $\mu$  de la chirurgie est déterminée par le nombre d'enlacement de  $\mu$  et  $K$  dans  $M$  et le noeud pondéré  $(K, \mu)$  est aussi noté  $(K, lk(K, \mu))$ . En particulier, un entrelacs pondéré de  $S^3$  est un entrelacs dont les composantes sont pondérées par des entiers.

Le calcul de Kirby qui relie deux présentations de chirurgie d'une même variété renforce notre intérêt pour l'étude des chirurgies. En voici la version de Fenn et Rourke.

**Théorème 5.2.** (Fenn-Rourke [FR], Kirby [K] 1978) *Deux entrelacs pondérés de  $S^3$  qui présentent la même 3-variété s'obtiennent l'un de l'autre par une suite finie de mouvements FR dont la description suit.*

Soit  $\mathbf{L}$  un entrelacs pondéré de  $S^3$  dont une composante  $\mathbf{U}$  est un noeud trivial  $U$  muni d'un parallèle  $\mu_U$  tel que  $lk(U, \mu_U) = \varepsilon = \pm 1$ . Considérons un cylindre  $I \times D^2$  plongé dans  $\overline{S^3} \setminus T(U)$  de sorte que  $I \times S^1$  soit plongé dans  $\partial T(U)$ . Soit  $\tau$  l'homéomorphisme de  $\overline{S^3} \setminus T(U)$  qui est l'identité en dehors du cylindre, et qui *twiste* le cylindre autour de son axe en envoyant  $\mu_U$  sur le méridien de  $U$ . Il est clair que  $\tau(\mathbf{L} \setminus \mathbf{U})$  présente la même variété que  $\mathbf{L}$  (où nous pensons aux entrelacs pondérés comme à des entrelacs munis de courbes lorsque nous écrivons  $\tau(\mathbf{L} \setminus \mathbf{U})$ ). Nous définissons un *mouvement FR* comme l'opération décrite ci-dessus qui transforme  $\mathbf{L}$  en  $\tau(\mathbf{L} \setminus \mathbf{U})$  ou son inverse.

D'après les théorèmes ci-dessus, pour définir un invariant des variétés fermées de dimension 3, il suffit de trouver une fonction des entrelacs pondérés invariante, par mouvement *FR*. Faute de bons candidats, ce procédé n'avait pas été utilisé avant 1988. Depuis, avec l'invasion des invariants quantiques, bon nombre d'invariants de variétés de dimension 3 doivent la preuve de leur invariance à ce principe élémentaire ([R-T], [Wa],...), mais la plupart d'entre eux souffrent cruellement d'un manque d'interprétation topologique. Ici, nous allons nous appuyer sur ce principe pour donner une deuxième construction (d'une généralisation) de l'invariant de Casson que nous savons déjà interpréter géométriquement.

## 6 Une formule de chirurgie pour l'invariant de Casson.

Afin de présenter une fonction  $\mathbf{F}$  invariante par mouvement *FR*, nous commençons par introduire quelques notations. Soit  $\mathbf{L} = (\mathbf{K}_i)_{i \in N}$  un entrelacs pondéré dans une sphère d'homologie  $M$ ,  $\mathbf{K}_i = (K_i, \mu_i) = (K_i, lk(\mu_i, K_i))$ .  $N = \{1, \dots, n\}$  est l'ensemble des indices des composantes de  $\mathbf{L}$ . Pour une partie  $I$  de  $N$ ,  $\mathbf{L}_I = (\mathbf{K}_i)_{i \in I}$ .  $E(\mathbf{L}) = [\ell_{ij} = lk(\mu_i, K_j)]_{i,j=1,\dots,n}$  désigne la *matrice d'enlacement* symétrique de  $\mathbf{L}$ .  $b^-(\mathbf{L})$  (resp.  $b^+(\mathbf{L})$ ) est le nombre de valeurs propres négatives (resp. positives) de  $E(\mathbf{L})$ . Nous pouvons main-

tenant poser :

$$\mathbf{F}_M(\mathbf{L}) = (-1)^{b^-(\mathbf{L})} \sum_{I \in N, I \neq 0} \det(E(\mathbf{L}_{N \setminus I})) \alpha(\mathbf{L}_I) \\ + |\det(E(\mathbf{L}))| \frac{b^+(\mathbf{L}) - b^-(\mathbf{L})}{8}$$

avec

$$\alpha(\mathbf{L}_I) = \left( \tilde{\zeta}(\mathbf{L}_I) + \frac{(-1)^{\#I}}{24} L_8(\mathbf{L}_I) \right)$$

où  $L_8(\mathbf{L})$  et  $\tilde{\zeta}(L)$  sont décrits ci dessous.

$L_8(\mathbf{L})$  est un polynôme homogène en les coefficients de la matrice d'enlacement : soit  $G$  un graphe dont les sommets sont indexés par les éléments de  $N$  ; associons à une arête  $e$  de  $G$  dont les extrémités sont indexées par  $i$  et  $j$  le nombre  $lk(\mathbf{L}; e) = \ell_{ij}$  ; définissons alors  $lk(\mathbf{L}; G)$  comme le produit sur toutes les arêtes  $e$  de  $G$  des  $lk(\mathbf{L}; e)$ . Maintenant,  $L_8(\mathbf{L})$  est la somme des  $lk(\mathbf{L}; G)$  où  $G$  parcourt tous les graphes dont les sommets sont indexés par les éléments de  $N$  et dont l'espace sous-jacent a la forme du chiffre 8 constitué de deux cercles orientés distingués (nord et sud) avec un sommet en commun. (Si  $N = \{1\}$ ,  $L_8(\mathbf{L}) = \ell_{11}^2$  ; si  $N = \{1, 2\}$ ,  $L_8(\mathbf{L}) = 2(\ell_{11} + \ell_{22})\ell_{12}^2 \dots$ )

Le coefficient  $\tilde{\zeta}$  est un sous-produit du polynôme d'Alexander à plusieurs variables  $\Delta$  (défini et normalisé comme dans [Ha] et [BL2]) pour les entrelacs à plusieurs composantes et du polynôme d'Alexander  $\Delta$  classique des nœuds qui est l'ordre du  $H_1$  du revêtement infini cyclique de  $M \setminus K$ , vu comme le  $\mathbf{Z}[t, t^{-1}]$ -module naturel qu'il est, normalisé de sorte que  $\Delta(1) > 0$  et  $\Delta(t) = \Delta(t^{-1})$ .

$$\tilde{\zeta}(L) = \begin{cases} (-1)^{n-1} \frac{\partial^n \Delta}{\partial t_1 \dots \partial t_n}(L)(1, \dots, 1) & \text{si } n > 1, \\ \frac{1}{2} \Delta''(K_1)(1) - \frac{1}{12} & \text{si } n = 1, \end{cases} \quad (1)$$

Maintenant nous pouvons énoncer le théorème :

**Théorème 6.1.** ([L1], 1992) *Il existe un invariant topologique rationnel  $\lambda$  des 3-variétés tel que pour tout entrelacs pondéré  $\mathbf{L}$  de  $S^3$ ,*

$$\lambda(\chi(S^3; \mathbf{L})) = \mathbf{F}_{S^3}(\mathbf{L}).$$

L'invariant  $\lambda$  ainsi défini vérifie la formule de chirurgie plus générale :

**Propriété 1.** *Pour tout entrelacs pondéré  $\mathbf{H}$  d'une sphère d'homologie  $M$ ,*

$$\lambda(\chi(M; \mathbf{H})) = |\det(E(\mathbf{H}))| \lambda(M) + \mathbf{F}_M(H).$$

Le principe de la preuve du théorème qui n'aurait probablement pas existé sans les travaux de Walker [Wa] et Boyer-Lines [BL1] est très simple. D'après la version de Fenn et Rourke du théorème de Kirby, il suffit de montrer que les mouvements FR laissent la fonction  $\mathbf{F}$  invariante. Or  $\mathbf{F}$  est une fonction d'invariants homologiques de l'extérieur de l'entrelacs pondéré dont les variations lors d'un homéomorphisme de cet extérieur sont calculables au prix de quelques efforts combinatoires et calculées dans [L1].

La démonstration de la formule de chirurgie générale [L1] repose sur la même remarque.

En 1985, Casson avait résolu des problèmes célèbres de topologie de basse dimension en montrant que son invariant  $\lambda$  possédait, entre autres, les propriétés suivantes :

**Théorème 6.2.** (Casson, 1985) *L'invariant topologique entier  $\lambda$  des sphères d'homologie vérifie :*

1. *Si la représentation triviale est la seule représentation de  $\pi_1(M)$  dans  $SU(2)$ , alors  $\lambda(M) = 0$*
2.  $\lambda(-M) = -\lambda(M)$
3.  $\lambda(M_1 \sharp M_2) = \lambda(M_1) + \lambda(M_2)$
4. *Pour tout nœud  $K$  dans une sphère d'homologie  $M$ , pour tout  $\varepsilon = \pm 1$ ,*

$$\lambda(\chi(M; (K, \varepsilon))) = \lambda(M) + \frac{\varepsilon}{2} \Delta(K)''(1)$$

Remarquons que cette dernière formule est exactement la formule de chirurgie de la propriété 1 lorsque  $\mathbf{H} = (K, \varepsilon = \pm 1)$ .

Ceci, ajouté au fait classique suivant, montre que l'invariant  $\lambda$  du théorème 6.1 est bien une généralisation de l'invariant de Casson.

**Fait 6.3** *Deux sphères d'homologie s'obtiennent l'une à partir de l'autre par une suite de chirurgies sur des nœuds pondérés par  $\pm 1$ .*

Il est clair que si, dans cet énoncé, les polynômes d'Alexander des nœuds de la suite valent un, l'invariant de Casson des deux sphères d'homologie est le même. La réciproque suivante est vraie :

**Propriété 2.** ([L2], 1995) *Deux sphères d'homologie qui ont même invariant de Casson s'obtiennent l'une à partir de l'autre par une suite de chirurgies sur des nœuds de polynôme d'Alexander trivial pondérés par  $\pm 1$ .*

L'invariant  $A$  défini pour toutes les 3-variétés admet des interprétations topologiques dans tous les cas. Ces interprétations et un grand nombre de propriétés récentes de  $A$  sont décrites dans [L3].

## Bibliographie

- [AM] S. Akbulut et J. McCarthy, *Casson's invariant for oriented homology 3-spheres, an exposition*. Mathematical Notes 36, Princeton University Press, Princeton 1990.
- [BL1] S. Boyer et D. Lines, *Surgery formulae for Casson's invariant and extensions to homology lens spaces*, J. Reine Angew. Math. 405, (1990), 181-220.
- [BL2] S. Boyer et D. Lines, *Conway potential functions for links in  $Q$ -homology 3-spheres*, Proc. of the Edinburgh Math. Soc. 35, (1992), 53-69.
- [Ca1] S. S. Cairns, *Triangulation of the manifold of class one*, Bull. AMS, 41, (1935), 549-552.
- [Ca2] S. S. Cairns, *Homeomorphisms between topological manifolds and analytic manifolds*, Ann. of Math., 41, (1940), 796-808.
- [Cerf] J. Cerf, *La stratification naturelle des espaces de fonctions différentiables réelles et le théorème de la pseudo-isotopie*, Publications mathématiques de l'I.H.E.S. 39 (1970).
- [FR] R. Fenn et C. Rourke, *On Kirby's calculus of links*, Topology 18, (1979), 1-15.
- [GM] L. Guillou et A. Marin, *Notes sur l'invariant de Casson des sphères d'homologie de dimension 3*, L'Enseignement Math. 38, (1992), 233-290.



- [Ha] R. Hartley, *The Conway potential function for links*, Conament. Math. Helvetici 58, (1983), 365-378.
- [K] . Kirby, *A calculus for framed links in  $S^3$* . Inventiones Math. 45, (1978), 35-56.
- [Ku] . H. Kuiper, *A short history of triangulations and related matters*. Proc. bicenten. Congr. Wiskd. Genoot.. Part I, Amsterdam 1978, Math. Cent. Tracts 100, (1979), 61-79.
- [L1] . Lescop, *Global surgery formula for the Casson-Walker invariant*, Annals of Mathematics Studies 140, Princeton University Press, Princeton 1996.
- [L2] . Lescop, *On the kernel of the Casson invariant*, Prépublication de l'Institut Fourier 349, (1996) paraître Topology.
- [L3] . Lescop, *On the Casson invariant*, a paraître dans les Proceedings of the second European Congress of Mathematicians, Budapest 1996.
- [Li] . B. R. Lickorish, *A representation of orientable combinatorial 3-manifolds*, Ann. Math. 76, (1962), 531-540.
- [M] . Marin, *Un nouvel invariant pour les sphères d'homologie de dimension 3 (d'après Casson)*, Semin. Bourbaki, 40ème Annke, Vol. 1987/88, Exp. No.693, Astérisque 161-162, (1988), 151-164.
- [Mo] . E. Moise, *Affine structures in 3-manifolds*, Ann. of Math. 56, (1952), 96-114.
- [Mu] . Munkres, *Obstructions to the smoothing of piecewise-differentiable homeomorphisms*, Ann. of Math. 72, (1960), 521-554.
- [P1] . Poincaré, *Second complément l'analysis situs*, Proc. Lond. Math. Soc. 32, (1900), 277-308.
- [P2] . Poincaré, *Cinquième complément l'analysis situs*, Rend. Circ. Mat. Palermo 18, (1904), 45-110.
- [R-T] . Reshetikhin and V. Turaev, *Invariants of 3-manifolds via link polynomials and quantum groups*, Lavent. math. 103, (1991), 547-597.
- [R] . Rolfsen, *Knots and links*, Publish or Perish, Berkeley 1976.
- [Ro] . Rourke, *A new proof that  $f/3$  is zero*, Jour. London Math. Soc. 31, (1985), 373-376.
- [S] . C. Siebenmann, *Les bisections expliquent le théoreme de Reidemeister-Singer. Un retour aux sources*, Prépublication d'Orsay 80 T16, (1980).
- [T] . G. Turaev, *Reidemeister torsion in knot theory*, Russian Math. Surveys, 41 :1, (1986), 119-182.
- [W] . W. Wallace, *Modifications and cobounding manifolds*. I, II, Can. J. Math, 12, (1960), 503-528.
- [Wa] . Walker, *An Extension of Casson's Invariant*, Annals of Mathematics Studies, 126, Princeton University Press, Princeton 1992.
- [Wh] .H.C. Whitehead, *Manifolds with transverse fields in euclidean space*. Ann. of Math. 73, (1961), 154-212.
- [Whi] . Whitney, *Differentiable manifolds*, Ann. of Math. 37, (1936), 645-680.

Christine Lescop (CNRS, UMR 5582)  
 Institut Fourier, B.P.74  
 38402 Saint-Martin-d'Hères cedex  
 FRANCE  
 e-mail : lescop@fourier.ujf-grenoble.fr



## FUNCTIONAL INTEGRATION : A new perspective

Cécile DeWitt-Morette \*

*Les quelques pages suivantes sont une introduction aux travaux récents de Pierre Cartier et Cécile DeWitt-Morette. Le lecteur/la lectrice en trouvera un exposé dans :*

- *Journal of Mathematical Physics* 36 (1995) p. 2237- 2312, “A new perspective on functional integration”
- *deux exposés dans Functional integration, Basics and Applications, Eds. C. DeWitt-Morette, P. Cartier, A. Folacci (Plenum Press New York, 1997)*
  - i) “A rigorous mathematical foundation of functional integration”, pp 1-50
  - ii) “Physics on and near caustics” pp. 51-66

*Les bibliographies de ces articles donnent les références nécessaires aux travaux antérieurs. Le cours de P. Cartier fait pendant le trimestre (automne 1997) du Centre Emile Borel sera disponible dans la série « Cours avancés » de la Société Mathématique de France.*

Functional integration is a natural concept : the domains of integration are function spaces ; the identification and properties of function spaces are one of the great achievements of the twentieth century mathematics.

A new perspective on integration over finite dimensional domains of integration is necessary for constructing a coherent theory of functional integration. A simple and often quoted example proposed by P. Cartier will show the shortcomings of ordinary integration and suggest a new approach. Let

$$I_D(a) := \int_{\mathbf{R}^D} \exp\left(-\frac{\pi}{a}|x|^2\right) dx = a^{\frac{D}{2}}$$

$$I_D(a) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 < a < 1 \\ 1 & \text{for } a = 1 \\ \infty & \text{for } a > 1 \end{cases}$$

ID (a) fails to be continuous as should reasonably be desired. A way out of this difficulty is to introduce a scale invariant volume element (invariant under the change of unit length).

$$\mathcal{D}_a x := \frac{dx^1}{\text{sqrta}} \frac{dx^2}{\text{sqrta}} \dots \frac{dx^D}{\text{sqrta}} \quad (\text{no physical dimension})$$

and to define implicitly  $\mathcal{D}_a x$  by a dimensionless expression

$$\int_{\mathbf{R}^D} \exp\left(-\frac{\pi}{a}|x|^2 - 2\pi i(x', x)\right) = \exp(-\pi a|x'|^2).$$

---

\*. Notes remises par à l'issue de sa conférence “Nouvelles perspectives sur l'intégrale de Feynman” du 6 Décembre 1997.

This expression can be generalized from  $R^D$  to an infinite dimensional Banach space  $X$  readily :

$$\int_X \mathcal{D}_{s,Q,W} x \exp(-\frac{\pi}{s}Q(x) - 2\pi i(x', x)) = \exp(-\pi s W(x')). \quad (1)$$

where

- $Q$  is a quadratic form on  $X$
- $W$  is a quadratic form on the dual  $X'$  of  $X$
- $(x, x')$  for  $x' \in X'$ ,  $x \in X$  the dual pairing
- $Q(x) = (Dx, x)$  and  $W(x') = (x', Gx')$
- $Q$  and  $G$  are inverse of each other in the following sense :

$$DG = 1_{X'} \quad GD = 1_X$$

Usually  $X$  is sufficiently restricted for a differential operator  $D$  on  $X$  to have a unique inverse, and we abreviate  $\mathcal{D}_{s,Q,W}$  to  $\mathcal{D}_{s,Q}$ .

- $s \in 1, i$

$$\begin{aligned} \text{if } s = 1, & \quad Q(x) > 0 \text{ for } x \neq 0 \\ \text{if } s = i, & \quad Q(x) \text{ real, no other restriction.} \end{aligned}$$

Henceforth, we abreviate  $\mathcal{D}_{s,Q}$  to  $\mathcal{D}_Q$  but we keep  $s$  in the integrand.

Given  $X, Q, W$  if necessary, and  $\mathcal{D}_Q$ , the next problem is to identify a suitable space  $\mathcal{F}(X)$  of functionals on  $X$  integrable by  $\mathcal{D}_Q$ . Given  $\mathcal{F}(X)$ , the problem is to compute

$$I = \int_X \mathcal{D}_Q x F(x) \text{ for } F \in \mathcal{F}(X).$$

The domain of integration is the driving force in setting up and commuting the functional integral. An example :

$$\langle \beta | \exp(-\frac{2\pi i}{h})(t_b - t_a)H | \alpha \rangle = \int_{X_{\alpha,\beta}} \mathcal{D}_{X_{\alpha,\beta}} x \exp(\frac{2\pi i}{h}S(x, t_a, t_b))$$

$x \in X_{\alpha,\beta}$  is a map  $x : [t_a, t_b] \rightarrow M^D$

- with  $D$  boundary conditions at  $t_a$  corresponding to  $\alpha$ .
- with  $D$  boundary conditions at  $t_b$  corresponding to  $\beta$ .

The condition  $S(x; t_a, t_b) < \infty$  determines the analytic properties of  $x$ . The action  $S$  offers a choice of quadratic forms  $Q$ .

### Some techniques

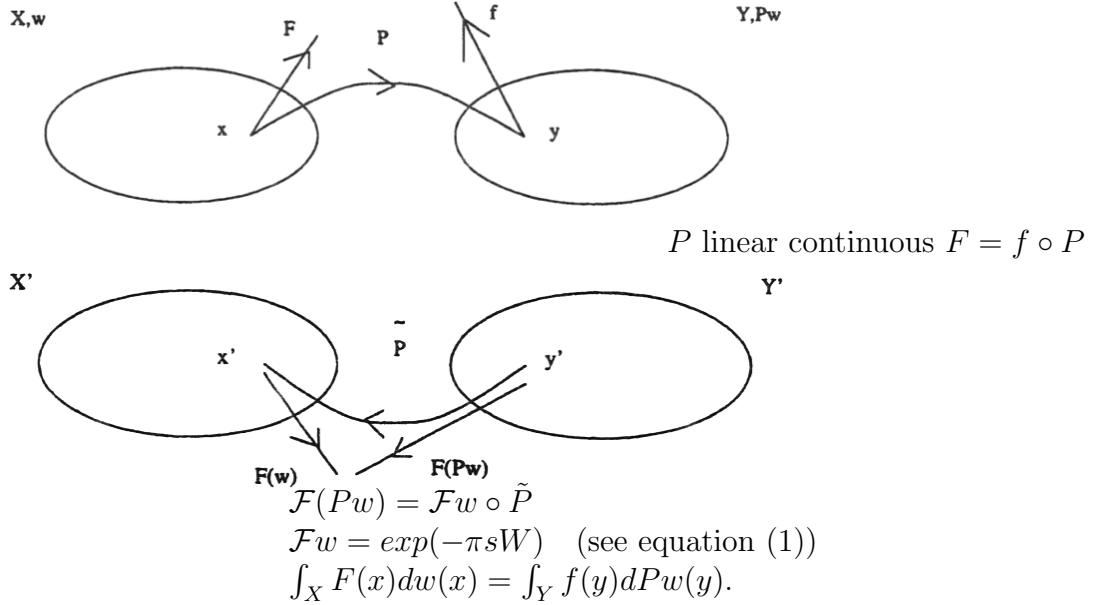
1. Choosing the defining equation of a scale invariant volume element  $\mathcal{D}_{X_{\alpha,\beta}} x$ 
  - i) In a gaussian process, the quadratic form  $Q$  can be :

- a metric on  $X_{\alpha,\beta}$  suggested by the metric on  $M^D$ ,
- a metric on  $X_{\alpha,\beta}$  invariant under the Cartan development map,
- a quadratic form. suggested by the action, e.g. its hessian.

ii) See the references for choices of volume elements in a Poisson process.

## 2. Change of variable of integration

i) In a gaussian integral, set  $dw(x) = \mathcal{D}_Q \exp(-\frac{\pi}{s}(x))$ .



If  $Y$  is finite dimensional, then  $dPw$  is easily obtained from  $\mathcal{F}(Pw)$ . If  $Y$  is countable (mode decomposition  $x(t) = \sum_k \xi^k \Psi_k(t)$  with  $\{\Psi_k\}$  a basis for  $Y$ , and  $\xi = \{\dots, \xi^{k-1}, \xi^k, \xi^{k+1}, \dots\} \in \Xi$ ) one can decompose the integral into an integral over a few selected  $\{\xi^k\}_{k \in \text{finite set}}$  and an integral over the remaining finite set components of  $k$ .

ii) Let  $dx^\alpha(t) = X_i^\alpha(x(t))dz^i(t)$  for  $x, z \in L^{2,1}$ .

Example 1 :  $x^\alpha(t)$  in arbitrary coordinates,  $z^i(t)$  in cartesian coordinates.

Example 2 :  $x$  the Cartan development of  $z$ .

Example 3 :  $X$  a space of pointed paths on  $M^D \rightarrow Y$  of pointed paths on  $\mathbf{R}^D$  because  $X$  is contractible .

Example 4 :  $X$  a fibre bundle over  $M^D$  for a physical system on  $M^D$ .

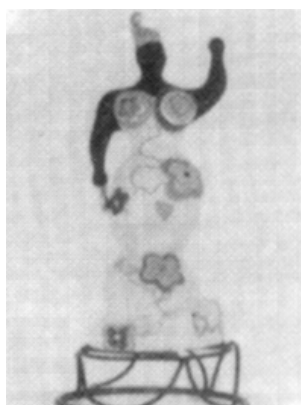
### Some uses of functional integrals solving P.D.E

- Parabolic P.D.E : gaussian processes including processes on fibre bundles stated in terms of Lie derivatives.
- Hyperbolic P.D.E, Dirac equation : Poisson processes.
- Elliptic P.D.E, fixed energy problems : First exit time followed by time reparametrisation.

Cécile DeWitt-Morette  
Department of Physics and Center for relativity  
University of Texas Austin, TX 78712, U.S.A



# *à propos de femmes*



		<p><i>Niki de St Phalle</i> Nana with Golden turt 1986</p> <p>Women's art magazine Sept/oct 1993</p>
	<p><i>Eileen Cooper</i> Woman with birds 1989</p> <p>Women's art magazine jan/feb 1992</p>	
		<p><i>Claude Cahun</i> Autoportrait 1929</p> <p>Women's art magazine sept/oct 1995</p>



## Quelques données sur la répartition femmes-hommes dans l'enseignement supérieur en mathématiques (\*)

- **Recrutement 1998 (25 et 26ème sections) (\*\*)**

Maîtres de conférences

sur 142 postes , 44 femmes recrutées (30,9%)

Professeurs

sur 44 postes , 3 femmes recrutées (6,8%)

- **Qualifications 1999**

	total	femmes	% de femmes
<b>Maîtres de conférences</b>			
<i>25ème section</i>			
candidat(e)s	299	56	18,7%
qualifié(e)s	186	32	17,2%
<i>26ème section</i>			
candidat(e)s	375	92	24,5%
qualifié(e)s	224	58	25,5%
<b>Professeurs</b>			
<i>25ème section</i>			
candidat(e)s	108	15	13,8%
qualifié(e)s	72	9	12,5%
<i>26ème section</i>			
candidat(e)s	135	19	14%
qualifié(e)s	81	11	13,6%

- **Recrutement 1999 (données sur les candidats classés)**

**Maîtres de conférences**

*25ème section*

sur 31 postes    3 candidates classées lères  
total des classés : 161    dont    femmes : 34    21,2%

*26ème section*

sur 45 postes    8 candidates classées lères    17,7%  
total des classés : 162    dont    femmes : 51    31,5%

---

(\*) . Données obtenues en juin 1999.

(\*\*). On peut , grossièrement, définir la 25° section comme celle des mathématiques pures, la 26° section comme celle des mathématiques appliquées.

## Professeurs

### 25ème section

sur 21 postes 0 candidate classée lère 0%  
total des classés : 85 dont femmes : 4 4,7%

### 26ème section

sur 20 postes 5 candidates classées lères 25%  
total des classés : 51 dont femmes : 10 20%

## • Etudes doctorales

### Thèses soutenues (pourcentage de femmes )

1992 : 17,5                      1993 : 18,7                      1994 : 17,3

### Pour 1995-99 et pour 5 écoles doctorales en mathématiques

(Bordeaux, Grenoble, Marseille, Montpellier, Strasbourg)

Inscription en DEA :	334 dont	71 femmes	21,5%
Doctorants :	643 dont	152 femmes	23,6%
Thèses soutenues :	175 dont	39 femmes	22,3%

## • Qualifications, recrutement de 1991 à 1997 : pourcentages de femmes.

qualifications %    recrutement %

### Maîtres de conférences

1991	?	20,5
1992	18,5	23
1993	19	26,8
1994	17,6	17
1995	?	19
1996	25	26

### Professeurs

1997	21,5	20
1991	?	18
1992	13,5	9,7
1993	14,5	14,5
1994	10,5	7
1995	?	9,4
1996	12	0
1997	13,5	17

## Sources et précisions

Recrutement 1998 : Didier Robert, ex-directeur adjoint pour les Mathématiques à la Direction de la recherche; les données concernent à peu près 90% des postes et ne prennent pas en compte les mutations.

Qualifications 1999 : listes du CNU.

Recrutements 1999 : Site Web de la SMF (<http://smf.emath.fr>); résultats partiels; ont été prises en compte les listes de juin 1999 avec prénom et pas les mutations.

Etudes doctorales :

- période 1992/94 : rapport de la DPST ;
- période 1995/99 : résultats encore partiels d'une enquête menée par l'association auprès des directeurs d'Ecole doctorales.

## Commentaires

Il semble que le pourcentage des femmes au niveau des qualifications et recrutements de maîtres de conférences sont plutôt supérieurs à ceux au niveau des études doctorales .

Le pourcentage de femmes dans les recrutements de maîtres de conférences est en général supérieur au pourcentage dans les qualifications; par contre c'est l'inverse au niveau des professeurs.

Le pourcentage des femmes au niveau professeur reste très bas, surtout en ce qui concerne la 25ème section.

De façon générale, les pourcentages en 25ème sont pratiquement à tous les niveaux inférieurs à ceux de la 26ème.

## Petite conclusion

Le blocage apparaît surtout à deux niveaux :

- peu de femmes se lancent dans la recherche mais réussissent plutôt bien à devenir maître de conférences ;
- peu de femmes deviennent professeurs.

*Jacqueline Détraz*  
*CMI, Technopole de Château Gombert*  
*39 Rue Joliot Curie, 13452 Marseille Cedex*



## Dialogue de sourds : question / réponse

### Question

Cher collègue,

L'association femmes et mathématiques s'intéresse aux problèmes de la parité, ou plutôt de l'imparité hommes/femmes dans la communauté mathématique. C'est dans ce cadre que notre association s'adresse à vous et sollicite vos réponses aux questions suivantes.

- 1) Les femmes constituent une minorité au sein de la communauté mathématique ; quel est votre point de vue sur cet état de fait ?
- 2) Pensez-vous que la situation en France diffère de celle d'autres pays ?
- 3) Avez-vous des suggestions à faire pour changer la situation ?
- 4) Vous êtes actuellement à la tête d'une institution ou d'une organisation mathématique ; cette institution ou cette organisation a-t-elle pris des mesures ou envisage-t-elle l'amélioration de cette situation ?
- 5) Trop peu de femmes sont impliquées dans les instances influentes, les comités de rédaction de revue, comités de sélection . Etes vous d'accord avec cette analyse des faits, et si oui, avez-vous des suggestions à faire pour améliorer cette situation ?

Bien cordialement et en espérant votre réponse,...

### Réponse

Chère collègue,

Merci de penser à moi pour votre questionnaire parité. Je comprends que vous vous adressiez à moi, vu les responsabilités que j'exerce dans la communauté mathématique. En cette qualité, la réserve m'impose de ne pas répondre aux pressions d'un lobby, aussi respectable soit-il.

A titre personnel, je suis un peu surpris par l'idée même d'une association mathématique fondée sur le sexe. Libre vous de poser le problème en ces termes, mais alors, je trouve que vous n'abordez pas certaines questions dérangeantes posées par votre choix de discrimination :

- l'une est de savoir si le cerveau féminin est le même que le cerveau masculin. Le cerveau humain est une des constructions les plus sophistiquées de la nature ; la différence sexuée est une merveilleuse invention de cette nature, qui apporte diversité et adaptabilité. E serait surprenant qu'elle n'ait pas utilisé cette possibilité. La réponse que les mathématiques sont justement un discours objectif indépendant du cerveau qui l'a construit me paraît un peu courte et mériter approfondissement. Cela va sans dire qu'en l'absence de certitude, l'activité mathématique est jugée sans référence au sexe ou la couleur des yeux, mais ce n'est pas une raison pour occulter la question. Vu les dangers de dérapage, je ne vois pas où on peut en discuter ailleurs qu'entre vous.
- l'autre question est celle des relations homme/femme en mathématiques. Non pas au sens américain mesquin du harcèlement ; il y a des gens grossiers, compliqués ou pervers chez les mathématicien(ne)s comme ailleurs, il n'y a rien de particulier. Mais l'activité mathématique est une activité de création, manifestation de la libido, impossible pour moi sans désir. Collaborer avec une femme est jouer avec des forces délicates. Il n'y a pas de recette, je crois, mais le tabou sur le sujet est déplacé. Si mes filles avaient voulu faire des mathématiques, je n'aurai rien pu leur dire, et elles auraient pu avoir besoin d'avis, d'expériences, d'histoires, de conseils venant de leurs aînées.

Pardon d'avoir profité de ce questionnaire pour dire ce que j'avais sur le cœur. Le nom de votre association ne peut laisser indifférent.

# Le 5ème programme-cadre européen de Recherche et Développement : tremplin pour une meilleure égalité des chances ?

*Christiane Bernard*

## Introduction

L'égalité des chances entre hommes et femmes dans le monde scientifique n'est pas encore une réalité même si les multiples actions lancées ont abouti à des progrès indéniables. En France, seulement 20% des mathématiciennes sont des femmes. La représentation faible des femmes n'est pas un phénomène limité aux mathématiques en France : on peut remarquer que les femmes sont peu présentes dans la recherche, le développement scientifique et technologique en Europe, mais aussi dans le reste du monde. Cet article présente mes réflexions sur la situation des femmes scientifiques et plus particulièrement des mathématiciennes dans le 4ème programme-cadre et les actions destinées à améliorer l'égalité des chances dans le 5ème.

Le 5ème programme-cadre européen de recherche et de développement technologique (1998-2002) est un instrument essentiel pour que l'Europe puisse affronter les défis du nouveau siècle et de la mondialisation. Dans ce contexte, l'Europe a besoin de toutes les forces disponibles ; la dimension de l'égalité des chances, en promouvant la participation des femmes à l'effort de recherche en Europe, est prise en compte dès le préambule du 5ème programme-cadre :

” La politique communautaire d'égalité des chances doit être prise en compte lors de la mise en œuvre du 5ème programme-cadre. Il convient, par conséquent, d'encourager la participation des femmes dans le domaine de la recherche et du développement technologique ”.

De plus, le Parlement européen a manifesté un intérêt politique majeur pour la promotion des femmes dans la recherche. La Commission européenne a présenté, le 19 février 1999, une communication<sup>1</sup> intitulée ” Femmes et sciences : mobiliser les femmes pour enrichir la recherche européenne ”. Le 20 mai 1999, le Conseil des Ministres a adopté une résolution<sup>2</sup> concernant les femmes et les sciences qui endosse le contenu de la communication de la Commission.

Quel est l'impact d'une telle résolution sur le 5ème programme-cadre et comment cela se reflète-t-il au niveau des programmes spécifiques ? Quelles sont les actions

---

1. Com(99)76 final

2. 8565/99

concrètes entreprises au niveau de la Commission ? Quel est le rôle et l'influence de chaque scientifique homme ou femme dans ce domaine ? Telles sont les questions abordées mais certainement pas résolues dans cet article.

### **Les Mathématiques dans le 5ème programme-cadre**

L'objectif de base du 5ème programme-cadre est de mettre le progrès des connaissances et des technologies au service de l'Union et de ses politiques. Ce programme-cadre est organisé en quatre programmes thématiques complétés par trois programmes horizontaux. A première vue, les mathématiques ne semblent pas y avoir une place prépondérante. Cette impression est fautive : tout d'abord, au niveau du programme thématique « Société de l'Information Conviviale »<sup>3</sup>, il y a des possibilités de financement pour les mathématiques appliquées et les sciences de l'information mais également pour les mathématiques pures.

D'autre part, le programme horizontal Potentiel Humain est le programme qui ouvre le plus de possibilités pour la recherche fondamentale en mathématique, notamment dans l'activité « Soutien à la formation et à la mobilité des chercheurs (bourses Marie Curie et réseaux de formation par la recherche) ».

Le programme Potentiel Humain est une continuation du programme Formation et Mobilité des Chercheurs du 4ème programme-cadre.

### **Situation des mathématiciennes dans le 4ème programme-cadre (1994- 1998) : Formation et Mobilité des Chercheurs**

Le programme Formation et Mobilité des Chercheurs<sup>4</sup> était ouvert à toutes les disciplines scientifiques. Les deux activités essentielles étaient les bourses Marie Curie et les réseaux de formation par la recherche qui trouvent leur continuation dans le programme Potentiel Humain. L'évaluation et la gestion des contrats sont organisés en « panels » et un des panels se nomme « Mathématiques et Sciences de l'Information ».

Au niveau des bourses Marie Curie et sur l'ensemble de tous les appels de propositions, 20% des candidats en Mathématiques et Sciences de l'Information étaient des femmes. Leur taux de succès a été de 20%, alors que le taux de succès des hommes a été de 25%. Il n'y a pas de distorsion significative au niveau de l'égalité des chances entre les hommes et les femmes mais il y a des progrès à faire. Il est intéressant de noter que dans le panel « Environnement », le taux de succès des femmes est supérieur au taux de succès des hommes.

Au niveau des réseaux de formation en Mathématiques et Sciences de l'Information,

---

3. [http : //www.cordis.lu/ist/home.html](http://www.cordis.lu/ist/home.html)

4. [http : //www.cordis.lu/tmr/home.html](http://www.cordis.lu/tmr/home.html)



il y a 32 réseaux financés et trois d'entre eux sont coordonnés par une femme. Chaque réseau reçoit le financement pour environ vingt années d'emploi pour des jeunes chercheurs. Ces jeunes chercheurs sont pour la plupart des post-dots et le taux de jeunes chercheurs féminins engagés dans ce cadre est de 14

Mon expérience dans ce domaine vient du fait que je suis responsable scientifique de ces réseaux, ce qui m'amène à les rencontrer et à rester en contact étroit avec eux. Les réseaux ayant des jeunes chercheurs féminins ont en général une excellente ambiance où la dimension humaine trouve sa place. Ce type d'appréciation est évidemment subjectif et qualitatif. Cela ne veut pas nécessairement dire que les jeunes femmes améliorent l'ambiance mais cela pourrait provenir du fait que la mentalité des scientifiques en place est peut-être différente...

Les jeunes chercheurs engagés dans les réseaux ont une situation précaire : un contrat à durée (très) limitée et une obligation de s'expatrier. Ils se définissent eux-mêmes comme les « bohémiens de la science » : il est extrêmement difficile de concilier une vie familiale avec ce type de vie professionnelle. Le système ne favorise pas les femmes qui à l'âge de 30 ans ont souvent des charges familiales et il n'est pas (encore) courant de voir un époux suivre sa femme qui prend un poste à l'étranger.

Pour celles qui tentent l'aventure, l'expérience s'avère cependant très porteuse au niveau de la carrière car il s'agit d'une intégration à un milieu scientifique de haut niveau dans le cadre d'un projet transnational. De plus, cela permet souvent de contacter personnellement et de travailler avec les sommités de la discipline de recherche.

### **Le programme Potentiel Humain : une meilleure égalité des chances entre les hommes et les femmes ?**

#### *Un Objectif*

Un des objectifs du programme Potentiel Humains<sup>5</sup> est de « *garantir l'égalité d'accès et un meilleur équilibre entre les hommes et les femmes, notamment par la formation et la mobilité des chercheurs* »

Il ne s'agit pas d'« abîmer » l'excellence scientifique pour favoriser les femmes mais bien au contraire de permettre aux femmes faisant preuve d'excellence scientifique de déployer tous leurs talents.

Quelques mesures concrètes ont été introduites dans le programme de travail des différentes activités. De plus, la prise de conscience par le personnel de la Commission de l'importance de prendre en compte la dimension du genre comme composante à part entière du programme est un élément essentiel du succès de la mise en œuvre de ces

---

5. <http://www.cordis.lu/improving>

mesures concrètes.

### *L'évaluation*

En pratique, la première mesure concerne les panels d'évaluation : par le passé, ceux-ci avaient pour les « Mathématiques et Sciences de l'Information » de 10 à 15% de femmes seulement. L'objectif à atteindre est une participation féminine d'au moins 40% : c'est extrêmement ambitieux et cela se révèle utopiste lorsque l'on réalise que le nombre de candidatures féminines pour faire partie des panels d'évaluation<sup>6</sup> s'élève à 15%. Cependant, le fait de souligner cet objectif a permis d'améliorer très nettement le nombre de femmes au sein des panels d'évaluation.

En constituant le panel d'évaluation pour les réseaux de formation par la recherche en Mathématiques et Sciences de l'Information, on a remarqué que les femmes ayant posé leur candidature ont un profil extrêmement spécialisé alors que beaucoup d'hommes se présentent comme compétents dans un grand éventail de spécialités.

Il est tentant de privilégier les scientifiques pouvant évaluer des propositions très différentes et couvrant plusieurs spécialités. Cependant, si on regarde les publications, la différence entre les hommes et les femmes est moins évidente et de manière naturelle les femmes ne se déclarent compétentes que lorsqu'elles sont sûres de leurs compétences alors que les hommes se sentent plus facilement compétents dans des domaines situés à la limite de leurs spécialités. Cette tendance est connue et réelle. Une étude a été conduite dans cinquante écoles secondaires françaises par un groupe d'associations de professionnels en mathématiques, dont l'association femmes et mathématiques : ayant des résultats comparables en mathématiques, 72% des garçons croient avoir des capacités en mathématiques alors que chez les filles, seulement 62% le croient. Ce manque de confiance en soi trouve probablement ses racines dans l'image de la femme dans la société et dans la manière d'enseigner les sciences à l'école.

### *Les Réseaux de Formation par la Recherche*

Par le passé, peu de données relatives au genre des scientifiques dans les réseaux ont été recueillies. La collecte statistique systématique des données relatives au genre est un premier pas indispensable pour travailler sur des bases factuelles, et pas sur des « impressions ».

Une deuxième mesure concerne le recrutement des jeunes chercheurs dans les réseaux de formation. Au niveau de la rédaction de la proposition, les scientifiques devront expliquer les mesures concrètes qu'ils comptent prendre pour offrir une égalité des chances. De plus, les annonces pour les postes proposés aux jeunes chercheurs devront indiquer

---

6. <http://www.cordis.lu/expert> – candidature

clairement que les candidatures féminines sont encouragées et qu'une politique d'égalité des chances est pratiquée.

La Commission lors de son évaluation des réseaux à mi-parcours vérifiera l'application concrète de cette mesure.

Finalement, un meilleur équilibre des sexes dans le panel d'évaluation est une réalité pour l'évaluation en cours.

#### *Le système des Bourses Marie Curie*

Ici également, la collecte des données sera améliorée et le genre du tuteur sera encodé en plus du genre du boursier qui l'est déjà aujourd'hui.

La Commission va mener des campagnes d'information spécifiques visant à encourager les candidatures féminines.

Des mesures ont été mises en place pour prendre en compte le congé de maternité pour une naissance pendant la durée d'une bourse.

Au niveau des bourses institutionnelles, l'institution peut choisir les candidats mais celle-ci devra rester attentive au fait qu'un des objectifs du programme est d'atteindre un meilleur équilibre entre les hommes et les femmes.

Tout comme pour les réseaux, un meilleur équilibre des sexes dans le panel d'évaluation est une réalité pour l'évaluation en cours.

#### *En guise de conclusion : quelques pistes à explorer...*

La mathématique aurait-elle le sexe masculin? Il y a toujours eu des grandes mathématiciennes, à commencer par Hypathie ce phénomène exceptionnel mais on ignore souvent que Pythagore avait 38 «sœurs» au sein de sa confrérie. La mathématique exige de la créativité et les femmes amènent une vision différente, une approche différente. La difficulté se situe plus dans la reconnaissance que dans la valeur scientifique des femmes. Cela passe par un changement de mentalité des hommes mais aussi des femmes qui doivent acquérir une meilleure confiance en elles. Ce processus prend du temps!

La difficulté de mener de front une vie de famille et une vie professionnelle est réelle et pénalise les femmes. Les femmes scientifiques arrivent à l'apogée de leur carrière plus tard que les hommes et ce n'est pas parce qu'elles ont moins de capacités. L'acceptation et l'analyse de cette situation pourraient conduire à des aménagements des mesures proposées aux scientifiques.

La connaissance des obstacles réels ou perçus qui freinent l'accès à la recherche permet de mieux faire face aux problèmes et d'y répondre avec plus d'efficacité. De plus, il est important que les femmes se rendent compte qu'elles ne sont pas seules face à ces difficultés.

Une activité intense de mise en réseau s'est développée chez les femmes. Ces réseaux jouent un rôle prépondérant dans le processus politique d'établissement d'une égalité des chances et dans l'information des femmes. Les efforts dans ce domaine sont utiles et doivent être poursuivis.

La Commission a établi au sein de ses services un secteur « Femmes et Sciences<sup>7</sup> » dont l'activité est entièrement dédiée à la coordination d'actions au sein du Sème programme-cadre mais aussi pour stimuler le dialogue entre les Etats-membres de l'Union européenne et la communauté scientifique.

Le rôle de la femme dans la société a profondément changé. Heureusement, nous sommes loin du temps où Sophie Germain a dû prendre l'identité d'un homme pour avoir accès aux notes de cours et aux problèmes de l'Ecole Polytechnique. En l'espace de 200 ans, les progrès accomplis sont immenses. Le processus de reconnaissance des femmes scientifiques est pourtant loin d'être achevé. Il est essentiel que chacune se sente responsable de sa vie et de sa carrière, cela permettra de rattraper le temps perdu...

*Christiane BERNARD*  
*Commission Européenne*  
*Programme Potentiel Humain*  
*Réseaux de Formation par la Recherche*  
*Mathématiques et Sciences de l'information*

---

7. [http://www.cordis.lu/improving/src/hp\\_women.htm](http://www.cordis.lu/improving/src/hp_women.htm)

**Mieux comprendre le monde**  
**ou**  
**pourquoi la présence des femmes dans toutes les fonctions**  
**est une question stratégique pour les entreprises**

*Anizika Joelsson*

Pour une entreprise internationale comme Schlumberger la « diversité » du personnel, c'est-à-dire avoir des collaborateurs issus de différents pays, cultures, sexes et formations, est une question de réalité opérationnelle pour plusieurs raisons :

- si « la diversité » de nos clients est présente dans notre personnel, cela nous permet de mieux les comprendre et de travailler avec eux dans le monde entier ;
- des équipes diversifiées prennent de meilleures décisions car aucune culture, aucune nation n'a le monopole de la créativité ;
- une entreprise ouverte et accueillante pour toute personne a de meilleures chances d'attirer, de garder et de développer des gens talentueux dont dépend son futur.

La culture très internationale de Schlumberger et la richesse de son personnel « multinational » nous ont permis, il y a quelques années, de prendre conscience du manque de présence féminine dans nos équipes. Comme pour toute question stratégique, Schlumberger s'est fixé des objectifs pour atteindre un meilleur équilibre entre hommes et femmes à tous les niveaux et à tous les postes car on ne peut pas uniquement faire confiance à l'évolution spontanée des mentalités et des comportements.

Le recrutement fut notre première tâche pour constituer un vivier de femmes et peu à peu développer « une masse critique ». Nous avons aussi pris des dispositions pour rendre notre milieu de travail plus accueillant aux femmes ; ce qui n'est pas toujours évident à faire dans tous les domaines où nous travaillons, par exemple le domaine pétrolier.

Progressivement, Schlumberger a commencé à évoluer. La présence des femmes a augmenté lentement mais sûrement, et nous a forcé à remettre beaucoup de choses en question. Les défis sont maintenant de continuer à recruter des femmes dans toutes les fonctions, mais aussi d'assurer la progression des carrières des femmes performantes jusqu'aux plus hauts niveaux de direction. Les femmes participeront ainsi aux décisions qui auront un impact sur tous les employés et sur l'avenir de l'entreprise.

On peut cependant mentionner quelques barrières à la réalisation de ces objectifs .

Les femmes ne veulent pas avoir à choisir entre une carrière, une vie privée, une famille. Forcer ou encourager des comportements "héroïques" est une stratégie à court

terme. Il faut donc être innovant et l'écouter des employés afin de trouver ensemble les solutions qui diminueront les conflits entre la vie privée et la vie professionnelle. Ce sont des sujets qui préoccupent également les hommes d'aujourd'hui, mais la maternité est un privilège féminin et, dans beaucoup de pays, les femmes prennent, souvent par choix, la plus grande responsabilité au sein de la famille. Les enfants demandent beaucoup de disponibilité, mais aussi les parents âgés ou d'autres membres de la famille dont on a de plus en plus la responsabilité. Il faut donc des carrières flexibles qui permettent, en termes de développement, des années plus "lentes" et des années plus "rapides" selon la disponibilité. Cela demande une gestion du personnel différente et donc une bonne communication et une confiance entre l'employé et l'entreprise parce qu'il n'y a pas de solution simple qui puisse s'appliquer à tout le monde et dans tous les cas. Dans certains pays (par exemple la Norvège, la Suède et les Pays-Bas), l'Etat joue un rôle très important pour "forcer" une évolution dans l'organisation du travail.

Les « doubles carrières » demandent aussi de l'attention, surtout en ce qui concerne les mutations géographiques. Les femmes (et les hommes) d'aujourd'hui ne sont pas prêtes à laisser leur travail pour suivre leur conjoint, car elles veulent garder une « employabilité » à long terme et une liberté économique. Pour faciliter l'acceptation des mutations, il devient de plus en plus fréquent de proposer différents types d'assistance aux conjoints.

La pression morale sur les femmes peut être grande. Elles sont souvent jugées non seulement en tant qu'employées, mais aussi en tant que femmes, mères de famille et épouses. Cela peut entraîner certaines dans une spirale de stress pouvant porter atteinte à la qualité de la vie. Il est donc important dans un contexte professionnel de s'assurer que les femmes soient jugées en fonction de leurs performances, leurs résultats tangibles et leur valeur ajoutée, et non pas sur des critères arbitraires de présence sur le lieu de travail ou de « disponibilité ». Une personne, qui gère en même temps des responsabilités familiales ou communautaires et une carrière, est souvent très organisée, efficace, capable de gérer les priorités, de faire de multiples projets simultanément et de planifier son temps : des qualités professionnelles importantes en entreprise.

Pour les sociétés qui recrutent beaucoup d'ingénieurs et de scientifiques, le faible nombre de femmes dans les écoles d'ingénieurs et dans les formations techniques ou scientifiques est un obstacle majeur pour obtenir un meilleur équilibre hommes-femmes. Ce vaste sujet devrait être pris en compte de façon sérieuse par les industriels en coopération avec les représentants de l'Enseignement, l'Etat, les Associations et le monde politique. De même, pour influencer le choix des carrières des jeunes filles et

des femmes, nous avons besoin de plus de modèles.

Pour toute entreprise, il est important d'offrir un employeur de choix, un employeur compétitif. Si l'on ne propose pas de systèmes flexibles qui permettent aux femmes (et aux hommes) de réaliser leurs objectifs professionnels et personnels, les femmes (et les hommes) talentueuses vont tout simplement chercher un emploi ailleurs. On pourrait presque dire que l'embauche de femmes a tellement de contraintes, qu'il serait plus facile de n'avoir que des hommes. Mais nous ne comprendrons jamais le monde dans lequel on vit si nous n'avons pas un équilibre hommes-femmes dans toutes les fonctions et à la direction de l'entreprise.

*Annika Joelsson  
Schlumberger Limited  
42 Rue Saint Dominique  
75007 Paris*







*femmes & math*

Revue de l'association *femmes et mathématiques*

Institut Henri Poincaré

11 rue Pierre et Marie Curie

75231 Paris cedex 05

fetm@ihp.jussieu.fr

<http://www.desargues.univ-lyon1.fr/home/fem/fem.html>

## Numéro 4

- **Editorial** *Christine Charretton* **1**
- **Vie de l'association**
  - Y-a-t-il un langage scientifique ? Est-il la propriété des scientifiques ?  
Quels enjeux ?
  - Introduction *Christine Charretton* **3**
  - Interventions *Amy Dahan* **4**  
*Nathalie Charraud* **6**  
*Catherine Goldstein* **10**  
*Isabelle Stengers* **12**
  
  - Journée du 29 mai 1999 :  
intervention de Cora Sadosky et débat *Colette Guillopé* **15**
- **A propos de mathématiques**
  - Quelques présentations des variétés de dimension 3 *Christine Lescop* **19**
  - Functional integration: a new perspective *Cécile DeWitt-Morette* **31**
- **A propos de femmes**
  - Quelques données sur la répartition femmes-hommes  
dans l'enseignement supérieur en Mathématiques *Jacqueline Détraz* **37**
  - Dialogue de sourds: question /réponse **41**
  - Le 5ème programme-cadre européen de Recherche  
et Développement: Tremplin pour une meilleure  
égalité des chances ? *Christiane Bernard* **43**
  - Mieux comprendre le monde ou pourquoi la présence  
des femmes dans toutes les fonctions est une  
question stratégique pour les entreprises *Annika Joelsson* **49**

Coordination du numéro 4 : *Christine Charretton*

Directrice de Publication : *Christine Charretton*

Imprimerie de l'Université Rennes I

Numéro ISSN : 1271-3546

Dépôt légal : janvier 2000

Prix du numéro : 60 FF