OPTIMISATION DE FORME D'UNE POMPE POUR EFFLUENTS PÉTROLIERS

Séverine Baillet

Résumé. — Les mathématiques trouvent de multiples champs d'application dans l'industrie. On donne ici l'exemple de l'utilisation de techniques d'optimisation dans le cadre de la production pétrolière. On présente les idées générales, ainsi que quelques résultats théoriques et numériques, de la thèse menée à l'IFP sous le titre "Optimisation de forme d'une pompe générique de fond de puits". L'étude porte sur une pompe pour effluents pétroliers et l'objectif est d'optimiser sa forme afin de la rendre plus efficace. La paramétrisation de la géométrie est réalisée à l'aide de B-splines, et une méthode de gradient classique, avec calcul incomplet, est retenue pour l'optimisation.

1. Motivations

L'*optimisation de forme* est un domaine de recherche des mathématiques ayant pour principe d'optimiser la forme d'un objet afin de le rendre le plus efficace possible, ou le plus résistant, ou le plus aérodynamique, ou le plus silencieux, ou le plus léger... ou le moins cher possible. Grâce au développement de la modélisation et du calcul numérique, ce sont des préoccupations auxquelles on trouve maintenant des réponses de plus en plus satisfaisantes.

En optimisation de forme, on cherche à trouver des minima ou des maxima de fonctions, c'est-à-dire à résoudre et analyser des problèmes du type : trouver Ω^* solution de

$$\Omega^* \in \mathcal{O},\ \mathsf{F}(\Omega^*) = \min_{\Omega \in \mathcal{O}} \mathsf{F}(\Omega)$$

où $\mathcal{O}$ est un ensemble de parties de $\mathbb{R}^{\mathsf{N}}$, dites domaines ou formes *admissibles*, et F est une fonctionnelle définie sur $\mathcal{O}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, dite généralement *fonction coût* ou encore *fonction objectif*.

Comme le montre la liste non exhaustive, citée ci-dessus, des bénéfices à tirer de l'optimisation de forme, cette dernière peut être mise en oeuvre dans de nombreux domaines (aéronautique, automobile, construction... ou même médecine). C'est dans le cadre de la production pétrolière que l'on s'y intéresse pour la thèse "Optimisation

de forme d'une pompe générique de fond de puits".
L'IFP a développé, il y a un certain nombre d'années, une pompe rotodynamique hélico-axiale pour effluents pétroliers composés d'un mélange de pétrole et de gaz en proportions variables. Cette pompe est constituée de plusieurs étages identiques disposés en série. Chaque étage contient un rotor et un stator. Le rotor donne, par sa rotation, de la quantité de mouvement au fluide. Le stator est fixe et redresse le champ de vitesse du fluide dans la direction de l'axe de rotation. L'objectif d'une pompe est, à débit constant entre l'entrée et la sortie, d'augmenter la pression en transformant une partie de l'énergie mécanique de l'arbre de rotation en énergie hydraulique acquise par le fluide. La partie restante est une perte dégradée en chaleur.
Une particularité de cette pompe est qu'elle est introduite dans le réservoir lui-même, au coeur de la réserve fossile. Ainsi, lorsque la pression en surface est devenue trop faible, au lieu d'abandonner la production du puits, la pompe immergée permet d'en prolonger l'exploitation. Cette nouvelle approche de la récupération a permis d'augmenter sensiblement le niveau des réserves prouvées.
L'objectif de la thèse mentionnée précédemment est, comme son nom l'indique, d'effectuer une optimisation de forme d'une telle pompe : on souhaite en effet maximiser l'augmentation de pression par unité de longueur de la pompe comprenant une succession d'étages identiques.

2. Paramétrisation de la géométrie

On utilise deux types de courbes en deux dimensions pour la paramétrisation de la pompe Poséidon :

- la courbe génératrice des moyeux (qui sont des surfaces de révolution autour de l'axe de rotation)
- le profil des aubes projetées sur un cylindre développé tel que le carter.

Ainsi la paramétrisation de courbes en deux dimensions permet de reconstituer entièrement la géométrie de la pompe en trois dimensions.
Les coordonnées des points de contrôle des B-splines sont soit imposées par les contraintes géométriques, soit libres de varier dans des intervalles eux-mêmes déterminés par les contraintes. Dans ce cas les coordonnées des points de contrôle sont les variables de l'optimisation.

3. Gradient incomplet pour l'optimisation de forme

Le fluide considéré est un hydrocarbure monophasique, de type gasoil. Il est incompressible, homogène, et la modélisation de l'écoulement est stationnaire. Si on désigne par Ω le domaine d'écoulement de la pompe, par u la vitesse, par p la pression, et par f les forces extérieures, alors les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

- conservation de la masse : $\nabla.u = 0$ dans Ω,
- conservation de la quantité de mouvement : $-\mu\Delta u + \rho u.\nabla u + \nabla p = f$ dans Ω.

Les conditions aux limites sont celles de non-glissement aux parois. Enfin, pour des raisons évidentes d'allégement des temps de calcul, on choisit de ne modéliser qu'un étage rotor-stator de pompe. Il est alors nécessaire de mettre en entrée et sortie d'étage des conditions aux limites de type périodique, de façon à représenter la stabilisation de l'écoulement dans un étage environné d'autres étages (voir section 4).

On rappelle que le but de l'optimisation de la pompe est de maximiser le gain de pression par unité de longueur, et pour cela la fonction coût retenue est

$$F = \frac{\int_S p - \int_E p}{L}$$

où E et S sont les faces d'entrée et de sortie d'un étage, p est la pression et L est la longueur de l'étage. Une méthode d'optimisation classique de type gradient n'est pas envisageable ici dans la mesure où le calcul effectif du gradient de la fonction coût reposerait sur l'écriture d'un problème adjoint qu'il est impossible de simuler numériquement à l'aide d'un logiciel commercial "boîte noire" de modélisation de la mécanique des fluides (CFD). Le recours envisagé est une méthode de *gradient incomplet*, ou encore *gradient approché*, consistant à ne conserver dans l'expression analytique du gradient que les termes que l'on sait déterminer par le calcul ou *via* le logiciel de CFD choisi, et à négliger les termes jugés inaccessibles. En général, ce gradient incomplet fournit néanmoins une direction de descente (montée dans le cas présent) pour un algorithme de minimisation (maximisation). Tout l'enjeu est alors de savoir si cette direction est toujours significative.

Quelques aspects numériques (architecture de la programmation, choix faits pour la modélisation de l'écoulement, premiers résultats...) pourront être développés.

4. Un peu de théorie...

Des études expérimentales ont été menées par l'IFP sur une pompe hélico-axiale, et il a été observé qu'après passage dans plusieurs étages, le comportement du fluide tend à devenir périodique au sens où le gain de pression dans un étage se stabilise, ainsi que les profils de vitesse.

Suite à ce constat, on a réalisé la simulation numérique d'un écoulement de Navier-Stokes dans une pompe à six étages. On observe que le gain de pression dans les étages de la pompe se stabilise après passage dans les premiers étages. Il est identique dans les quatrième et cinquième étages. De même, les profils de vitesse sont quasiment identiques dans les quatrième et cinquième étages. Ces observations nous ont amenés à rechercher des résultats de convergence pour des problèmes elliptiques (Laplacien, Stokes avec conditions de Navier...) dans une géométrie périodique, résultats que l'on pourra présenter succintement.

Références

[1] S. Baillet, J. Brac, A. Henrot, *Première optimisation d'un étage de pompe mince de fonc de puits*, Rapport interne 57 846, Institut Français du Pétrole, 2004.

[2] M. Chipot, Y. Xie, *Elliptic problems with periodic data : an asymptotic analysis*.

[3] P. Dierckx, *Curve and Surface Fitting with Splines*, Clarendon Press, Oxford, 1993.

[4] A. Henrot, M. Pierre, *Variation et Optimisation de Formes*, Springer, Berlin/Heidelberg/New York, 2005.

[5] E. Laporte, P. Le Tallec, *Numerical Methods in Sensitivity Analysis ans Shape Optimization*, Birkhäuser, Boston, 2003.

[6] B. Mohammadi, O. Pironneau, *Applied Shape Optimization for Fluids*, Clarendon Press, Oxford, 2001.

Séverine Baillet

Institut Français du Pétrole, DTIMA, 1&4 avenue de Bois-Préau,
92852 Rueil-Malmaison Cedex.

E-mail : `severine.baillet@ifp.fr`