

# MODÉLISATION MATHÉMATIQUE POUR UN PROBLÈME DE RESTAURATION DE VIEUX FILMS

Julie Delon & Agnès Desolneux

**Résumé.** — Nous proposons ici de nous intéresser au problème de la restauration de certains défauts de luminosité qui apparaissent dans les vieux films. Nous montrons comment ce problème peut être modélisé mathématiquement, et comment, par l'introduction d'un opérateur de stabilisation locale du contraste, on peut restaurer ces films. Ceci est illustré par des exemples.

## 1. Introduction

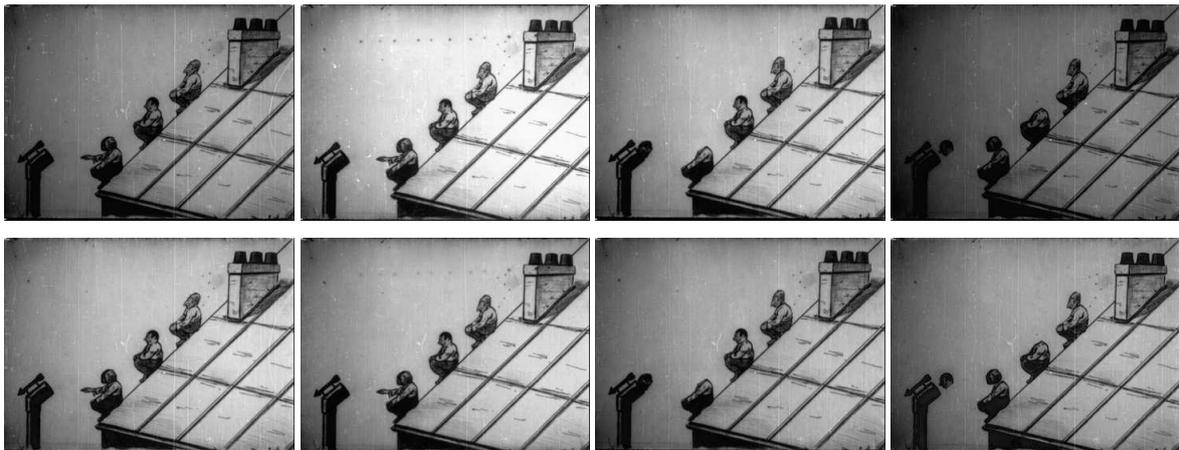


FIGURE 1. Images extraites du film *Les Aventures des Pieds Nickelés*, Emile Cohl/Eclair, 1917-1918 (copyright : Marc Sandberg), avant (1ère ligne) et après restauration (2ème ligne) par l'opérateur LStab.

Le *papillonnage* ou *flicker* est un artefact présent dans les vieux films, mais aussi dans de nombreuses vidéos. Il se caractérise par des variations brutales de contraste et/ou de luminosité d'une image à l'autre. Les causes principales du *flicker* présent

---

Ce travail a été financé par un projet jeunes chercheurs du GDR ISIS. Il a également été soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet FREEDOM (ANR07-JCJC-0048-01), "Films, REstauration Et DONnées Manquantes".

dans les vieux films sont la dégradation chimique du support et le fait que lorsque la pellicule du film était entraînée manuellement, le temps d'exposition n'était pas toujours le même d'une image à l'autre. Contrairement à d'autres artefacts observés dans les vieux films (rayures, poussières, etc.), le *flicker* ne fait pas apparaître de nouvelles structures saillantes dans les images. Sa particularité est donc d'être transparent, voire quasiment "invisible" sur une seule image. Seul le visionnage des images successives du film permet de se rendre compte de sa présence. Ceci est illustré par la 1ère ligne de la figure 1, sur quelques images tirées d'un vieux film. Les méthodes de correction du *flicker* doivent par conséquent impérativement utiliser la comparaison avec les images suivantes et précédentes du film. Toutes les séquences montrées dans ce papier, ainsi que d'autres exemples sont disponibles sur le site [http://www.tsi.enst.fr/~delon/Demos/Flicker\\_stabilization/](http://www.tsi.enst.fr/~delon/Demos/Flicker_stabilization/), ainsi que dans la publication [4]. Le *flicker* peut affecter de façon globale toute une image, mais il peut aussi être localisé seulement sur une partie de l'image. Au centre de la Figure 4, on peut observer une image de la séquence *taxi*, altérée par un voile sombre qui traverse l'image en diagonale. Ce voile est difficilement perceptible sur une image isolée, mais devient extrêmement gênant lorsqu'on visualise le film en mouvement. On parle alors de *flicker local*. Ainsi, les méthodes de correction du *flicker* peuvent se ranger en deux catégories : celles qui cherchent à résoudre le problème de façon globale et celles qui cherchent à le résoudre de façon locale. Les méthodes globales [1, 7, 11] ont généralement l'avantage d'être robustes aux différents mouvements, tremblements ou bruits éventuels. Les méthodes locales [6, 8, 9, 10, 12] quant à elles peuvent prendre en compte des changements de contraste locaux, mais elles sont alors *a priori* dépendantes de l'estimation du mouvement. Le mouvement est en effet une des principales difficultés dans le problème de correction du *flicker* : en première approximation, la variation de niveau de gris d'un pixel au cours du temps peut-être soit due au *flicker* (et il faut alors la corriger), soit due au mouvement (voir la Figure 2) et c'est alors une variation "normale" qu'il faut conserver. Observons que d'autres défauts, comme par exemple les poussières, rayures ou tremblements, inhérents aux films anciens, peuvent entraver la correction du *flicker*.



FIGURE 2. Exemple "jouet" d'un film affecté d'un *flicker* global. Un pixel de l'image peut voir son niveau de gris fluctuer dans le temps. Certaines variations de niveau de gris sont dues au *flicker*, mais d'autres peuvent être dues au mouvement (ce qui est par exemple le cas d'un pixel au centre de l'image, et sur lequel le personnage va passer).

## 2. Egalisation de contraste et moyenne d'histogrammes

Dans toute la suite, on adoptera les notations suivantes :  $t$  et  $s$  seront des variables de temps et  $x, y$  des variables spatiales. Le film dégradé sera noté  $u = \{(u_t(x))\}$  où  $u_t$  est l'image à l'instant  $t$ . On notera  $\Omega$  le domaine de définition des images, en général un domaine rectangulaire du plan  $\mathbb{R}^2$  ou de  $\mathbb{Z}^2$  (dans le cas des images discrètes). Nous considérerons uniquement ici le cas de films en noir et blanc, ce qui veut dire que chaque image  $u_t$  est vue comme une fonction définie sur  $\Omega$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}_+$ . Le film original, qui lui est non observé, est noté  $u^0$ . Dire qu'une image  $u_t$  subit un *changement de contraste* veut dire qu'elle est changée en  $g(u_t)$  où  $g$  est une fonction croissante de  $\mathbb{R}_+$  dans lui-même. Un pixel  $x$  de l'image  $u_t$  voit son niveau de gris  $u_t(x)$  être transformé en  $g(u_t(x))$ . La principale propriété d'un changement de contraste est qu'il ne change pas le contenu "géométrique" d'une image, c'est à dire que la *carte topographique* de l'image n'est pas modifiée. Cette dernière est définie comme la réunion des frontières des ensembles de niveau inférieurs ou supérieurs de l'image  $u_t$ , respectivement donnés par :

$$\chi_\lambda(t) = \{x \in \Omega \text{ tel que } u_t(x) \geq \lambda\} \text{ et } \chi^\lambda(t) = \{x \in \Omega \text{ tel que } u_t(x) \leq \lambda\}.$$

Lors d'un changement de contraste, les ensembles de niveau sont préservés dans leur ensemble (un ensemble de niveau  $\lambda$  pour  $u_t$  devient un ensemble de niveau  $g(\lambda)$  pour  $g(u_t)$ ).

On dira que  $g$  est un *changement de contraste affine* s'il est de la forme  $g(\lambda) = a\lambda + b$  avec  $a, b$  réels et  $a > 0$ . Etant donnée  $u_t$  une image du film, on notera  $h_t$  son histogramme, c'est à dire la distribution de ses valeurs de niveau de gris, et  $H_t$  son histogramme cumulé. Dans le cas d'une image discrète, définie sur une grille  $\Omega$  de  $N^2$  pixels et à valeurs dans  $\{0, \dots, L\}$ , l'histogramme cumulé  $H_t : \{0, \dots, L\} \rightarrow \{0, \dots, N^2\}$  est donné par :

$$H_t(\lambda) = |\{x \in \Omega | u_t(x) \leq \lambda\}|,$$

où  $|\cdot|$  désigne le cardinal d'un ensemble. Cette définition conduit aux interprétations suivantes :

- Soit  $x \in \Omega$ , alors  $H_t(u_t(x))$  est le *rang* de  $x$ , lorsque les niveaux de gris de  $u_t$  sont ordonnés de façon croissante.
- Soit  $k$  entier, alors  $H_t^{-1}(k) = \min\{\lambda ; H_t(\lambda) \geq k\}$  est le niveau de gris du pixel de rang  $k$ .
- Soit  $G$  une fonction discrète strictement croissante sur  $\{0, \dots, L\}$ . Alors l'image  $v_t = G^{-1} \circ H_t(u_t)$  est une image dont l'histogramme cumulé est donné par la fonction  $G$ .

Avant de moyenner le contraste de toute une séquence d'images, commençons par regarder le cas de deux images. Soient donc  $u_1$  et  $u_2$  deux images discrètes définies sur une grille  $\Omega$  de  $N^2$  pixels, et à valeurs dans  $\{0, \dots, L\}$ . Afin de moyenner le

contraste de  $u_1$  et  $u_2$ , on pourrait simplement appliquer à chaque image un changement de contraste qui amènerait son histogramme de niveaux de gris sur l’histogramme moyen  $(h_1 + h_2)/2$ . Mais ceci n’est pas satisfaisant. Prenons l’exemple d’un histogramme unimodal (par exemple gaussien) pour  $u_1$ , centré en une certaine valeur  $m_1$ , et d’un histogramme unimodal pour  $u_2$ , centré en  $m_2 \neq m_1$ . L’histogramme moyen serait alors une distribution contenant deux modes, l’un en  $m_1$  et l’autre en  $m_2$ , alors qu’il serait beaucoup plus naturel d’obtenir un histogramme unimodal centré en  $(m_1 + m_2)/2$ . Comme l’a montré J. Delon dans [3], la “bonne” méthode pour faire correctement l’égalisation est la suivante : on note  $H_i$  les histogrammes cumulés discrets respectifs, et on appelle *distribution mi-chemin* ou *midway* entre  $H_1$  et  $H_2$  la fonction

$$H_{1/2} = \left( \frac{H_1^{-1} + H_2^{-1}}{2} \right)^{-1}.$$

### 3. Correction du flicker global

Passons maintenant à l’égalisation de contraste pour une séquence d’images, c’est à dire par exemple au cas d’un film dégradé par un *flicker* global. J. Delon a montré dans [2] la proposition suivante, qui donne la forme canonique de la méthode de réduction du *flicker* lorsqu’on suppose certains axiomes élémentaires.

**Proposition 3.1.** — [2] Soit  $u_t$  un film et  $H_t$  les histogrammes discrets des images du film. Soit  $T$  un opérateur de correction du flicker qui suit les axiomes suivants :

- $T$  agit par changement de contraste sur chaque image,
- Pour tout réel  $\lambda$ , l’action de  $T$  sur les ensembles de niveaux inférieurs  $\chi_\lambda(t)$  des images du film est indépendante de son action sur les ensembles de niveau supérieurs  $\chi^\lambda(t)$ ,
- $T$  agit sur les films constitués d’images spatialement constantes comme un *scale space* linéaire (c’est-à-dire comme un opérateur de convolution temporelle avec une fonction gaussienne, voir [5]). Alors il existe un paramètre d’échelle  $\sigma$ , tel que l’opérateur  $T$  s’écrive :

$$(1) \quad T[u_t](x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} \underbrace{H_s^{-1} \circ H_t(u_t(x))}_{\substack{\text{rang de } x \text{ dans } u_t \\ \text{niveau de gris du pixel de même rang que } x \text{ dans } u_s}} ds.$$

Cette méthode de réduction du *flicker* est très simple à mettre en oeuvre et donne de bons résultats dès lors que le *flicker* que l’on souhaite corriger agit bien globalement sur le film (voir par exemple la Figure 3). Cependant, il est bien évident qu’une méthode agissant comme un changement de contraste global sur chaque image du film ne peut pas éliminer un *flicker* local comme celui présent dans les exemples des Figures 1 et 4.


 (a) Images extraites du film *The Cure*, Charlie Chaplin, 1917

 (b) Images après correction globale du *flicker* par l'équation (1)

 FIGURE 3. Un exemple de correction globale du *flicker*.

#### 4. Correction du flicker local

L'idée de la méthode de réduction du *flicker* local sera de corriger localement le contraste de chaque image du film à l'aide de moyennes pondérées d'histogrammes locaux cumulés inverse - comme dans la Proposition 3.1. Soit  $u$  un film dégradé par du *flicker local*. Pour  $u_t$  image du film et pour  $x \in \Omega$ , on regarde une imagerie de la forme  $u_t(x+V)$  centrée en  $x$ . On note  $H_{t,x+V}$  son histogramme cumulé. Pour estimer le correspondant du pixel  $x$  dans l'image en un temps  $s \neq t$ , il faut tenir compte du mouvement mais aussi du flicker éventuel, c'est pour cela qu'on estime ce point noté  $\varphi_{t,s}(x)$  par :

$$\varphi_{t,s}(x) = \operatorname{Argmin}_{y \in x+W} D(u_t(x+V), u_s(y+V)),$$

où  $D$  est une mesure de similarité entre imageries, robuste aux changements de contraste affines et qui est donnée par

$$\begin{aligned} D(I, J) &= \max \left( \min_{a>0, b} \| I - aJ - b \|, \min_{a>0, b} \| J - aI - b \| \right) \\ &= \sqrt{\max(\operatorname{Var}(I), \operatorname{Var}(J)) \cdot \min(1, 1 - \operatorname{Corr}(I, J)) |\operatorname{Corr}(I, J)|} \end{aligned}$$

où  $\operatorname{Var}(I)$ ,  $\operatorname{Var}(J)$  et  $\operatorname{Corr}(I, J)$  sont respectivement les variances et corrélation empiriques de  $I$  et  $J$ .

On peut alors définir un nouvel opérateur de correction du *flicker local* par :

$$(2) \quad \operatorname{LStab}[u_t](x) = \frac{1}{Z_{t,x}} \int_s w_{t,x}(s, \varphi_{t,s}(x)) H_{s, \varphi_{t,s}(x)+V}^{-1}(H_{t,x+V}(u_t(x))) ds,$$

où  $w_{t,x}(s, y)$  est une fonction de pondération donnée par

$$w_{t,x}(s, y) = e^{-D^2(u_t(x+V), u_s(y+V))/h^2}$$

avec  $h$  paramètre à régler par l'utilisateur et  $Z_{t,x}$  constante de renormalisation qui assure que la somme totale de tous les poids vaut 1. Des exemples de résultats obtenus par l'opérateur LStab sont montrés sur les figures 1 et 4. Ils montrent que le contraste est localement bien stabilisé. En particulier le voile sombre sur la séquence 4 a complètement disparu.

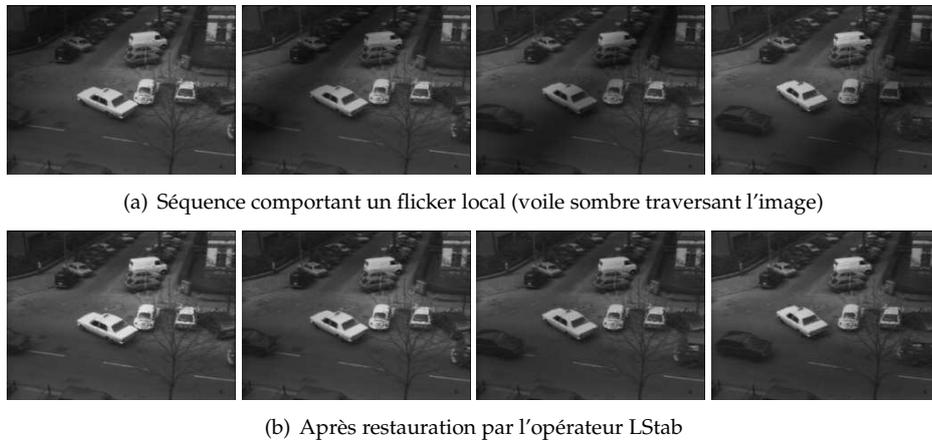


FIGURE 4. Exemple de restauration d'une séquence affectée par un *flicker local*.

### Références

- [1] E. Decencière, *Restauration automatique de films anciens*, PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, December 1997.
- [2] J. Delon, Movie and Video Scale-Time Equalization ; application to flicker reduction, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 15, no. 1, pp.241-248, 2006.
- [3] J. Delon, Midway Image Equalization, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 21, no. 2, pp.119-134, 2004.
- [4] J. Delon and A. Desolneux, Flicker stabilization in image sequences, preprint HAL-00407796, 2009.
- [5] T. Lindeberg, On the axiomatic foundations of linear scale-space : combining semi-group structure with causality vs. scale invariance. In *Gaussian Scale-Space Theory : Proc. PhD School on Scale-Space Theory (1997)*.
- [6] G. Forbin and T. Vlachos, Nonlinear Flicker Compensation for Archived Film Sequences Using Motion-Compensated Graylevel Tracing, *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 18, no. 6, pp. 803-816, 2008.
- [7] V. Naranjo and A. Albiol, Flicker reduction in old films, In *Proceedings of the International Conference on Image Processing (ICIP 2000)*, pp.657-659, 2000.

- [8] F. Pitié, R. Dahyot, F. Kelly and A. C. Kokaram, A New Robust Technique for Stabilizing Brightness Fluctuations, In *2nd Workshop on Statistical Methods in Video Processing*, Prague, 2004.
- [9] F. Pitié, B. Kent, B. Collis and A. Kokaram, Localised deflicker of Moving Images, In *European Conference on Visual Media Production (CVMP'06)*, 2006.
- [10] P.M.B. van Roosmalen, R.L. Lagendijk and J. Biemond, Correction of intensity flicker in old film sequences, *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 9, no. 7, pp.1013-1019, 1999.
- [11] T. Vlachos, Flicker correction for archived film sequences using a nonlinear model, *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 14, no. 4, pp. 508-516, 2004.
- [12] K.K. Wong, A. Das and M.N. Chong, Improved Flicker Removal through Motion Vectors, In *Proceedings of the Third International Conference on Image and Graphics*, pp.552 - 555, 2004.

*Julie Delon*

LTCI, Télécom Paris (CNRS UMR 5141), 46 rue Barrault, 75634 Paris cedex 13..

*E-mail* : julie.delon@enst.fr

*Agnès Desolneux*

MAP5 (CNRS UMR 8145), Université Paris Descartes, 45 rue des Saints-Pères,  
75270 Paris cedex 06..

*E-mail* : agnes.desolneux@parisdescartes.fr