Revue d'histoire des mathématiques,
3 (1997), p. 137–239.

LA STATISTIQUE CRITIQUÉE PAR LE CALCUL DES PROBABILITÉS : DEUX MANUSCRITS INÉDITS D'IRENÉE JULES BIENAYMÉ

Bernard et Marie-France BRU, Olivier BIENAYMÉ (*)

RÉSUMÉ. — La statistique contrôlée par le calcul asymptotique des probabilités telle que l'avaient conçue Condorcet à la fin du XVIIIe siècle, Laplace et son École ensuite, s'est trouvée progressivement remise en cause, dès les années 1830, à la fois par les mathématiciens attirés par d'autres théories, et par les statisticiens qui trouvaient ailleurs leurs méthodes et leur légitimité. À peu près seul, Jules Bienaymé s'est fait le défenseur pugnace de la statistique laplacienne qu'il a développée en plusieurs points.

La découverte récente d'un fonds d'archives familiales permet de mieux cerner les contours d'une œuvre isolée mais remarquable. Nous en avons extrait deux textes inédits. Le premier, adressé en 1855 à l'Académie des sciences morales et politiques, illustre assez bien la façon dont notre auteur tente de limiter les prétentions statistiques excessives de son siècle. Le second, communiqué en 1842 à la Société philomatique, donne une idée de son œuvre propre qui anticipe la statistique actuelle.

ABSTRACT. — THE CRITIQUE OF STATISTICS ON PROBABILITY-CALCULUS GROUNDS: TWO UNPUBLISHED MANUSCRIPTS BY IRENÉE-JULES BIENAYMÉ.

Statistics, as governed by the asymptotic calculus of probabilities, in the manner propounded by Condorcet at the end of the 18th century, and pursued by Laplace and his school, was gradually put in abeyance, as early as the 1830s, by statisticians who sought their methods, and the legitimacy of their practice, from other approaches – at the same time as the field was being abandoned by mathematicians, drawn as they were to other theories and pursuits. Virtually alone in this respect, Jules Bienaymé stood his ground as a defender of the Laplacian statistical theory, to which he brought further developments on a number of points.

The recent uncovering of family archives now allows the lineaments of an isolated, albeit remarkable, body of work to be brought into sharper focus. The two unpublished papers presented here are drawn from this archive. The first, sent in 1855 to the French

(*) Texte reçu le 28 mai 1997, révisé le 21 octobre 1997.
Bernard BRU, Université René-Descartes, Laboratoire de statistique médicale, 45 rue des Saints-Pères, 75270 Paris CEDEX 06.
Marie-France BRU, Université Denis-Diderot, UFR de Mathématiques, 2 place Jussieu, 75251 Paris CEDEX 05. Courrier électronique : bru@math.jussieu.fr.
Olivier BIENAYMÉ, Université Louis-Pasteur, Observatoire de Strasbourg, 11 rue de l'Université , 67000 Strasbourg. Courrier électronique : bienayme@astro.u-strasbg.fr.

Académie des sciences morales et politiques, provides a fair illustration of the manner in which this author sought to cut down to size the excessive claims being made, regarding statistics as practiced in his time. The second paper, addressed in 1842 to the Société philomatique, gives a glimpse of his own personal endeavours and achievements in the field, anticipating as they do on current statistical theory.

PRÉSENTATION

Nous commencerons par rappeler très brièvement la carrière de ce savant relativement peu connu, en renvoyant pour plus de détails à Heyde et Seneta [1977b], Jongmans et Seneta [1993] et à la *Journée Bienaymé*.

Né à Paris le 28 août 1796, Irenée Jules Bienaymé passe une partie de sa jeunesse à Bruges où son père est chef des bureaux du Secrétariat de la préfecture du département de la Lys. Il poursuit ses études au Lycée Louis-le-Grand et est admis à l'École polytechnique en 1815 après avoir participé en 1814 à la défense de Paris. Victime du licenciement collectif de l'École polytechnique d'avril 1816, il entre dans l'administration des Finances où il a des attaches familiales et où il gravit tous les échelons pour parvenir en 1836 à l'inspection générale des Finances. Dans le cadre de ses fonctions, il intervient dans les débats souvent vifs qui s'élèvent pendant la Monarchie de Juillet au sujet de la construction des tables de mortalité et de morbidité à l'usage des compagnies d'assurance, des caisses de retraite et de secours mutuels qui se développent alors à un rythme accéléré en l'absence de toute législation ou contrôle appropriés.

Parallèlement à sa carrière administrative, Jules Bienaymé a poursuivi des études de calcul des probabilités dans la continuité de la *Théorie analytique* de Laplace — le « Mont-Blanc des mathématiques » selon De Morgan [1837] — dont il s'est employé comme Fourier, Poisson et Cournot à éclaircir et à préciser les énoncés et les applications aux faits de toute nature, notamment à la mortalité ; et l'on sait combien la tâche est malaisée. Une part importante de ses travaux ne nous est connue que par les courts extraits qu'il en a donnés à la Société philomatique dont il est membre depuis 1838 ; cela ne rend pas l'appréciation de son œuvre particulièrement commode et explique qu'elle ait été longtemps méconnue. On considère maintenant que Bienaymé a anticipé en plusieurs points fondamentaux la statistique mathématique comme la théorie des probabilités telles que nous les pratiquons et les enseignons en cette fin du XX[e] siècle.

Jules Bienaymé est mis à la retraite anticipée de l'inspection des Finances en mai 1848, contre son gré et dans des circonstances encore mal élucidées. Certes, il est de santé fragile et a été frappé très jeune d'une maladie chronique, sans doute une forme de Parkinson, qui peu à peu le privera de l'usage de ses mains. Ceci pourrait expliquer cela mais, en revanche, n'expliquerait pas qu'il ait été réintégré dans ses fonctions et affecté au ministère du Commerce en 1850 au moment où le Président de la République, Louis-Napoléon Bonaparte, prend en main plus directement les rênes de l'État et décide de mettre en chantier les lois organisant la Caisse nationale de retraite et les Sociétés de secours mutuels, formes très embryonnaires des régimes de protection sociale actuels, que la Monarchie de Juillet n'était pas parvenue à faire aboutir. Bienaymé est ainsi l'un des principaux rédacteurs de la loi du 18 juin 1850 créant la Caisse nationale des retraites pour la vieillesse, l'ancêtre direct de la Caisse nationale de prévoyance. Auparavant, il a assuré, au second semestre 1848, le cours de calcul des probabilités de la Sorbonne en remplacement de Libri en fuite.

Jules Bienaymé prend volontairement sa retraite en 1852 ; il est alors élu membre libre de l'Académie des sciences de Paris où il sera rapporteur des prix Montyon de statistique pendant vingt-cinq ans et s'érigera en censeur sévère de la statistique de son temps dont les débordements et l'exhubérance sans frein risquent à ses yeux de dénaturer la science. Jules Bienaymé, et il est en cela comme en chaque chose unique et singulier, parle toutes les langues européennes, de l'anglais au russe. Une fois membre de l'Académie, il nouera des contacts étroits avec certains mathématiciens étrangers, particulièrement Chebyshev dont il traduira et diffusera les œuvres. Helléniste érudit, savant à la culture universelle, laplacien militant, représentant d'une tradition qui, après avoir atteint la plus haute renommée, menace ruine, ami très proche de Chasles, Lamé, Liouville, Saint-Venant..., Jules Bienaymé est tout naturellement, dès sa création en novembre 1872, membre du Conseil de la Société mathématique de France, dont il sera vice-président en 1874 et président en 1875, bien que son état de santé ne lui permette plus alors d'assister aux séances.

Irenée Jules Bienaymé est mort le 18 octobre 1878 à Paris, rue de Fleurus, non loin de la rue de Tournon où s'était éteint l'année précédente son ami de toujours, Antoine Augustin Cournot.

Le manuscrit de 1855 et l'Académie des sciences morales et politiques

Dans le fonds de manuscrits conservé par la branche aînée de la famille Bienaymé, l'un des plus curieux, et des plus illisibles, est certainement le premier document que nous présentons ici. L'origine exacte de ce texte n'est indiquée en aucun endroit ; toutefois sa première page commençant par la phrase rayée : «*Lorsque dans une de vos dernières séances (février 1855) j'ai cru devoir choisir pour sujet de la*», suivie de la première phrase non rayée : «*En choisissant pour sujet de la première communication que j'avais l'honneur de faire à cette Académie, les explications qui montrent comment la* Loi des grands nombres *n'a point d'existence réelle* [...] », permet d'avancer avec assez de vraisemblance qu'il s'agit d'une seconde communication à l'Académie des sciences morales et politiques. Elle fait suite à celle lue par Jules Bienaymé le 10 février 1855, qui s'intitulait : « Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir et qu'il avait appelé Loi des grands nombres ».

La communication du 10 février a, elle, été publiée dans les comptes rendus des *Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques* [Bienaymé 1855]. Elle ne constitue pas seulement, comme on le sait, une dénégation ferme de la prétendue universalité du théorème que Poisson, dans un moment d'euphorie, avait baptisé « loi des grands nombres », mais c'est aussi un plaidoyer en faveur de la statistique « critiquée » par le calcul asymptotique laplacien des probabilités (qui du reste englobe déjà la loi des grands nombres de Poisson bien comprise) et de ses applications aux sciences morales et politiques. Le manuscrit dont il s'agit, pourrait en être une suite que son auteur n'aurait pu lire ni en tout cas publier.

Cette hypothèse est facilement vérifiable. Il suffit pour cela de se reporter aux procès-verbaux manuscrits de l'Académie des sciences morales et politiques[1] (*). On y lit qu'à la date du 17 mars 1855, «*Monsieur Bienaymé fit une communication sur la compensation des erreurs et sur la limite de cette compensation, à la suite de laquelle MM. Villermé et Damiron ont présenté des observations*». Le texte de cette communication ne figure pas aux *Comptes rendus* édités par l'Académie depuis 1842, et nous n'avons trouvé nulle part ailleurs la moindre trace imprimée du texte dont il s'agit. Il est donc possible que Bienaymé, peu satisfait de

(*) Compte tenu de la longueur de certaines notes, celles-ci ont été rassemblées après la présentation et les textes de Bienaymé, page 168 et suivantes.

son mémoire ou pris par d'autres tâches plus urgentes, ait négligé de le communiquer dans les délais requis pour publication dans le volume des *Séances et travaux* de 1855, et l'ait abandonné comme tant d'autres projets (voir aussi note 43). Le manuscrit que nous éditons ici serait ainsi la version originale et unique de la communication orale du 17 mars 1855 aux académiciens moraux et politiques, parmi lesquels se trouvaient, ce jour-là, outre Villermé et Damiron, quelques-uns parmi les principaux auteurs de statistique sociale, morale, économique et administrative du temps.

L'Académie des sciences morales et politiques, rétablie en 1832 par Guizot (qui assistait d'ailleurs aux séances des 10 février et 17 mars 1855), avait été pensée par la Monarchie de Juillet, et ses ministères de «*professeurs et d'académiciens*», comme un «*centre de hautes études, un véritable laboratoire de réflexion et de proposition*»[2]. La quatrième section de l'Académie s'intitulait : *Économie politique et statistique*. Le baron Dupin en était le doyen. Elle accueillait déjà ou accueillerait bientôt en son sein la plupart des « économistes-notables » de la France du XIXe siècle, qui utilisaient la statistique ou s'en recommandaient, utilisations certes assez molles et en tout cas très directives, suivant les fortes paroles si connues de J.-B. Say : «*l'économie politique est le fondement de la statistique et non l'inverse*»[3]. Au point que le docteur Villermé, l'un de ceux qui justement pensaient l'inverse, avait préféré, en 1851, abandonner à Michel Chevalier le siège qu'il occupait, depuis 1832, à la section d'économie, pour gagner les bancs plus paisibles et plus accueillants de la section de morale. Ce repli stratégique pourrait d'ailleurs s'interpréter aussi comme une volonté non dissimulée d'imposer la statistique queteletienne comme fondement des sciences morales et bientôt sociales (et non l'inverse !)[4].

L'Académie accueillait également, de façon plus marginale, comme académiciens libres ou comme correspondants, les quelques auteurs français qui s'étaient consacrés totalement aux chiffres de la statistique, pour des raisons diverses, administratives, judiciaires, politiques, hygiénistes, morales,... ou simplement par délassement, ou par passion, tels Moreau de Jonnès, Guerry et Benoiston de Châteauneuf. Elle se faisait aussi obligation de compter parmi ses membres étrangers les représentants historiques des nouvelles sociétés de statistique européennes, en tout premier lieu Quetelet bien sûr, mais aussi Malthus, Babbage ou Dieterici[5].

C'est à l'initiative et sous le contrôle de l'Académie que Villermé, Adolphe Blanqui et Benoiston de Châteauneuf avaient entrepris leurs grandes enquêtes statistiques sur le paupérisme, l'état des provinces, etc., études publiées et savamment commentées dans les *Séances* ou les *Mémoires* de l'Académie.

L'Académie des sciences morales honorera de sa participation le Congrès international de statistique réuni à Paris du 10 au 15 septembre 1855, le deuxième de l'histoire après celui de Bruxelles en 1853. C'est elle également qui donnera de l'éclat à la création en 1860 de la Société de Statistique de Paris. Bref, l'Académie des sciences morales et politiques pouvait apparaître au milieu du XIXe siècle, sans doute à son corps défendant, sinon comme le temple de la statistique, du moins comme celui des « statisticiens »[6].

Jules Bienaymé qui déjà contrôle fermement, depuis 1852, la statistique au sein de l'Académie des sciences, semble avoir eu la volonté, vers ces années-là, de préciser, à l'intention des académiciens moraux, les limites de validité des formules que la théorie analytique des probabilités a établies dans le but de « critiquer » les chiffres de la statistique si souvent erratiques lorsqu'ils sont abandonnés à eux-mêmes. Les statisticiens du temps, en effet, de notoriété publique, embarrassés à pénétrer véritablement la théorie de Laplace ou simplement à l'appliquer, en abusent sans discernement ou pire la délaissent, alors qu'elle leur est destinée de toute éternité.

Il ne faut toutefois pas se méprendre sur les intentions de notre auteur. Bienaymé, à la différence d'un Poisson ou d'un Laplace, est aussi un « statisticien », il a pratiqué professionnellement la statistique administrative ; il en sait les réussites mais aussi les difficultés et les tares évidentes. Il existe en effet des « méthodes statistiques » spécifiques, des procédures de collection des données, des règles de classement et de présentation de celles-ci en tableaux ou en graphiques ingénieux ; il y a surtout une précision, une rigueur statistique particulière, moins évidente mais d'autant plus exigeante, que la rigueur mathématique ou la précision astronomique. L'âme de la science étant au dix-neuvième siècle la précision numérique, on conçoit que cette précision à elle seule pouvait donner à la statistique ce supplément d'âme qui la sauverait de son absence apparente de principes. Aussi les remontrances de Jules Bienaymé ne s'adressent pas aux statisticiens consciencieux et précis mais peu théoriciens (ou pas théoriciens du tout, voire antithéoriciens comme Moreau de Jonnès ou même ouvertement antilaplaciens comme Guerry[7]), dès lors qu'ils s'en tiennent à leurs chiffres et laissent aux véritables savants le soin de les critiquer. Bienaymé respecte infiniment ce que l'on commence à appeler la « Statistique descriptive », dont Xavier Heuschling, peut-être l'inventeur de la dénomination[8], est certainement, au milieu du XIX[e] siècle, l'un des représentants les plus éclairés et les plus remarquables. Bienaymé a été initié à la statistique pratique par son cousin Louis-François Benoiston de Châteauneuf (1776–1856), statisticien rigoureux à l'érudition universelle, dont il est très proche et à qui il voue une affection toute filiale. Benoiston de Châteauneuf, élu membre libre de l'Académie des sciences morales et politiques en juin 1833, s'est trouvé à l'origine directe de quelques-uns des travaux théoriques les plus originaux de Jules Bienaymé[9]. En revanche, ce dernier n'a pas de mots assez durs pour stigmatiser le laisser-aller pratique et théorique de l'immense majorité des statisticiens académiques ou administratifs de son temps : flou des chiffres le plus souvent faux ou mal recopiés, flou des conclusions théoriques que les plus audacieux n'hésitent pas à en tirer au nom de la « Théorie des moyennes », voire de la « Loi des grands nombres », dont personne ne sait exactement en quoi elle consiste mais qui, précisément pour cette raison, sert de panacée théorique universelle.

Pour faire valablement la « critique probabiliste des données statistiques », il faut connaître suffisamment de théorie laplacienne pour savoir quand et comment « supputer » une quantité inconnue à partir d'observations nombreuses ou « juger » si le hasard seul aurait pu produire avec une probabilité suffisante le résultat remarquable observé ou bien s'il a fallu pour cela l'action résolue d'une cause constante[10]. Au sein de l'inspection des Finances comme à l'Académie des sciences ou à la Société philomatique, Bienaymé s'emploie à dénoncer sans relâche le peu de sérieux des conclusions que l'on tire alors des statistiques officielles ou privées.

On peut ainsi penser que ce qu'entend montrer Bienaymé aux académiciens réunis les 10 février et 17 mars 1855, c'est qu'il existe des fautes plus graves encore que celles accumulées par les employés d'administration, qui se libèrent plus vite d'une tâche ingrate en recopiant n'importe quoi n'importe comment, ce sont les fautes théoriques commises par ceux qui entendent se servir de chiffres en grands nombres pour prouver, juger et supputer en dépit du bon sens, dans l'ignorance générale où ils se trouvent de la véritable théorie des grands nombres, la théorie asymptotique de Laplace ; et ces fautes-là sont impardonnables, elles dénaturent la science.

Dans sa communication de février, Jules Bienaymé a montré que le grand Poisson lui-même s'est égaré : non seulement ce qu'il a appelé Loi des grands nombres ne va pas au-delà du théorème de Laplace, mais surtout cette locution universelle, aux tonalités si dangereusement proches des « Lois de la nature » qui, depuis Descartes, servent de principes à la physique mathématique triomphante, introduit une confusion supplémentaire dans toute cette affaire déjà suffisamment obscurcie et encourage les pires débordements : par exemple affirmer, comme le font Quetelet et ses émules, que la loi des grands nombres est l'unique loi qui régit la « physique sociale ». On touche là au second aspect, plus profond et plus voilé, des critiques de Bienaymé, dont il nous faut dire un mot ici.

Pour donner une idée approximative de l'impact de la révolution queteletienne sur les esprits éclairés du temps, on peut citer (suivant Porter [1986]) Louis Wolowski, qui va rejoindre en avril 1855 la section d'économie politique et statistique de l'Académie des sciences morales et politiques et qui écrit en 1848 :

«*En supposant que le passé nous ait légué une longue série de ces observations successives, celle-ci nous révélerait la loi même de la destinée humaine ; elle nous permettrait de connaître les causes qui influent sur le bonheur des États, et de modifier celles qu'il est en notre pouvoir de changer. Ainsi que l'a admirablement démontré un des hommes qui ont rendu à la statistique les services les plus signalés, M. Quetelet, les inductions de cette science se confondent avec les opérations du calcul des probabilités. La loi des grands nombres gouverne le monde moral comme le monde physique :* Mundum regunt numeri [...] *le principe de la statistique est le même que celui sur lequel repose la théorie du calcul des probabilités ; le hasard perd ses droits devant les investigations de la pensée, un ordre admirable et régulier succède à un chaos incohérent*» [Wolowski 1848, p. 397, 408][11].

Quel enthousiasme ! Pourtant Wolowski n'est pas un rêveur, c'est un libéral « positif », homme d'action et de pensée ; il est professeur d'économie politique et de législation industrielle au Conservatoire national des arts et métiers, journaliste, juriste, homme politique. Il s'apprête à fonder le Crédit foncier de France.

On imagine assez les réactions de Jules Bienaymé devant cette loi des grands nombres et ces « investigations de la pensée » de M. Quetelet capables de réduire d'un même coup le « hasard » et le « chaos », au point de dévoiler la « loi même de la destinée humaine ». Selon Bienaymé, «*ce que Poisson appelle* Loi universelle des grands nombres *n'a pas d'existence réelle* », elle ne saurait par conséquent gouverner ni les sciences physiques, ni les sciences morales ni même la destinée humaine. Ce n'est qu'une version contournée d'un théorème asymptotique dont Jacques Bernoulli puis Moivre et finalement Laplace ont précisé les hypothèses et les conditions d'application à la critique des résultats des observations. Pour Bienaymé, considérer que le théorème de Laplace régit l'univers moral ou social, c'est faire un contresens ; le théorème de Laplace ne régit rien, il permet simplement de décider, avec une chance raisonnable de ne pas s'égarer, si, par exemple, une moyenne observée s'écarte véritablement d'une valeur donnée ou d'une autre moyenne observée. Programme plus modeste sans doute mais essentiel : le jugement probabilisé d'un chiffre statistique permet seul de le valider, de le rendre, d'une certaine façon, indépendant des « anomalies du hasard », pour reprendre le vocabulaire cournotien.

Il y a là, on le voit, deux conceptions différentes de la théorie des probabilités. Pour Quetelet, au moins idéalement, la théorie des probabilités fournirait un cadre d'étude des comportements de l'homme en sociétés nombreuses (la fameuse « physique sociale », la loi des grands nombres jouant le rôle d'un principe de stabilité très général). Pour Bienaymé le calcul des probabilités est le fondement mathématique de la « critique » des données statistiques, et les formules asymptotiques de Laplace, c'est-à-dire les véritables lois des grands nombres, permettent d'estimer les paramètres et de tester les hypothèses de la meilleure façon possible avec des probabilités raisonnablement fortes de ne pas se tromper[12].

On considère maintenant que les deux points de vue sont en droit de cohabiter, quoique le plus souvent ils s'ignorent et parfois s'opposent en de délicats procès de mitoyenneté. C'est du reste ce que devait penser Poisson lui-même sans savoir comment le formuler dans le cadre condorcetien où il se plaçait. Il suivait en cela son maître Laplace qui joue imperturbablement sur les deux claviers, insensible aux cacophonies qui en résultent, dont s'effarouchera le puritanisme savant du XIX[e] siècle et que Cournot tentera d'harmoniser avec l'intelligence que l'on sait. Mais ce n'est visiblement pas l'opinion de Bienaymé, indigné des utilisations abusives de cette loi des grands nombres de Poisson-Laplace, utilisations plus proches de la poésie ou du mythe (métaphoriques, dirait-on maintenant), que de la science dont le but éminent est d'établir «*la suite des idées vraies*», ainsi qu'il nous le rappelle dès la première page du manuscrit édité ici[13].

Dans ce premier texte, Jules Bienaymé se propose d'exposer aux statisticiens, de façon détaillée, ce qu'est et ce que n'est pas le théorème de Laplace-Poisson, en explicitant autant que faire se peut, sans le secours de l'analyse, ses hypothèses, ses conclusions et ses éventuelles applications aux « faits » moraux et politiques : tentative courageuse mais désespérée, on le sait, Cournot, pourtant infiniment plus diplomate et plus pédagogue, n'ayant pas connu le succès escompté dans son entreprise d'*Exposition de la théorie des chances*, à l'usage d'un large public cultivé parmi lequel on pouvait espérer compter les statisticiens du temps, certains d'entre eux au moins[14].

Laplace appliquait son théorème essentiellement aux observations nombreuses d'« un même fait » ; or la statistique morale entend l'appliquer à « la manière d'agir des hommes ». Il ne va pas de soi que cela soit possible. Il faut examiner au préalable si les hypothèses de Laplace sont vérifiées à-fort-peu-près. Sinon il faut inventer d'autres formules éventuellement asymptotiques (et Bienaymé y occupe ses heures de loisir et les statisticiens mathématiciens actuels s'y consacrent à plein temps) ou bien se garder de toute conclusion hâtive. On peut sans doute, faute de mieux, répéter avec Quetelet : «*La théorie des moyennes sert de base à toutes les sciences d'observation*», encore faut-il préciser que cette théorie n'existe pas (ou si peu !) et que la loi des grands nombres de Poisson ne saurait en tenir lieu universellement à moins d'aberrations étranges.

Comme Cournot, Bienaymé sait d'expérience que les formules de Laplace et de Poisson ne peuvent s'appliquer telles quelles aux données morales ou économiques qui ne sont que très rarement aussi homogènes qu'en astronomie de précision ou en géodésie ; au contraire, ce sont leurs inhomogénéités statistiques qu'il est intéressant de mettre en évidence. De plus, les observations des sociétés humaines sont assez souvent biaisées par des dérives systématiques, des partis pris, des habitudes bonnes ou mauvaises, qui affectent considérablement la compensation que les grands nombres opèrent lorsqu'en moyenne les « erreurs » s'évanouissent. Dès lors, les moyennes que l'on forme à partir de telles données et qui sont stables par accumulation de grands nombres, se comportent différemment de celles des astronomes et des géodésiens, comme Bienaymé l'a rappelé dans sa première communication :

«*Il y a surtout un fait qui doit frapper un esprit attentif : c'est que le nombre des observations nécessaires pour obtenir une moyenne offrant un certain degré de précision, n'est pas le même, à beaucoup près, dans tous les genres de recherches. Dans certaines recherches, des nombres petits relativement suffisent pour que les résultats moyens diffèrent peu les uns des autres. Pour d'autres, cette espèce de constance des résultats moyens exige des nombres d'observations beaucoup plus grands*» [Bienaymé 1855, p. 383].

Il n'y a pas une loi des grands nombres universelle, il y en a d'innombrables, chacune dépendant de la situation particulière étudiée. Pour autant il ne faut pas rejeter le calcul des probabilités, ou le transformer en une rhétorique creuse, il faut l'appliquer mieux. Bienaymé est ainsi l'un des très rares savants de son temps à croire en une véritable statistique probabiliste, instrument de critique et d'analyse des données de toute nature. On notera d'ailleurs que l'outil technique proposé par Bienaymé dans ce texte, comme dans d'autres, est celui même que R.A. Fisher et son École utiliseront : « la constante de Laplace », c'est-à-dire la variance (empirique) dont l'analyse permet éventuellement de séparer les données en classes à l'intérieur desquelles le principe de compensation s'applique comme en astronomie pratique. Fourier et Cournot, d'ailleurs, avaient entrevu la même idée qui se trouve déjà en germe dans la *Théorie analytique* de Laplace.

Ainsi, le XIX^e siècle statistique n'est pas seulement le siècle des *moyennes*, comme on le dit souvent, mais c'est déjà aussi, et ce texte le manifeste, le siècle des *variances.* L'inégalité de Bienaymé en serait d'ailleurs la preuve décisive si l'on voulait bien l'examiner sous cet angle.

Il est difficile de savoir quelles ont pu être les réactions des académiciens moraux présents le 17 mars aux déclarations de Bienaymé, provocatrices pour certains, incompréhensibles pour le plus grand nombre. Les deux seules interventions recensées sont celles de Damiron et de Villermé dont on ne connaît pas la teneur. Philibert Damiron (1794–1862), professeur de philosophie à la Sorbonne, ami et éditeur de Jouffroy, membre de la section de philosophie de l'Académie, venait de publier plusieurs études, assez ternes il est vrai, sur les philosophes des Lumières ; il aurait pu demander à Bienaymé ce qu'il pensait des paradoxes de d'Alembert et Condorcet, en supposant qu'il ait réussi à les identifier. Contrairement à son ami Cournot, Bienaymé ne s'est que peu préoccupé de questions philosophiques. On trouve cependant dans les archives familiales une note de Rémusat, qui assistait à la séance du 17 mars, sur la probabilité de lever du soleil, qui permet au moins d'établir l'existence de relations entre les philosophes académiques et Bienaymé[15]. Quant à Louis-René Villermé[16], il est possible qu'il soit intervenu pour défendre ses travaux et ceux de son ami Quetelet, indirectement visés par les critiques enveloppantes de Jules Bienaymé.

Il nous reste, évidemment, à discuter des raisons de l'invitation très inhabituelle d'un académicien des sciences non cumulant, à l'Académie des sciences morales et politiques. Qui a invité Bienaymé à donner une leçon de statistique théorique aux philosophes, historiens, économistes, statisticiens ou non, de l'Académie ? Nous ne le savons pas avec certitude et nous sommes réduits à des hypothèses.

Le Secrétaire perpétuel de l'Académie, l'historien libéral Mignet, semble s'être assez peu passionné pour les moyennes. Le président de l'Académie pour 1855 était Amédée Thierry, également historien, et le vice-président le juriste Bérenger, on les voit mal invitant Bienaymé sur un sujet aussi technique. Il est peu probable d'autre part que Charles Dupin, doyen de la section de statistique et membre de l'Académie des sciences depuis 1818, soit intervenu pour rétablir au sein de l'Académie des sciences morales et politiques un minimum d'orthodoxie laplacienne dont Bienaymé était alors le plus grand et d'ailleurs l'unique représentant, depuis les morts prématurés de Fourier et Poisson. Le baron Dupin ne s'était pas beaucoup préoccupé de rigueur probabilisée dans ses travaux de statistique, il serait étonnant qu'il ait tenu à imposer à d'autres ce qu'il n'entendait guère lui-même[17], de plus il était absent le samedi 17 mars.

En général, les savants étrangers qui étaient admis à lire un mémoire devant l'Académie, postulaient cet honneur en vue de préparer une élection future. On imagine difficilement Bienaymé se portant candidat aux deux sièges vacants de la section d'économie (où il n'avait aucune chance d'être élu). D'ailleurs la formule des procès-verbaux le concernant n'est pas celle usuellement employée pour un « postulant » étranger : Bienaymé n'est pas « admis à lire », il « fait une communication », en tant que membre de l'Institut. On peut donc penser que Bienaymé, membre libre de l'Académie des sciences et rapporteur du prix Montyon de statistique de cette académie[18], voulait être entendu des statisticiens moraux et politiques et s'est invité lui-même, en utilisant sans doute ses relations académiques et familiales, Benoiston de Châteauneuf par exemple[19].

Quoiqu'il en soit exactement, on peut considérer que la communication du 17 mars est la dernière tentative spectaculaire de Bienaymé pour se faire entendre de la statistique de son temps, et son dernier échec aussi, la non-publication du texte présenté ici en étant peut être la manifestation la plus sensible[20]. Bienaymé reprendra inlassablement ses explications dans les rapports successifs qu'il publie chaque année dans les *Comptes rendus* de l'Académie des sciences sur les pièces concourant pour le prix Montyon de statistique, mais ses remontrances et ses observations ne semblent pas avoir eu davantage de succès ni d'influence que ses deux communications à l'Académie des sciences morales et politiques de 1855.

La communication de 1842 à la Société philomatique

Ce n'était pas la première fois que Jules Bienaymé s'élevait publiquement contre les abus qu'on faisait alors, dans les sciences physiques et morales, du principe de compensation des erreurs ou de la loi universelle des grands nombres. Ainsi qu'il l'explique au début de sa première communication à l'Académie des sciences morales et politiques, le 10 février 1855 :

«*Il y a environ vingt ans, M. Poisson crut avoir démontré une loi nouvelle destinée à régir toutes les observations statistiques et tous les résultats de même espèce dans toutes les parties des sciences, soit physiques, soit morales et politiques. Il l'appelait* Loi des grands nombres*, et il la fit connaître à l'Académie des sciences*[21]*.*

Dès les premières communications de l'illustre géomètre, il me fut facile de reconnaître qu'il n'était point parvenu au but qu'il s'était proposé, et après la publication faite, en 1837, de ses Recherches sur la probabilité des jugements, *j'indiquai comment il avait dû subir une de ces illusions auxquelles Laplace n'a pas dédaigné de consacrer un chapitre de son* Essai sur le calcul des probabilités. *Mais l'état de santé de M. Poisson ne permit pas de donner à mes remarques la publicité nécessaire peut-être. La science eut bientôt après le malheur de le perdre prématurément; la négation de la loi des grands nombres est restée enfouie dans la partie non imprimée des procès-verbaux* [séance du 16 avril 1842] *de la Société philomatique à laquelle j'appartiens ; et aujourd'hui ma critique n'est guère connue que des géomètres.* » Et Bienaymé ajoutait : «*Plusieurs fois on m'a reproché de ne pas l'avoir reproduite, et on a semblé en conclure que peut-être je ne jugeais plus de la même manière un travail que j'ai laissé si longtemps dans l'obscurité, tandis que plusieurs ouvrages ou mémoires publiés dans cet intervalle se sont étayés de la Loi de M. Poisson*» [Bienaymé 1855, p. 379–380].

Le 16 avril 1842, Bienaymé avait donc affirmé pour la première fois devant les savants de la Société philomatique[22] que la « Loi des grands nombres » de Poisson n'était pas universelle et même qu'elle « n'existait pas ». On ignorait ce qu'était devenu ce texte. Or, dans le même fonds d'archives familiales se trouve une liasse formée de dix-neuf feuillets contenant plusieurs *Essais* visiblement rédigés à l'intention des procès-verbaux de la Société philomatique, dont le sixième est une remise en cause ferme et argumentée de la loi universelle des grands nombres. Ce manuscrit est très vraisemblablement celui qui a été lu le 16 avri 1842. Il complète avantageusement en plusieurs points la communication de 1855. Il rassemble, en outre, un grand nombre d'informations utiles sur les vues de Bienaymé touchant aux fondements des probabilités et de la statistique. On ne connaît pas d'autre texte de notre auteur sur de tels sujets, aussi nous a-t-il paru intéressant de le faire connaître plus largement.

On sait en effet que simultanément un peu partout en Europe, vers le milieu du dix-neuvième siècle, des voix autorisées se sont élevées, au sein même de la communauté scientifique, contre la doctrine laplacienne qui semblait irrémédiablement compromise avec le sensualisme et le scepticisme du siècle précédent. Comment dès lors prétendre que le calcul des probabilités est seul capable de critiquer les résultats des observations alors que lui-même n'est pas, ou n'est plus, à l'abri de toute critique en un siècle si soucieux « d'objectivité » et si sûr de ses certitudes scientifiques. Le second texte que nous publions, quoique tronqué, permet de se faire une meilleure idée de l'évolution des conceptions que Jules Bienaymé se fait de sa science et de la manière dont il réussit (ou ne réussit pas) à la transmettre à ses contemporains, penseurs de haut-vol, embrassant d'un seul coup d'œil sciences physiques et morales pour qui le Mont-Blanc laplacien se confond avec l'éther diaphane des idées intermédiaires, nouveaux mathématiciens qui le voient plutôt noyé sous un épais brouillard, statisticiens d'administration qui ne sont pas près de se risquer sur ses pentes glissantes, politiques... Et cette histoire dont nous présentons ici quelques éléments pourrait servir d'illustration à la façon dont les héritages scientifiques, si imposants soient-ils, vivent et meurent au fil du temps, le combat à contre-courant d'Irenée Jules Bienaymé apparaissant à la fois comme un combat d'arrière-garde et un combat d'avant-garde, trop loin devant et trop loin derrière pour triompher des pesanteurs de son siècle.

Les notes rédigées pour ces textes visent pour certaines d'entre elles à faciliter la compréhension des débats labyrinthiques et des polémiques confuses de la statistique du temps ; d'autres rappellent très sommairement le contexte institutionnel, culturel et scientifique de ces débats, d'autres enfin, un peu plus techniques, s'efforcent de préciser les énoncés mathématiques et les principes statistiques sous-jacents.

Remerciements

Nous remercions très chaleureusement Jean Bienaymé, chef de service à l'Hôpital Saint-Vincent-de-Paul, et descendant direct de Jules Bienaymé, qui, le premier, nous a informés de l'existence d'archives familiales importantes confiées à la garde de son fils aîné Arnaud. Ce dernier nous a grandement facilité l'accès de ces archives en les photocopiant dans leur intégralité et en nous en retraçant l'origine et l'histoire. Nous le remercions infiniment de sa confiance et de son hospitalité.

Nous sommes reconnaissants aux rapporteurs de leurs remarques judicieuses dont nous avons essayé de tenir le plus grand compte.

MANUSCRITS INÉDITS DE JULES BIENAYMÉ

COMMUNICATION À L'ACADÉMIE DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES (17 mars 1855)

Sur de fausses applications du principe de la compensation des erreurs dans un grand nombre d'observations ; et sur la condition qu'exige tacitement ce principe

⟨lorsque dans une de vos dernières séances (février 1855) j'ai cru devoir choisir pour sujet de la⟩[23].

En choisissant pour sujet de la première communication que j'avais l'honneur de faire à cette Académie, les explications qui montrent comment la *Loi des Grands Nombres* n'a point d'existence réelle, je n'avais pas uniquement pour but de détruire une erreur accréditée par le nom d'un savant dans le respect de qui nous avons été élevés. Sans nul doute, il est utile de dissiper les erreurs ; mais il faut que cette utilité ne se borne pas à satisfaire l'esprit de critique. Car la science en établissant la suite des idées vraies dont elle se compose, n'a le plus souvent nul besoin de s'arrêter à chaque pas pour critiquer les idées fausses. À moins qu'elles n'entravent sa marche, ce qui est rare, le maître peut en dégager sans crainte son enseignement, et toutes les sciences en agissent ainsi d'ordinaire. Elles s'occupent peu des erreurs passées. Les esprits qu'elles ont habitués aux idées vraies et justes n'éprouvent pas de difficulté à se débarrasser des propositions erronées qu'ils pourront rencontrer plus tard. À la vérité, il n'en est pas tout à fait de même dans la théorie des probabilités : elle est astreinte comme la Logique, à s'occuper des sophismes et à en prouver la vanité, puisqu'elle n'est que le bon sens réduit au calcul[24], elle est un instrument de critique ; et elle ne saurait se soustraire à certaines discussions qui paraissent quelque fois bien sévères. Elle ne le pourrait sans danger. Car les sophismes non réfutés sortant de la théorie des probabilités avec une apparence d'autorité, viennent répandre l'erreur dans les sciences d'application, c'est-à-dire dans presque toutes les sciences : puisqu'il en est peu qui n'aient à leur base une véritable statistique et de nombreux calculs de probabilités, tantôt plus ou moins explicites, tantôt cachés, d'autrefois omis entièrement au grand dommage de l'édifice dont ils devaient assurer solidement les fondations.

Mais en écartant de prime abord les mots de Loi des grands nombres comme n'ayant aucun sens scientifique, j'avais outre ces motifs généraux, un but immédiat. La plupart des applications de la théorie des probabilités reposent sur la réunion de grands nombres de faits. Les mots *grands nombres*, y reviennent donc à tout instant ; et il m'était indispensable de bien établir que quand je m'en servirais, il n'y aurait aucune allusion ni directe ni indirecte à ce prétendu principe qui avait été nommé Loi des grands nombres. L'Académie verra que c'était nécessaire pour les explications très courtes que je vais lui soumettre aujourd'hui sur une assertion que l'on rencontre très souvent dans les ouvrages de statistique et dans d'autres. Elle y est introduite comme un théorème qui jouirait d'une généralité sans équivoque et qu'il suffirait d'énoncer pour justifier l'emploi de résultats tels quels dont la justification exigerait de très grands travaux ou serait même impossible.

Cette assertion, c'est que dans un grand nombre d'observations ou d'expériences toutes les erreurs accidentelles se compensent : de sorte que, quand on a pris des résultats moyens de grands nombres, il ne subsiste pour ainsi dire plus d'erreurs.

Il est arrivé parfois, et il ne faudrait pas le nier, que la confiance imprudemment accordée à cette interprétation inexacte d'un calcul de probabilités très rigoureux, a reçu la sanction la plus heureuse de la main du hasard. Mais dans bien d'autres circonstances, il y a lieu de penser qu'elle a précipité dans une foule de déductions erronées : et ce n'est pas seulement un fait de statistique[25].

Voici, effectivement, ce que la théorie des probabilités démontre.

Quand on réunit un grand nombre d'observations du même fait, du même phénomène, et que chacun est affecté d'une erreur, la somme des erreurs, somme dont la probabilité est excessivement voisine de l'unité, est composée de deux parties très différentes. La première partie est proportionnelle au nombre des erreurs ou des observations recueillies ; et par là elle peut être très grande. Mais elle est aussi proportionnelle à la valeur moyenne des erreurs possibles, quelle qu'ait été la probabilité de l'erreur à chaque observation. La probabilité de l'erreur a pu varier d'une observation à l'autre : il n'importe[26]. Cette première partie du résultat n'en reçoit que la valeur moyenne. C'est à cause de cette propriété qu'elle peut être nulle, si cette valeur moyenne est nulle. Mais c'est là une condition *sine qua non* : et il ne faut pas la perdre de vue. Car si elle n'existe pas, comme la moyenne dont il s'agit est multipliée, ainsi qu'il vient d'être dit, par le grand nombre des observations, la première partie de la somme des erreurs qui est égale à ce produit devient très grande nécessairement.

Quant à la seconde partie, elle demeure toujours très petite, relativement : car elle est simplement proportionnelle à la racine carrée du nombre des erreurs. Par exemple pour 10 000 observations, pendant que la première partie de la somme est proportionnelle à 10 000, la seconde partie est seulement proportionnelle à 100. Je n'indique pas la composition complexe d'une autre quantité à laquelle cette seconde partie est aussi proportionnelle mais cette quantité est une moyenne constante quelque soit le nombre des erreurs et elle est relativement peu considérable. Je l'appellerai la constante de Laplace[27]. Enfin cette seconde partie est aussi proportionnelle à un nombre qui n'excède pas 4 ou 5, et qui est déterminé par la grandeur de la probabilité qu'on veut obtenir. Maintenant il est aisé de voir que si l'on prend le terme moyen des observations faites, pour valeur réelle du résultat cherché, la somme des erreurs se trouvant divisée par le nombre des observations, comme l'est la somme des observations dans lesquelles ces erreurs sont contenues, ce terme moyen restera affecté d'une erreur égale au quotient de la somme des erreurs par leur nombre ; et ce quotient sera alors composé de deux parties, correspondantes aux deux parties de la somme des erreurs. L'une sera la valeur de la moyenne de toutes les erreurs qui ont été possibles pendant le cours des observations ; et cette partie, on le conçoit, est constante. L'autre partie du quotient est la constante de Laplace multipliée par un petit nombre, et divisée par la racine carrée du nombre très grand des observations. Cette seconde partie de l'erreur du terme moyen est donc d'autant plus petite que le nombre des observations employées est grand. S'il y a 10 000 observations, elle se trouvera divisée par 100. Elle sera donc très petite relativement à l'étendue des erreurs possibles, et le plus souvent il sera permis de ne point s'en inquiéter ; même alors qu'on ne connaîtrait pas la valeur de la constante de Laplace. Car j'ai fait remarquer[28] que cette constante a un maximum, toujours le même relativement à l'étendue des erreurs possibles : elle n'en peut atteindre la moitié[29].

Il est donc toujours permis de dire que le résultat moyen d'un grand nombre d'observations du même fait, n'est affecté que d'une erreur égale à fort peu près à l'erreur moyenne possible : très probablement du moins ; car il faut toujours entendre que les assertions du calcul des probabilités ne sont que probables, et non pas certaines. L'erreur probable est donc fort voisine de l'erreur moyenne.

Telle est la seule conséquence à laquelle conduise le calcul ; et elle est déjà précieuse.

Mais elle permet d'aller plus loin dans un grand nombre de cas, en remarquant bien toutefois que l'on sort du calcul des probabilités, et que par suite il faut de nouvelles garanties au nouveau pas que l'on va faire.

Lorsqu'on observe à l'aide d'un instrument, on admet que cet instrument est bien fait : c'est-à-dire qu'il est propre à donner avec précision le résultat qu'on cherche. S'il ne le donne pas exactement, malgré toutes les précautions que les artistes et les savants ont pu imaginer, du moins il n'entraîne que de petites erreurs ; et il n'est pas sujet à ce qu'on appelle une erreur constante : c'est-à-dire qu'il ne présente pas des erreurs toujours dans le même sens. C'est ce dont les observateurs s'assurent par des moyens que la science ou un esprit ingénieux leur fait découvrir. On corrige cette tendance si elle existe ; et dès lors l'instrument ne donne plus que des erreurs indifféremment dans les deux sens.

On voit donc que par cette correction, l'on a détruit, ou réduit à zéro, à très peu près, la valeur moyenne de l'erreur pour chaque observation. La première partie de la somme des erreurs telle qu'elle vient d'être décrite, est donc nulle, ou presque nulle, bien que multipliée par un grand nombre ; et la première partie de l'erreur du résultat moyen, de laquelle ce grand nombre a disparu, est réellement annulée.

Comme il était déjà permis de négliger la seconde partie, les auteurs[30] qui ont traité de la probabilité des erreurs des résultats moyens, ont pu dire que sur de grands nombres d'observations les erreurs se compensaient presque entièrement. Ils entendaient que puisqu'on cherchait un certain résultat, on avait pris les moyens de l'obtenir ; et que les instruments, ou les procédés d'exécution avaient été ramenés à n'offrir que des erreurs également possibles dans les deux sens, en plus ou en moins, de part et d'autre de la grandeur observée. Cette condition est si habituellement remplie dans les sciences physiques, dans l'astronomie surtout, qu'on la suppose presque toujours sans l'énoncer expressément.

Mais en passant aux autres sciences, il fallait avant d'appliquer le même principe de compensation, vérifier si la condition qu'il exige, existait réellement ; il fallait vérifier les instruments ; et même il fallait vérifier la manière d'agir des hommes, si les instruments étaient des hommes. Il est vrai de dire qu'il y a bien peu de temps[31] que les astronomes ont reconnu qu'il fallait aussi chez eux vérifier les hommes et leurs organes. Chaque observateur cherche aujourd'hui son équation personnelle, c'est-à-dire la faute moyenne qu'il commet malgré ses précautions et en dépit de sa volonté.

Lorsqu'on ne fait point ces recherches préalables, et que par conséquent on n'a corrigé ni les hommes, ni les procédés d'observation, ni les instruments, les résultats moyens des plus grands nombres restent affectés de la moyenne des erreurs possibles ; soit à très peu près du quotient de toutes les erreurs possibles par leur nombre. Et c'est complètement à tort qu'on invoque une compensation d'erreurs, comme assurée par la théorie des probabilités. Cette compensation existe peut-être mais on n'en sait rien : et c'est précisément ce qu'il resterait à prouver.

Afin de mieux faire saisir les conditions que j'ai énoncées, je vais prendre un seul exemple dans la statistique proprement dite. On pourrait en trouver bien d'autres dans la statistique de plus d'une science.

Pour obtenir ce qu'on appelle la *vie moyenne* on est obligé de se servir des âges inscrits dans les registres de décès. Admettons que ces âges ne comportent pas chacun une erreur de plus de 5 ans bien que j'en ai constaté de plus grandes par des recherches très pénibles[32]. Le résultat moyen sera affecté de la valeur moyenne de toutes ces erreurs, et en outre de la partie qui comprend la constante de Laplace. Ici cette partie comprendra les écarts probables, dépendant de ce que les décès ont lieu à 100 âges différents avec différents degrés de probabilité. Mais ces écarts sont très petits quand il s'agit de la vie moyenne à cause du nombre des âges au dessus et au dessous de la moyenne qui se distribuent avec une uniformité assez grande — le Calcul des probabilités fournit d'ailleurs un moyen de les évaluer[33]. La quantité qui dépend des erreurs de chaque âge sera aussi très petite, puisque l'on prend toujours un très grand nombre de décès pour former une vie moyenne qui soit digne d'attention — ainsi il n'y a pas lieu de s'occuper de cette partie.

Mais il n'en est pas de même de la première partie de l'erreur, ou de la moyenne de toutes les erreurs possibles. Rien ne prouve que les Maires, ou leurs employés n'aient pas une tendance à commettre des erreurs plutôt dans un sens que dans un autre ; qu'ils ne soient portés par un défaut commun de l'esprit humain à inscrire des âges affectés d'erreurs telles, que la valeur moyenne de toutes leurs erreurs, qui vont jusqu'au delà de 5 ans n'atteigne un an, ou même deux ou trois.

Aucune recherche, à ma connaissance au moins, n'a été faite pour s'en assurer. Et cependant on a pris souvent les valeurs de la vie moyenne, comme exactes, en raison a-t-on dit[34], de ce que les erreurs accidentelles se compensent sur de grands nombres d'observations ; et on a allégué le calcul des probabilités qui n'a jamais autorisé une pareille assertion. Peut-être une portion notable des discordances des valeurs connues de la vie moyenne disparaîtrait-elle si l'on parvenait à bien connaître les effets de ce genre d'erreurs. Mais il faut avouer que c'est un travail fort long. Je n'ai pu l'exécuter[35] que pour quelques centaines de dates de décès, en remontant aux dates de naissances, dont il est très difficile de faire le rapprochement. Je n'ai pas trouvé qu'il y eut compensation des erreurs. Quant à l'existence de ces erreurs, tout le monde peut s'en assurer sans peine en considérant les tables de décès par âges publiés dans la plupart des bons ouvrages de statistiques[36]. On y remarquera des âges où les décès s'accumulent ; ce sont surtout certains nombres ronds, comme l'usage est de les appeler : tels que 20 ans, 60 ans, 72 ans[37], etc. De même dans les tables des naissances par heures, certaines heures sont surchargées évidemment. J'ai dû en faire la remarque dans mon rapport à l'Académie des sciences, sur le concours de 1853, pour le prix de statistique fondé par M. de Montyon[38].

Cet exemple suffit à prouver qu'avant de s'appuyer sur le principe de la compensation des erreurs, il sera toujours nécessaire de montrer qu'il est applicable à la science dont on s'occupe et aux instruments, ou aux procédés de recherche qu'on est obligé d'employer. Si l'on ne peut y parvenir, le résultat moyen de grands nombres restera entaché de l'erreur moyenne. Alors on n'aura d'autre ressource que de ne pas étendre les conséquences de la valeur obtenue, au-delà des limites qui seraient autorisées par la plus grande ou la plus petite erreur possible. Mais en s'assujettissant à cette condition, les conséquences que l'on voulait établir seront le plus souvent tout à fait changées[39].

Je ne puis m'empêcher en terminant de faire remarquer la simplicité du théorème de Laplace que j'ai essayé d'expliquer. On trouve ce théorème dans le chapitre de sa *Théorie analytique des probabilités*, qui traite des *Bénéfices des établissements qui dépendent de la probabilité des événements.* Il est très singulier que Laplace ne l'ai pas fait ressortir davantage. M. Poisson en a repris la démonstration dans ses mémoires[40]. Mais il n'en a probablement pas reconnu toute la signification. Ce que j'ai appelé tout à l'heure la constante de Laplace est ordinairement la racine carrée de la moyenne des carrés de tous les écarts des observations, ou des erreurs selon les cas. Mais ici c'est une quantité bien plus petite encore. Il faut avant de prendre la racine carrée, retrancher de la moyenne des carrés de tous les écarts possibles, la moyenne des carrés des écarts moyens dont chaque observation est susceptible[41]. Ces derniers écarts, ou erreurs disparaissent à la vérité, si pour chaque observation l'instrument ou le procédé a des tendances égales à donner des erreurs en plus et en moins. Mais c'est ce dont on pourrait difficilement répondre. Le but auquel l'artiste ou l'observateur dirige tous ses efforts est l'annulation de la valeur moyenne générale d'une série d'erreurs : alors les erreurs moyennes de chacune doivent être bien petites.

Il est à présumer que si M. Poisson avait vu la composition particulière de la constante de Laplace, dans le cas actuel, il aurait aussi reconnu l'illusion que j'ai signalée et qu'il eut été convaincu que ses formules n'exprimaient rien de plus que le théorème de Jacques Bernoulli[42].

En effet la formule de Laplace assignant des écarts plus petits relativement à la valeur moyenne exigeait qu'on en recherchât la cause[43] ; et l'on est alors amené à reconnaître que ce fait étrange au premier aspect, tient à l'ordre des probabilités successives des écarts qui dans *le cas actuel* est déterminé, tandis que le théorème de Bernoulli suppose que ces probabilités peuvent toutes se présenter à chaque épreuve, et par suite que l'ordre est indéterminé et même indifférent[44].

Extrait d'une communication à la Société philomatique (16 avril 1842)[45]

quelconques, et à une époque quelconque. Cela suffit à la notion que nous avons de la possibilité[46]. Aussi ne paraît-il pas nécessaire d'expliquer mieux qu'on ne l'a fait le mot de *Hasard*. M. Bienaymé rapportera simplement à ce sujet les idées de divers auteurs ci-dessus nommés et celles de Moivre, de Montmort, de Jean Laplacette[47], etc. Au fond, personne n'a contesté que dans les jeux, les choses se passassent comme si une intelligence aveugle étendait la main et saisissait sans choix les chances différentes étalées devant elle, avec une égale facilité. Ce n'a été que dans des questions d'un ordre plus élevé[48] que l'on s'est refusé à admettre cette notion, qui n'a cependant rien d'incompatible avec tel ou tel ordre d'idées philosophiques, et par conséquent n'en préjuge aucun.

Dans ce second Essai[49] deux paradoxes de Condorcet[50] sont réfutés. L'un répété depuis lui, dans tous les ouvrages sur les probabilités[51], c'est que la probabilité n'a aucune liaison avec l'arrivée de l'événement attendu. Condorcet en donne pour preuve l'existence de la probabilité 100 contre 1 qu'il a de sortir une boule blanche d'une urne qui contient 100 blanches et une noire ; tandis que celui qui cache dans sa main la boule tirée sait déjà qu'elle est noire. Cet exemple ne prouve rien, sinon que le mot probabilité ou plutôt possibilité d'un fait, n'implique pas certitude : mais que tout au contraire ce mot renferme l'expression d'une possibilité quelconque de l'événement contraire. De sorte que l'un ou l'autre doit arriver. Ainsi il n'y a rien d'opposé à la notion de probabilité, c'est même une suite de cette notion restrictive de sa nature, que la boule noire se soit trouvée sortie, bien qu'on eut 100 motifs contre 1 de croire à la sortie d'une blanche. Il y a liaison de la probabilité, ou de la possibilité, avec l'événement et avec son contraire. La fraction qui exprime la possibilité fixe la valeur de la fraction, ou de la possibilité opposée. Et, au fait, il serait fort étrange que nous prétendissions conjecturer sur un événement pour une raison qui n'aurait aucune liaison avec cet événement.

L'autre paradoxe de Condorcet porte sur ce qu'après avoir défini la probabilité mathématique : le rapport du nombre des cas favorables au nombre de tous les cas possibles, il regarde comme indispensable de chercher la raison de croire à l'arrivée de l'événement qui a pour lui la plus grande probabilité. Il en trouve l'explication (Art. *Probabilité* du Dict. Math. de l'Encycl. Méthodique) dans l'habitude de notre esprit de croire aux faits qui se sont souvent reproduits. Il ne paraît pas qu'il y ait là non plus de preuve suffisante, ni même de preuve à rechercher. Condorcet n'a pas fait attention que disant *cas également possibles*, le côté où se trouvait le plus grand nombre de ces cas emporterait nécessairement la balance. Si deux, si trois ou un plus grand nombre de personnes ont, chacune pour elle, un des deux cas, des trois cas, ou plus, également possibles : Il est bien évident qu'il y a autant de raison de croire pour l'un que pour l'autre ; et que par suite celle qui réunirait plusieurs de ces cas aurait d'autant plus de raison de croire à l'événement qu'elle attend.

Ces explications étaient presqu'indispensables pour faire bien saisir le sujet du 3e Essai, qui exposera la véritable nature de ce qu'on appelle *la Probabilité a posteriori*, ou la probabilité des causes déduites des observations, ou enfin la probabilité des résultats moyens[52].

Jacques Bernoulli, bien que son *Ars Conjectandi* ne soit pas terminé[53], paraît avoir cru que, comme il avait démontré que le résultat moyen d'un grand nombre d'expériences, ou le rapport du nombre de répétitions du phénomène, au nombre de toutes les expériences, était très probablement fort voisin de la fraction qui exprime la possibilité de cet événement, il pouvait en conclure que réciproquement cette possibilité est très probablement fort voisine du résultat moyen observé. Bernoulli avait raison en général. Mais Moivre en donnant à cette proposition la forme d'une réciproque géométrique, et la croyant démontrée par l'énoncé seul de la négative, qui lui paraît renfermer une réduction à l'absurde, Moivre ne semble pas être resté dans la latitude de généralité qu'exigeait une réciproque de cette espèce. Il y a peu de réciproques entièrement vraies en probabilités. Et en s'appuyant de la réciproque de Moivre pour déterminer la probabilité des erreurs des observations, Laplace et M. Poisson qui a suivi la même démarche, se sont laissés entraîner par une véritable illusion[54].

Tous deux connaissaient cependant le Théorème de Bayes publié dans les *Transactions philosophiques* dès 1763[55] et qui suppose que les valeurs de la possibilité de l'événement observé sont également possibles *a priori*. Or c'est là une hypothèse gratuite. Et quel que soit le tour qu'on donne à la réciproque on ne peut y échapper. De sorte que cette réciproque comme le théorème de Bayes ne conduisent qu'à une *probabilité hypothétique*, et non à une possibilité sur la valeur du résultat moyen.

Pour parvenir à un résultat exact, à un jugement basé sur une possibilité et non sur l'hypothèse d'une égale possibilité de valeurs, il faudrait connaître la Loi de possibilité de ces valeurs[56]. On aperçoit cette idée dans la lettre par laquelle Price communiquait à la Société Royale de Londres le Théorème qu'il avait trouvé dans les papiers de Bayes. Il parle d'une préface dans laquelle Bayes reconnaissait qu'on pourrait lui contester son principe. Mais personne n'avait fait attention à ce passage[57]. Et, ajoute M. Bienaymé, je ne l'ai compris moi-même qu'après avoir démontré que le principe d'égale possibilité des valeurs du rapport que doit fournir le résultat moyen, était dénué de toute exactitude.

Un exemple suffit à le montrer. Supposé qu'on fasse une série d'expériences pour déterminer la valeur probable de la possibilité d'un événement qui dépende de la succession alternative de l'arrivée et de la non arrivée d'un phénomène. Si la possibilité de ce phénomène est x, la possibilité de la succession de deux arrivées, ou de deux non arrivées, sera $x^2+(1-x)^2$; et la possibilité de voir se succéder le phénomène et son contraire sera $2x(1-x)$. Cette dernière quantité sera donc la possibilité de l'événement observé, qui résulte de cette succession. Or par la composition du produit $2x(1-x)$ on sait que, quel que soit x, il ne dépassera jamais $\frac{1}{2}$. Ainsi ce sera une hypothèse tout à fait arbitraire et inexacte que de calculer la probabilité de toutes les valeurs depuis zéro jusqu'à l'unité, qu'on pourrait attribuer à la possibilité de l'événement observé. On devra réellement, si l'on est averti, ne faire entrer dans le calcul que les valeurs entre 0 et $\frac{1}{2}$[58].

S'il s'agissait du nombre des dissolutions d'associations de 2 personnes au bout d'un temps donné : on pourrait trouver qu'il y a bien plus, ou bien moins de la moitié de ces associations dissoutes ; mais on ne devrait cependant calculer, dans l'un comme dans l'autre cas, que la probabilité des valeurs entre 0 et $\frac{1}{2}$.

D'après cet aperçu on pourrait craindre de rester dans une grande incertitude sur la valeur de ce qu'on obtient en se donnant la peine de recueillir des observations, et de faire des expériences. En réalité, il faut reconnaître qu'on sait peu de choses d'une manière définitive : la physique dans ses variations n'en offre que trop d'exemples. Tel est en particulier le retour au système Cartésien des ondulations de la Lumière, si longtemps abandonné pour l'émanation Newtonienne ; qui à son tour est aujourd'hui presque complètement renversée pour les expériences de Fresnel et de M. Arago[59]. Mais bien que l'homme ne puisse se soustraire à l'aveu de son médiocre savoir, toujours est-il que les expériences suffisamment répétées peuvent lui apprendre quelque chose.

Voici comment le démontre M. Bienaymé ; et il ne peut s'empêcher d'attacher de l'importance à ce théorème[60].

Quelle que soit la fonction qui exprime la loi de possibilité primitive des valeurs de la possibilité inconnue d'un événement observé, cette fonction disparaîtra du calcul de la probabilité de ces valeurs, pourvu toutefois qu'on suppose la fonction finie, et qu'on augmente suffisamment le nombre des observations.

C'est ce qu'on reconnaît bien vite en remarquant que si P est la possibilité primitive d'une valeur x de la facilité inconnue d'un événement arrivé r fois en n épreuves, la possibilité de cette valeur x sera

$$\frac{Px^r(1-x)^{n-r}}{S}\ ;$$

S exprimant la somme de tous les produits semblables pour toutes les valeurs de x. Mais appelant p la possibilité primitive de la valeur r/n, ou de celle que donne le résultat moyen des observations, la possibilité de cette valeur sera de même

$$\frac{p\big(\frac{r}{n}\big)^r\big(1-\frac{r}{n}\big)^{n-r}}{S}.$$

De sorte que le rapport de la possibilité de la valeur moyenne à celle de la valeur x, s'exprimera par

$$\frac{p}{P}\left\{\left(\frac{r}{nx}\right)^{\frac{r}{n}}\left(\frac{1-\frac{r}{n}}{1-x}\right)^{\frac{n-r}{n}}\right\}^n.$$

Maintenant quelque petit que puisse être le facteur p/P c'est-à-dire le rapport de la possibilité primitive de la valeur moyenne à la possibilité primitive de la valeur x, le rapport précédent ne deviendra pas moins aussi grand que l'on voudra, puisque

$$\left(\frac{r}{n}\right)^r\left(1-\frac{r}{n}\right)^{n-r}$$

est un maximum ; et qu'il suffira d'augmenter le nombre n des observations, pour que le facteur

$$\left\{\left(\frac{r}{nx}\right)^{\frac{r}{n}}\left(\frac{1-\frac{r}{n}}{1-x}\right)^{\frac{n-r}{n}}\right\}^{n}$$

devienne plus grand que telle quantité finie que l'on voudra.

On conçoit dès lors, comment avec de la persévérance, quelque crainte qu'on puisse concevoir sur la grandeur des possibilités primitives de valeurs plus ou moins éloignées du résultat moyen, on pourra donner par de nombreuses observations à l'ensemble des valeurs fort rapprochées de ce résultat, une possibilité qui fera disparaître toute crainte de ce genre. Mais il ne faut pas se dissimuler qu'il sera nécessaire de faire bien plus d'observations que ne l'indiquait le théorème de Jacques Bernoulli et la réciproque de Moivre, reprise par Laplace et M. Poisson ; ou même le théorème de Bayes, que Laplace et Condorcet avaient originairement adopté[61].

Au surplus il suffira pour le calcul, d'une très légère modification au facteur qui détermine les limites des écarts du résultat moyen quand on donne à ces écarts la forme connue que Moivre et Price ont assignée et qui a été conservée par Laplace et Fourier. Au lieu de s'arrêter au facteur 2 qui donne seulement une probabilité de 213 et plus contre 1 ; au facteur 3 qui la porte au delà de 45 000 contre 1 ; on pourra passer aux facteurs 4 et 5 qui entraînent des probabilités de plus de 62 millions et 625 000 millions contre 1 ; ainsi que M. Bienaymé l'a calculé (dans un Mémoire du T. 5 des *Savants Étrangers*)[62]. Ces grandes valeurs compenseront facilement des possibilités primitives de 1 000 ou 10 000 et même de plusieurs millions contre 1, laissant encore pour les limites de l'écart possible des possibilités de 6 000, 60 000 ou de 100 000 contre 1. Mais il y aura lieu de multiplier plus qu'on ne le fait les expériences. C'est au reste ce qu'*exigent* d'autres théorèmes de probabilités.

Dans un 4e Essai, le théorème qui précède est étendu au cas de plusieurs événements, et même d'une infinité d'événements : Infinité qui se présente dans le problème des erreurs des observations de tout genre. Il ressort ici une difficulté particulière, et qui n'a pas peu contribué à retarder la solution de ce problème, à laquelle Laplace n'est parvenu que par une voie détournée[63].

C'est qu'on ne peut supposer égales les possibilités primitives de tous les systèmes de valeurs des possibilités inconnues des différentes classes d'événements. En effet, les supposer égales, c'est supposer une possibilité infinie à l'ensemble des systèmes qui donnent la valeur moyenne arithmétique des quantités dépendantes de chaque classe d'événements. En d'autres termes ce serait supposer impossibles les valeurs un peu éloignées de cette moyenne arithmétique : et telle peut être la moyenne des observations. Cette impossibilité se manifeste dans les calculs, qui ne donnent plus au résultat des observations la probabilité la plus grande ; et au contraire l'attribuent à la moyenne arithmétique dès que le nombre des catégories d'événements est comparable au nombre des observations.

En y réfléchissant, on aperçoit alors quoique avec peine l'erreur qui entache la supposition des possibilités égales primitivement. Et c'est effectivement par ce chemin que M. Bienaymé l'a reconnu d'abord[64]. On s'en serait difficilement aperçu dans la réciproque de Moivre ou dans le théorème de Bayes, qui ne s'appliquaient qu'à deux classes d'événements exclusives l'une de l'autre.

Mais l'analyse de Laplace à ce sujet, ne renferme pas seulement l'inexactitude de la réciproque en elle même. Elle pêche aussi, en ce qu'il suppose que la probabilité de la somme des carrés des quantités observées, est la même quand la somme ou la moyenne de ces quantités a une valeur et par suite une probabilité déterminées, et quand cette somme est quelconque[65].

Dans un 5e Essai, il est question de la seconde réciproque à laquelle peut donner lieu le théorème de Jacques Bernoulli. Étant donné le nombre des boules blanches d'une urne, et le rapport des blanches aux noires dans un certain nombre de tirages, déterminer le nombre total probable des boules blanches et noires contenues dans l'urne[66].

C'est la même question qui s'offre quand on veut déterminer la population par le nombre des naissances. Laplace qui l'a résolue, n'a pas fait remarquer qu'il ne donnait ainsi qu'une *probabilité a posteriori*, au mieux une *probabilité hypothétique* : puisqu'on est obligé de supposer également possibles *a priori* tous les nombres de 0 à l'infini, qui peuvent être pris pour le total des boules, ou de la population.

Cette question donne lieu à des considérations spéciales dépendant de ce que le *maximum* n'a pas la propriété d'écarter toute incertitude, comme dans les questions précédentes[67].

M. Bienaymé a traité dans un 6^{e} Essai de ce que M. Poisson a appelé la *Loi des grands nombres*[68]. Déjà en 1839, M. Bienaymé avait exposé à la Société un théorème sur les possibilités variables dans de certaines limites, qui montrait comment on aurait dans cette hypothèse, de plus grands écarts que ne le comportait l'hypothèse de Bernoulli sur la constance des causes, ou du moins de la valeur moyenne des possibilités qu'elles donnent aux événements[69].

Il ne croit donc pas que la *Loi des grands nombres* se réalise en fait : à moins qu'on n'embrasse tout au moins des nombres dont la grandeur compense l'effet des causes variables et que ces causes soient supposées comprises dans de certaines limites. Il pense de plus que s'il y a des causes variables sans limites, elles font varier les résultats moyens des plus grands nombres possibles, ainsi que l'objecta en particulier M. Poinsot à M. Poisson[70]. On sait que M. Poisson répliqua qu'il démontrait ce qu'il avançait. Cependant les conséquences du calcul ne lui sont pas favorables : si toutefois M. Bienaymé a bien saisi l'idée de M. Poisson, idée qui paraît avoir varié et n'est pas facile à arrêter nettement[71].

Mais il n'en est pas de même des calculs. M. Poisson avait annoncé qu'il donnait un théorème nouveau différent du théorème de Bernoulli. M. Bienaymé croit avoir montré que le calcul publié dans les *Recherches sur la probabilité des Jugements* se réduit au théorème de Bernoulli. Ni Bernoulli, dans l'*Ars Conjectandi*, ni Condorcet dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* (années 1781–2–3–4)[72], ne paraissent avoir cru nécessaire de prouver qu'un événement régi par plusieurs causes qui lui donnent plusieurs possibilités, dont chacune peut avoir lieu à chaque épreuve, se trouve dans la même condition que s'il n'était régi que par une seule possibilité moyenne de toutes les autres. Or c'est là réellement ce que fait voir M. Poisson. Aussi sa formule n'est-elle que celle de Bernoulli, où la possibilité unique est remplacée par la moyenne des possibilités du système ; et par suite elle amène la condition de la constance des résultats moyens sur des nombres tout aussi petits que ceux dont se contenterait la formule de Bernoulli. C'est ce qu'on peut vérifier par le calcul. Une nouvelle *Loi des grands nombres* ne serait donc pas nécessaire, d'après les formules mêmes de M. Poisson.

Cet illustre géomètre a mis en lumière à propos de cette *Loi des grands* *nombres* un beau théorème de Laplace caché dans le chapitre de sa Théorie des Probabilités qui traite des *Établissements aléatoires*. C'est celui qui prouve que la moyenne des répétitions d'un événement converge vers la moyenne de toutes les possibilités qui l'ont régi successivement à chaque épreuve. Mais pour que ce théorème constituât la *Loi des grands nombres*, il faudrait prouver que la moyenne des possibilités ne varie pas d'une série nombreuse d'expériences à une autre ; ce qui paraît peu admissible *a priori*.

Il semble que ces mots de *Loi des grands nombres* doivent signifier que quelque soient les causes et les possibilités qu'elles impriment aux événements successifs, les résultats moyens de séries nombreuses seront à fort peu près constants. Eh ! bien, c'est ce que le calcul ne prouve nullement, puisqu'il faut des hypothèses sur les variations des causes pour obtenir des écarts peu considérables, ainsi qu'il vient d'être dit. C'est d'autre part ce que l'expérience ne prouve pas non plus : car il y a de grands nombres d'observations qui donnent des résultats fort variables ; et tels sont les accroissements des population humaines, etc.

Que si par les mots dont il s'agit, on doit entendre des résultats qui ne sont constants que parce qu'ils sont régis par des causes inconnues, ou dont la moyenne est constante, et c'est ce qu'on lit dans les calculs de M. Poisson, il n'y a là encore une fois que les théorèmes de Bernoulli et de Laplace.

M. Bienaymé cite encore spécialement un 7^{e} Essai, dans lequel il détermine la manière dont on doit partager les pertes ou les gains dans les compagnies d'assurances[73], etc.

Il est visible que, quant à la valeur moyenne de l'enjeu, perte ou gain, elle doit être répartie à chacun proportionnellement au risque qu'il court et à la valeur de la mise engagée. Mais il y a des écarts plus ou moins considérables autour de cette valeur moyenne, et si on les distribuait de la même manière, comme on paraît l'avoir cru exact, une partie des actionnaires serait lésée. C'est ce qu'on reconnaît aisément en cherchant les conditions auxquelles peuvent se réunir deux Sociétés dont les risques seraient les mêmes et les mises différentes. L'excès de la valeur annuelle de la perte ou du gain sur la valeur moyenne, doit être partagé proportionnellement aux carrés des mises.

En général, le partage de cet excès donne lieu à une règle analogue à la règle des moindres carrés, ce qui est fort digne de remarque. Il ne paraît pas que Fourier ait fait cette remarque dans le Mémoire sur les assurances dont on trouve un extrait dans les annales de chimie[74].

En terminant, M. Jules Bienaymé annonce que ses autres essais[75] contiennent des questions de jeux, de Loterie, d'Impôt, de population, d'économie publique, ou de ce qu'on appelle Statistique. La sous-répartition de l'impôt foncier conduit à l'emploi de moyennes d'une nature singulière qu'on ne peut guère évaluer que par des intégrales définies ; et les séries qu'elles permettent de former ramènent aux moyennes employées dans la pratique[76]. Ces essais contiennent aussi le développement de la théorie des Témoignages et des Jugements, les observations sur la constance des résultats moyens, sur l'effet de l'intérêt composé, sur la Constance des Causes déduites des résultats observés, sur les Moindres Carrés, etc., dont la Société a déjà entendu quelques extraits[77] ; et la démonstration de la règle donnée par Fourier dans les Recherches statistiques sur Paris pour la Probabilité d'une *Fonction quelconque* de plusieurs quantités observées séparément[78]. On sait que M. Poisson, avait paru mettre en doute (dans le *Bulletin* de M. de Férussac) l'exactitude de cette règle[79].

NOTES

1. Cotes 2D4 et 4D12 des Archives de l'Institut (Archives de l'Académie des sciences morales et politiques). Voir aussi : *Séances et travaux de l'Académie*, tome 31 (1855), p. 470.

2. Voir Agulhon [1992, chap. 1] et aussi Leterrier [1995]. Cette dernière référence est citée dans [Brian et Demeulenaere 1996].

Guizot était membre de la cinquième section : *Histoire générale et philosophique*. Il veillait de près à la bonne orthodoxie libérale et orléaniste de l'Académie, comme s'en plaint amèrement Léon Faucher dans une lettre à Mignet de 1845 : «*le Ministère veut avoir la majorité à l'Académie*» [Faucher 1867, p. 161]. Ce qui n'était pas si simple, l'opposition dynastique y comptant Thiers, Rémusat et Tocqueville.

Le Second Empire ne sera pas en reste : par le décret du 14 avril 1855, il fera passer brusquement le nombre des membres de l'Académie de trente à quarante, en créant une sixième section de dix membres, tous désignés par l'Empereur, intitulée pudiquement : *Politique, Administration, Finances*. Le même décret modifiait les procédures d'attribution des prix académiques qui dorénavant seraient, pour les plus sensibles d'entre eux, soumis plus strictement aux volontés impériales, en dépit des protestations feutrées des membres historiques de l'Académie, Guizot, Cousin et le baron Dupin (procès-verbaux de l'Académie, séance du 28 avril 1855).

Assistaient à la séance du samedi 10 février 1855, dans l'ordre des procès-verbaux : Cousin, comte d'Argout, Ch. Lucas, Moreau de Jonnès, Naudet, Damiron, Troplong, Amédée Thierry, Thiers, Dupin (aîné), G. de Beaumont, Lélut, Duchâtel, Villermé, Rémusat, de Broglie, Guizot, Michel Chevalier, de Tocqueville, Benoiston de Châteauneuf, Barthélemy-St-Hilaire, L. Reybaud, Ch. Dunoyer, baron Dupin, Bérenger, Giraud, Mignet.

À la séance du 17 mars ont assisté : Troplong, Damiron, Benoiston de Châteauneuf, Amédée Thierry, de Rémusat, Ch. Dunoyer, Franck, Lélut, Cousin, Moreau de Jonnès, Guizot, Bérenger, Villermé, Dupin (aîné), Odilon Barrot, Barthélemy-St-Hilaire, L. Reybaud, Duchâtel, Michel Chevalier, Portalis, Michelet, Naudet, de Broglie, Mignet.

On sera peut-être étonné de la présence, le 10 février, de Thiers, Tocqueville et Beaumont, dont on imagine difficilement qu'ils aient souhaité être éclairés sur la loi universelle des grands nombres. Mais c'était un samedi d'élection et sans doute voulaient-ils donner leur voix à Odilon Barrot, candidat au siège d'académicien libre laissé vacant par le décès de Blondeau, où il fut d'ailleurs élu. En revanche, il est possible que Duchâtel qui avait été ministre des Finances sous la Monarchie de Juillet, et qui est considéré par Moreau de Jonnès comme l'un des « principaux statisticiens » français, soit venu encourager Jules Bienaymé qui avait servi sous ses ordres. À moins qu'il n'ait tenu à être là, simplement pour qu'Odilon Barrot ne soit pas élu à l'Académie ; le comte Duchâtel était cependant présent le 17 mars et il n'y avait pas d'élection ce jour-là. Pour des portraits férocement bienveillants (ou sereinement féroces) des académiciens-ministres, on se reportera aux *Souvenirs* de Tocqueville [1964].

On remarque également que tous les membres de la première section, *Philosophie*, étaient présents le 17 mars. Ce n'est probablement pas pour l'intérêt qu'ils portaient au calcul des probabilités, mais très prosaïquement parce qu'à la même séance Barthélemy-Saint-Hilaire commençait la lecture de son chapitre sur la morale de Kant.

Rappelons qu'en mars 1855, l'Académie était encore composée, de cinq sections de six membres chacune, et de cinq académiciens libres (duc de Broglie, Benoiston de Châteauneuf, comte d'Argout, Moreau de Jonnès, Odilon Barrot) dont on remarque l'assiduité. Parmi les membres de la quatrième section, *Économie politique et statistique*, on note que seul Hippolyte Passy, ancien ministre des Finances, n'a assisté à aucune des deux séances. Il n'était pas à Paris à ce moment-là. On sait aussi que les deux hommes (Hippolyte et Irenée) ne s'estimaient pas, pour des raisons qu'il serait trop long de développer ici. Disons simplement, pour faire court, que Jules Bienaymé soupçonnait fort Hippolyte Passy, de n'avoir rien fait pour le réintégrer à l'inspection générale des Finances, en 1849, alors qu'il était ministre des Finances dans le second cabinet Barrot. Il faudra d'ailleurs que Bienaymé attende la chute du ministère Barrot et son remplacement par le « ministère du 31 octobre », plus directement dépendant du président, avec A. Fould aux Finances, pour retrouver sa position à l'inspection générale des Finances en détachement au ministère du Commerce où il pouvait compter sur le soutien et l'estime du chimiste philomate bonapartiste Jean-Baptiste Dumas (1800–1884), doyen de la Faculté des sciences de Paris.

Signalons enfin qu'Adolphe Blanqui et Léon Faucher, membres de la quatrième section, décédés à la fin de l'année 1854, n'avaient pas encore été remplacés, respectivement par Louis Wolowski et Léonce de Lavergne, tous deux futurs fondateurs en 1860 et présidents de la Société de Statistique de Paris (SSP).

3. Voir Say [1852, t. 2, p. 483].

Dans son cours d'économie industrielle du Conservatoire national des arts et métiers (CNAM) qui comporte « une » leçon de statistique, Adolphe Blanqui (1798–1854), disciple et continuateur de Say, membre de l'Académie des sciences morales et politiques depuis 1836, soutient que : «*La statistique est à l'économie politique ce que l'anatomie est à la physiologie* [...] *L'économie politique énonce les principes, émet les théories, combat les erreurs ;* [...] *la statistique vient à son tour affirmer, par les résultats qu'elle a constatés, la sagesse des prévisions de l'économie politique*» [Blanqui 1839, p. 281]. À Blanqui, Quetelet répondra bientôt, sans le nommer, que certes la statistique est l'anatomie du corps social mais que c'est la « physique sociale » qui en constitue la physiologie et non l'économie politique académique [Quetelet 1846, p. 263].

On était passé, au préalable, par une étape intermédiaire, dans l'extraordinaire *Encyclopédie nouvelle*, publiée sous la direction de P. Leroux et J. Reynaud, à l'article « statistique », rédigé par F. Le Play : «*la statistique est donc à la politique ou à l'art de gouverner ce qu'est l'anatomie à la physiologie ; l'observation des astres à l'astronomie* [...]» [Le Play 1841] ; ceci montre une grande stabilité anatomique de la statistique mais d'importantes variations dans la théorie des fonctions du corps social. C'est d'ailleurs une des caractéristiques des intellectuels français du siècle, trop de « physiologies » pour trop peu d'anatomie (et si floue !), avec la conséquence assez connue qu'un «*homme de génie est presque impossible au milieu d'une foule si puissamment intelligente*» [Balzac 1830b]. Bienaymé aurait d'ailleurs ajouté que la statistique n'avait nul besoin d'une physiologie particulière (chaque discipline l'utilisant en ayant une pour sa part), elle avait besoin avant tout d'être une anatomie précise du corps social qui ne mêle pas bras et jambes comme le faisaient allègrement les statisticiens du temps, en ne soumettant pas leurs chiffres à la critique sévère de la théorie des probabilités.

Quant à Léon Faucher (1803–1854), élu en 1849 à l'Académie des sciences morales et politiques (au siège de Rossi assassiné à Rome), après avoir été le ministre de l'Intérieur musclé que l'on sait, il avait réussi à faire rétablir, en novembre 1848, la chaire d'économie politique du Collège de France supprimée par le Gouvernement provisoire, pour la raison que l'économie politique était une « science de principes » et que la réduire à une collection de statistiques administratives, comme cela avait été avancé par les tenants de la suppression, c'était vouloir fixer arbitrairement des « bornes à l'esprit humain » (voir [Faucher 1855, Introduction, p. 13–14]). Une science digne de ce nom se doit d'avoir des principes, or la statistique semble n'en pas posséder, ce n'est pas convenable. On comprend dès lors mieux le ralliement de certains statisticiens au queteletisme philosophique : enfin un principe, enfin une loi, enfin une théorie !

Sur les cours d'économie du CNAM on pourra consulter le *Dictionnaire biographique des professeurs du CNAM*, édité par Claudine Fontanon et André Grelon [1994].

Pour ce qui concerne la suppression de la chaire d'économie politique, on se reportera à l'inépuisable *Histoire de la Révolution de 1848* de Louis Garnier-Pagès [1861–72], notamment au tome 5 où l'on apprend, chapitre 4, que dès la fin du mois de février 1848, Hippolyte Carnot avait créé au sein du ministère de l'Instruction publique, une « Commission des études scientifiques et littéraires », plus connue sous le nom de « Commission des hautes études ». Elle était présidée par Jean Reynaud (« *un des grands penseurs du dix-neuvième siècle* », selon le grand Larousse du XIX^{e} siècle, « *le philosophe le plus transcendant du parti* » selon Cournot [1913, p. 208]), avec Charles Renouvier comme secrétaire et dont les membres étaient : Béranger, Bravais, Burnouf, Cournot, Duhamel, Dutrey, Elie de Beaumont, Geoffroy Saint-Hilaire, Henri Martin, Poncelet, Le Clerc, Liouville, Le Play, Michelet, Quinet, L. Reynaud, Serres et Transon. On y apprend également, par une note en bas de la page 80, que dès le 29 février un certain nombre de fonctionnaires furent adjoints à la Commission, parmi lesquels on ne sera pas étonné de retrouver I.J. Bienaymé.

Selon Cournot, la Commission des hautes études, qui ne survécut pas aux événements de juin et au renvoi d'Hippolyte Carnot le 5 juillet 1848, n'eut le temps de mettre à l'étude que deux projets : la *Fête de la jeunesse*, qui n'aboutit pas pour des raisons budgétaires évidentes, les caisses étant vides, et l'*École d'administration* qui, elle, fut effectivement créée par le décret du 8 mars 1848. Cette « ENA avant l'ENA » [Thuillier 1983], était annexée au Collège de France que, sous ce prétexte, on restructura ; quatre chaires furent supprimées ou modifiées, dont la chaire d'économie politique, et onze furent créées (parmi les nouveaux titulaires, non rémunérés il est vrai, on trouve Garnier-Pagès, Lamartine, Poncelet...). Ce serait donc Jean Reynaud, ingénieur des Mines, ancien saint-simonien, devenu l'idéologue du parti républicain, tout puissant à la Commission, qui aurait assassiné l'économie politique libérale, avec l'assentiment silencieux de Bienaymé et Cournot qui pensaient que l'économie était une affaire trop sérieuse et trop complexe pour être confiée aux économistes libéraux.

On trouve, dans les archives de la famille Bienaymé, un projet de programme de mathématiques rédigé par Jules Bienaymé très certainement à l'intention de l'École d'administration (voir [*Journée* 1997, p. 93–94]). L'École du Collège de France fut éphémère ; elle succomba rapidement sous les coups répétés que lui porta Louis Falloux, ministre de l'Instruction publique et des Cultes à partir du 20 décembre 1848, qui s'en était déclaré très vite un adversaire résolu. Pour lui, recruter par concours la haute fonction publique est inutile et dangereux : c'est créer artificiellement une nouvelle caste inamovible alors qu'il en existe tant déjà et, surtout, priver l'Église et les ministères de l'essentiel du pouvoir temporel acquis sous la Monarchie de Juillet : à savoir le partage des places entre leurs obligés.

Il y aurait naturellement beaucoup à dire sur cette Commission des hautes études, qu'on pourrait concevoir, en simplifiant abusivement, comme l'unique et fugace tentative d'un gouvernement de la France entre 1830 et 1870, visant à redonner à la science française un peu de son éclat passé ou au moins lui permettre de rattraper son retard. Les ministères successifs d'économistes et d'historiens libéraux ont manifesté en effet une assez grande indifférence à l'égard des progrès scientifiques et techniques de leur siècle et des possibilités industrielles et militaires qu'ils offraient. Il suffit pour s'en convaincre d'observer la situation des universités françaises ou simplement de comparer le développement des chemins de fer en France et en Belgique à la même époque, et le Second Empire n'apportera pas de changements significatifs à cet égard.

Pour un regard original sur les événements de 1848, vus de l'intérieur, on se reportera au livre de F. Jongmans [1996], où l'on verra sur un exemple remarquable, celui de Catalan, les conséquences du relatif sous-développement scientifique français mentionné ci-dessus ; la Belgique, une fois encore, et c'est à son honneur, faisant office de terre d'asile et bénéficiant en retour de l'exode des cerveaux français. On consultera également les ouvrages de J. Lützen [1990] sur Liouville et de B. Belhoste [1991] sur Cauchy, où l'on croise nombre des personnages évoqués ici.

4. Sur ces questions riches et délicates, encore peu connues il y a seulement vingt ans, on dispose maintenant de nombreuses études très intéressantes. Signalons notamment les livres de S.M. Stigler [1986] et de Th.M. Porter [1986, 1995].

On pourra également consulter les ouvrages collectifs [Krüger *et al.* 1987] et [Feldman *et al.* 1991], mais aussi le livre d'Alain Desrosières [1993], et bien sûr les travaux de B.P. Lécuyer (en particulier [Lécuyer 1977]), ceux de Pierre Crépel (par exemple [Crépel 1994] et [Bicquilley 1804/1995]), d'Éric Brian (notamment [Brian 1991a]), les travaux de Gérard Jorland, la thèse de Michel Armatte [1995], et d'autres textes encore qu'on nous excusera de ne pas tous citer et que du reste nous ne sommes pas sûrs d'avoir tous lus tant il y en a (sans compter les textes non publiés dont l'intérêt, souvent, n'est pas moindre, par exemple les leçons au Collège de France de Michel Foucault de mars 1981, sur *Statistique et rationalité libérale*). La plupart de ces travaux ont été présentés au Séminaire d'histoire du calcul des probabilités et de la statistique (EHESS, Centre Koyré), créé il y a quinze ans à l'initiative de Marc Barbut et Ernest Coumet, et qui est à l'origine de la *Journée Bienaymé* [1997].

Notons que les actes du colloque *Quetelet : un homme d'idées* [1997], organisé par l'Académie royale de Belgique, contiennent plusieurs exposés qui recoupent et enrichissent une partie des thèmes évoqués ici. Enfin, pour tout ce qui touche à Jules Bienaymé, la meilleure référence (et pour longtemps encore) est bien sûr le beau livre de C.C. Heyde et E. Seneta [1977b], qu'il faudrait citer dans chacune des notes qui vont suivre.

5. Karl Friedrich Wilhelm Dieterici (1790–1859) était directeur du Bureau central de statistique de Prusse.

Signalons également la présence, au sein de l'Académie, de personnages plus difficiles à classer, tels Ramon de la Sagra, botaniste, géographe, économiste, philosophe, statisticien, ancien directeur du jardin botanique de La Havane et fondateur, en 1851, à Paris, du journal *El Eco hispano-americano* dont on aurait tort de négliger l'importance et auquel collabora le grand Henri Lefèvre (de Châteaudun) qui en devint éditeur-gérant en mars 1858.

6. Le mot « statisticien » est né timidement au début du XIX^{e} siècle, où on commence par le rencontrer dans la locution « statisticien allemand ». D.F. Donnant l'emploie deux fois, en italiques [1805, p. 82 et 91], Quemada [1982, p. 233] cite Arnold [1805], mais l'auteur du compte rendu dont il s'agit, le grand poète, juriste alsacien Jean-Georges-Daniel Arnold (1780–1829) ne fait que recopier Donnant, traducteur de Playfair et Schlözer.

Balzac utilise le mot dans *La vieille fille* : «*statisticien né de la société, du Bousquier avait calculé*» [1837, p. 101]. Ce du Bousquier est hélas un individu assez antipathique, «*matador (alençonnais) de la finance*», arriviste, calculateur,... et «*impuissant comme une insurrection*». Pourtant Balzac célèbre à deux reprises «*monsieur Benoiston de Châteauneuf* [. . .] *un des plus courageux savants qui se soient voués aux arides et utiles recherches de la statistique*» [1830a] et [1834, p. 78, 312]. Il est vrai que le même Balzac écrit en 1830, dans un article intitulé « De la mode en littérature » : «*Le moindre cacographe est membre d'une société savante, et ceux qui ne savent rien ou ne peuvent pas écrire comptent les fontaines de Paris, examinent les couleurs des numéros que le préfet impose aux maisons, et se prétendent occupés de statistique ; car la statistique est devenue à la mode, et c'est une position que de statistiquer*» [1830b, p. 41]. Le grand Robert note que le néologisme balzacien « statistiquer » n'a pas été repris par la postérité, à quelques exceptions près et uniquement dans son acception péjorative originelle.

On considère parfois que l'épidémie de choléra de 1832 est pour quelque chose dans cette découverte parisienne soudaine du « statisticien », médecin et ultime recours de la société malade. «*Benoiston de Châteauneuf a montré que la mortalité de ces rues* [étroites, exposées au nord] *était du double supérieure aux autres*» écrit Balzac [1834]. Les journaux leur ouvrent leurs colonnes et les académies les élisent, irruption au sommet du « statisticien français » qui prend alors sa place définitive dans la littérature. (Sur l'épidémie de choléra de 1832, voir par exemple Bourdelais et Raulot [1987] et Delaporte [1990].)

Louis Reybaud (1799–1879), membre de la section de morale de l'Académie des sciences morales et politiques (présent les 10 février et 17 mars), place en sous-titre de son chapitre « La société et le socialisme », écrit en 1843, *Statisticiens-Romanciers-Utopistes* [Reybaud 1842–43] ; la secte des statisticiens, jugée dangereusement « réformatrice », est, cette fois, sévèrement remise à sa place : «*La statistique est une science toute moderne ; on en abuse aujourd'hui, on n'en usait pas assez autrefois ; on veut tout prouver actuellement avec des chiffres ; jadis personne ne songeait à cette preuve*».

Dans sa magistrale *Exposition de la théorie des chances*, de 1843, Cournot utilise à plusieurs reprises la dénomination « les statisticiens », mais seulement dans les chapitres tardifs de son livre, postérieurs à 1840. Cournot est, on le sait, un remarquable lexicographe. On peut donc considérer que la culture et la société françaises ont intégré définitivement le mot aux alentours de 1840.

La statistique que l'on avait tant de mal à définir ou à situer parmi les autres branches du savoir acquiert alors son véritable statut : la « statistique » est ce qu'en font les « statisticiens », lesquels, d'ailleurs, abuseront aussitôt de la situation, comme L. Wolowski le dénonce dans ces années-là : «*Hâtons-nous de le dire, les écrivains qui ont fait le plus de mal à la statistique, ce sont, sauf d'honorables exceptions, les statisticiens eux-mêmes, ou ceux qui ont trop fréquemment usurpé ce titre*» [1848, p. 390].

7. Ces deux auteurs sont absolument opposés à ce qu'on associe statistique et probabilités, pour des raisons, il est vrai, assez différentes.

André-Michel Guerry (1802–1866), avocat à la cour royale de Paris, correspondant (à Tours et à Paris) de l'Académie des sciences morales et politiques, s'est vu décerné deux fois le prix Montyon de statistique de l'Académie des sciences, une première fois en 1833, pour son *Essai de statistique morale de la France* [Guerry 1833] (rapporteur Girard), la seconde fois en 1860 pour son atlas de 17 cartes intitulé *Statistique morale de la France et de l'Angleterre* (rapporteur Bienaymé). Guerry s'est converti à la statistique morale et s'y est dévoué totalement, vers la fin des années 1820, après avoir découvert les « périodicités » des Comptes généraux de la Justice Criminelle en France. Quetelet fera les mêmes observations indépendamment et simultanément. Comme l'écrit Girard, dans son rapport pour le prix de 1833 : «*Les tableaux de statistique criminelle, dressés au ministère de la justice, conduisent à des résultats généraux qui se représentent chaque année dans les différentes parties de la France avec une constance et une régularité qu'il n'est pas permis* *d'attribuer au hasard*».

Guerry refuse toute critique probabilisée : les « nombres » de la « statistique morale » se suffisent à eux-mêmes, ils n'ont rien d'« accidentels » et donc ne relèvent pas de la théorie des hasards, et encore moins de la théorie des erreurs. Dans son rapport pour le prix Montyon de 1860, Jules Bienaymé, par ailleurs très élogieux pour la qualité remarquable des travaux statistiques de Guerry, tourne en dérision la «*terreur*» de ce dernier qui «*a peur d'être accusé de faire des calculs de probabilités*». La Statistique morale, ou plutôt l'«*Analytique morale*», comme Guerry propose de l'appeler, pour en bien marquer l'originalité et la rigueur, est une science nouvelle qui ne doit rien à la théorie des chances ; «*elle ne recherche pas ce qui doit être mais elle constate ce qui est*» [Guerry 1859] ; texte repris dans sa vaste « Introduction contenant l'histoire de l'application des nombres aux sciences morales » [Guerry 1864] qui est un réquisitoire contre l'application aux sciences morales de la théorie de Laplace.

Il existe malheureusement peu d'études sur Guerry, dont il est d'ailleurs difficile de se procurer les œuvres, notamment sa monumentale *Statistique morale comparée de la France et de l'Angleterre* qui ne se trouve pas à la Bibliothèque nationale mais que l'on peut consulter à la Bibliothèque de la Sorbonne. Signalons, pour encourager d'éventuels travaux sur ce remarquable savant, que Guerry mit plus de trente ans à composer cette *Statistique comparée*, chef-d'œuvre de typographie et de constructions graphiques, avec cartes teintées et courbes sinueuses permettant de visualiser les variations géographiques et temporelles de la criminalité, et un grand tableau synoptique des causes générales des crimes. Guerry avait mis au point, pour faciliter ses dénombrements, une « machine arithmétique », en principe déposée au CNAM par ses héritiers, qui ont transmis à la Société des sciences, arts et belles-lettres d'Indre-et-Loire l'ensemble des archives personnelles de Guerry, comprenant son extraordinaire collection de 3177 citations du *Voyage d'Anacharsis* de l'abbé Barthélemy [1788]. Voir, à ce sujet [Diard 1866], qui donne une bibliographie complète des œuvres de Guerry, incluant son *Recueil des chants pour les élèves de l'École de l'Hospice de Bicêtre*, écrit en collaboration avec Leuret [1840], qui mériterait d'être mieux connu.

Selon Alfred Maury [1867] qui prononça quelques mots sur sa tombe au nom de l'Institut, Guerry était un «*homme de bien, statisticien infatigable,* [...] *d'une extrême modestie et d'une naïve timidité, que sa trop constante préoccupation du mieux empêchait de terminer son ouvrage et lui fit longtemps redouter de le livrer à la publicité*». (Voir aussi [Maury 1860]). Rappelons qu'Alfred Maury (1817–1892) avait été élu, en 1857, membre de l'Institut (Académie des inscriptions et belles-lettres), puis nommé en 1862 professeur d'histoire et de morale au Collège de France. Il sera directeur des Archives nationales de 1868 à 1888. Alfred Maury est un érudit étonnant par l'étendue de ses intérêts qui vont de l'histoire des religions à la physiologie, en passant par la philologie, l'archéologie, l'ethnologie, la géographie, la géologie, etc. et bien sûr la statistique morale. Il a notamment collaboré à la grande édition annotée par Guigniaut de la *Symbolique* de Creuzer [1825–51], à laquelle S.F. Lacroix s'intéressait particulièrement (voir sur ce point [Cournot 1913, p. 80–81]).

Alexandre Moreau de Jonnès (1778–1870), volontaire de l'an II pour défendre la République, sert contre les Vendéens puis dans l'artillerie de marine jusqu'en 1809, date à laquelle il est fait prisonnier par les Anglais [Moreau de Jonnès 1858]. En 1815, il est chargé des travaux statistiques et topographiques au ministère de la Marine et, en 1828, il est nommé chef des travaux de la Statistique générale de la France au ministère du Commerce. Correspondant puis, en 1849, membre libre de l'Académie des sciences morales et politiques, correspondant de la Société philomatique et de l'Académie des sciences, c'est un adversaire résolu de la «*statistique conjecturale*» (supputer une population à partir des naissances d'une partie de celle-ci, ou établir une table de mortalité sur la base de têtes choisies, par exemple). On se reportera à ses *Éléments de statistique*, [Moreau de Jonnès 1847, chap. 3] et aux *Séances de l'Académie des sciences morales et politiques* [Moreau de Jonnès 1853], où, commentant le rapport de Villermé [1853] sur les tables de mortalité de Quetelet, Moreau de Jonnès écrit :

«*Quel est le fondement des supputations servant de base à ces* [tables de mortalité] *? Des moyennes entre des termes infiniment nombreux, très éloignés et tout à fait différents, c'est-à-dire : la formule statistique la plus incertaine, la plus vague, la plus hasardée, et tellement stigmatisée que les grandes administrations financières renoncent à s'en servir. Comment, en effet, composer artificiellement une vérité numérique, en amalgamant* *des faits aussi disparates que la mortalité de la rue Mouffetard et de la Chaussée-d'Antin, d'une année de prospérité et d'une autre rendue funeste par la disette, le choléra ou la guerre.* »

On sait bien que ce sont précisément les problèmes posés par ces « disparités », ces inhomogénéités, qui forment le fond du mémoire de Bienaymé et du rejet de la statistique laplacienne au XIX^{e} siècle (voir à ce sujet [Stigler 1986]).

En revanche, Moreau de Jonnès, correspondant pour la section de géographie et navigation de l'Académie des sciences, s'incline respectueusement devant la haute valeur scientifique de la théorie laplacienne, à condition qu'elle reste sur son Olympe, ainsi qu'il l'explique à l'Académie des sciences (séance du 16 juillet 1838), où parlant des « doutes » qu'il a sur les tables de mortalité en général et sur celles de Demonferrand en particulier, il conclut :

«*Il est possible, dira-t-on, de dissiper ces doutes, en appliquant aux résultats suspects le calcul des probabilités. Sans contredit, cet instrument peut être employé, par les maîtres de la science, dans les ouvrages d'une grande portée, et dont l'intelligence est réservée aux savants de premier ordre. Ici, messieurs, on ne voit rien de semblable. Une table de mortalité est une sorte d'almanach, consulté à tout moment par les gens d'affaires et par le public, sur les deux plus grands intérêts matériels de ce monde : la vie et l'argent ; les jours qui nous sont comptés et les bénéfices des capitaux placés d'après leurs chances. Ce qu'il faut ici, ce n'est pas une conviction de savants, acquise habilement par de longues opérations complexes et difficiles ; c'est une conviction d'homme du peuple, qui exige des calculs très simples, et qui se refuse à croire qu'en additionnant des erreurs on ait pour somme totale des vérités.* »

Signalons aussi l'ouvrage [Moreau de Jonnès 1861], qui montre la largeur de vue de notre auteur.

8. Voir Heuschling [1847, p. 23]. Xavier Heuschling (1802–1883) était chef du Bureau de Statistique générale au ministère belge de l'Intérieur et secrétaire de la Commission centrale de statistique de Belgique. Les tableaux de Heuschling à entrées multiples sont des modèles du genre qui seront recopiés partout en Europe. C'est lui sans doute qui, le premier, a présenté et utilisé les tableaux de contingence à sommations verticales et horizontales en 1838.

9. Voir Benoiston de Châteauneuf [1845], Bienaymé [1845], Heyde et Seneta [1972, 1977b].

Comme Heuschling et Guerry, Benoiston de Châteauneuf a la passion érudite des chiffres, l'une des plus dévorantes qui soit; nul besoin de raisons ni de méthodes arithmétiques sophistiquées, un chiffre exact est une perle rare que l'on découvre après avoir déjoué mille embûches, et que l'on place dans un tableau soigneusement construit pour cet usage. Heuschling par exemple collectionne les « périodes de doublement de la population » de tous les états, Benoiston de Châteauneuf s'intéresse à la longévité des académiciens. Cette passion des chiffres ôte à la rigueur statistique extrême dont ils sont les héros, tout ce qu'elle peut avoir de tatillon et de rébarbatif, au contraire elle s'en nourrit : seule la rigueur statistique affine un chiffre et lui donne son éclat et son prix.

Dans son livre de 1986, S.M. Stigler a relevé plusieurs fautes de chiffres dans l'œuvre de Quetelet, par exemple dans les tours de poitrine des soldats écossais, pourtant l'exemple queteletien par excellence. Quetelet se place à un autre niveau qui n'est ni celui d'Heuschling, ni celui de Bienaymé (très proche, comme on sait, du point de vue de la statistique mathématique moderne), celui de la « physique sociale » (voir les actes du colloque Quetelet [1997]).

10. On dirait maintenant « estimer » un paramètre et « tester » une hypothèse (contre l'hypothèse nulle). Comme on le sait, cette façon de concevoir la critique probabiliste des chiffres de la statistique fait partie du programme de Condorcet, repris et développé par Laplace et son école. C'est d'ailleurs de cette conception « française » que se recommandent, quoique dans un autre cadre idéologique, les refondateurs de la statistique mathématique actuelle. Pour apprécier le rôle de Condorcet, on peut se reporter au livre récent édité par P. Crépel et B. Bru [Condorcet *Arith. pol.*]

11. On consultera également Wolowski [1867], et surtout Wolowski [1874], où l'on peut lire, par exemple : «*La moyenne d'une série d'observations s'obtient en divisant la somme des valeurs observées par le nombre des observations ; c'est le centre de gravité des faits recueillis. Il est d'autant plus précis que les observations sont plus multipliées : ainsi se vérifie la loi des grands nombres.*»

La Société de statistique de Paris republiera, en 1876, la communication de Bienaymé du 10 février 1855 : *Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir* [...], coiffée de ce chapeau :

«*Un très grand nombre de statisticiens, même les plus renommés, considérant les grands nombres comme ayant par eux-mêmes une sorte d'influence sur la constance des résultats en statistique, il nous a paru utile de faire connaître dans ce journal l'opinion de M. Bienaymé, qui fait autorité dans ces matières. On va voir par quelles considérations péremptoires le savant algébriste montre l'inanité de cette prétendue loi*».

La signature, T. L., correspond certainement à Toussaint Loua (1824–1907), secrétaire général de la Société de statistique de Paris. Malheureusement les intentions de Loua ne sont pas d'une pureté doctrinale garantie. Il s'agit pour lui, selon toute vraisemblance, de soutenir l'offensive anti-queteletienne menée au début de l'année 1876 par Louis-Adolphe Bertillon (et la Société d'anthropologie de Paris, derrière lui) : la « Théorie des moyennes » de Quetelet n'est d'aucune utilité en craniologie ; « le crâne moyen n'existe pas », que dire dès lors de « l'homme moyen » ? Comme on le sait, l'anthropologie, comme l'artillerie et la géodésie, posait explicitement des questions relevant de ce qu'on appelle maintenant la statistique multivariée, que ni les « tableaux » de Heuschling, ni les « moyennes » de Quetelet ne permettaient de résoudre. Ce sont d'ailleurs ces questions d'artillerie et d'anthropologie qui renouvelleront la statistique mathématique vers ce temps-là. Quetelet lui-même en a pris conscience dans son dernier traité de 1870, où on le voit étudier conjointement l'âge et la taille de l'homme [Quetelet 1870]. (Sur ces questions, voir Stigler [1986].)

Il fallait donc édifier une nouvelle « théorie des moyennes ». Louis-Adolphe Bertillon [1876] s'y était employé avec « zèle » et même, comme Quetelet, avec un zeste de théorie des probabilités. Toutefois cette « théorie » souffrait des mêmes tares que la théorie queteletienne, elle méconnaissait la véritable critique probabiliste des résultats statistiques. C'est du moins l'avis de Bienaymé qu'on ne pouvait manipuler de façon aussi grossière. Il ne se laissa d'ailleurs pas corrompre, et assassina courtoisement Bertillon dans son rapport sur le prix Montyon 1876, lu le 23 avril 1877 [Bienaymé 1877]. Grand seigneur, Bienaymé récompensera l'année suivante T. Loua pour la *Nouvelle série de la Statistique de la France*, que ce dernier dirigeait au ministère de l'Intérieur, en remplacement de Legoyt. (Voir à ce sujet [Brian 1991b] et [Desrosières 1993].)

Il ne faudrait cependant pas minimiser l'œuvre statistique d'Adolphe Quetelet qui est considérable et dont l'influence est essentielle pour comprendre la culture savante du XIX[e] siècle. Écoutons-le dans son dernier grand plaidoyer :

«*Cette grande loi de la nature qui lie tous les êtres de l'espèce humaine, de manière à n'en former en quelque sorte qu'un seul faisceau, est tellement imprimée dans les qualités morales, que, quand la France publia son premier volume sur la statistique des tribunaux, l'étude des chiffres permettait déjà d'entrevoir l'existence d'un fait important dont je n'eus cependant l'intime connaissance qu'en étudiant ensuite le second volume. Je ne craignis pas alors d'énoncer, après cette seconde année d'épreuves, les conclusions qu'on peut en déduire encore aujourd'hui, comme le prouve le rapport que MM. Villermé, Benoiston de Châteauneuf et Bienaymé firent à l'Académie des sciences morales et politiques de France*» [Quetelet 1870, p. 20–21].

Le «*fait important*» est, on le sait, la stabilité des rapports de la statistique morale. Dans ce morceau, Quetelet ne fait pas appel à la loi des grands nombres, qui n'existe pas encore en 1830, mais à la grande loi de la nature de l'espèce humaine qui dépasse en ampleur tout ce que les mathématiciens et les physiciens sociaux les plus audacieux pourront jamais énoncer ou même imaginer.

Remarquons au passage que Quetelet, pour appuyer sa chronologie et sa priorité, en appelle au témoignage de Villermé, Benoiston de Châteauneuf et Bienaymé. En note, Quetelet précise qu'il s'agit d'un rapport figurant dans le tome 1 des *Mémoires de l'Académie des sciences morales et politiques*, 1837, pages 189 et suivantes de l'*Analyse des travaux de l'Académie.* Or cette référence est erronée ; elle se rapporte à un autre mémoire de Quetelet (*De l'influence des saisons sur la mortalité aux différents âges, dans la Belgique* [Quetelet 1835, tome 1, p. 197–210]). L'auteur dudit rapport n'est pas cité, il est possible qu'il s'agisse de Villermé, et pourquoi pas de Benoiston de Châteauneuf, mais certainement pas de Bienaymé qui n'était pas membre de l'Académie. Il y a là un point curieux qu'il serait intéressant de préciser.

Dans le même ouvrage, mais un peu plus loin, aux pages 392–393, Quetelet donne une version plus vraisemblable des mêmes faits (note 1) :

«*Après la publication du premier volume des Comptes Généraux de la*

Justice Criminelle en France, en 1826 et en 1827, je fis paraître mes Recherches statistiques sur le royaume des Pays-Bas *avec tableaux. Je ne craignis pas d'y faire figurer aussi les premiers résultats de mes recherches sur la nature et la reproduction des crimes commis en France, et je crus pouvoir conclure, après la comparaison la plus minutieuse de ces précieux documents, que la presque simultanéité de mes résultats devait se reproduire d'année en année. Mes honorables amis Villermé et Benoiston de Châteauneuf, ce dernier surtout, me firent des observations sur mes conclusions trop prématurées. D'après leurs conseils, je gardai le silence ; mais quelques années après, ayant joint à mes premiers documents de la Justice criminelle ceux pour 1831 et 1832, je ne craignis pas alors de répéter qu'il est un budget qu'on paye avec une régularité effrayante, celui des prisons, des bagnes et des échafauds, c'est celui-là surtout, ajoutai-je, qu'il faudrait s'efforcer de réduire.* »

Dans cet extrait, il n'est plus question de loi de la nature, Quetelet se réfère seulement à une «*comparaison la plus minutieuse*», c'est-à-dire un coup d'œil aux données. Il se plaint «*surtout*» d'un Benoiston de Châteauneuf trop timoré (et n'en doutons pas une seconde d'un Bienaymé hostile) qui a failli lui coûter sa priorité dans l'invention des statistiques sociales et morales devant un Guerry dont la passion des chiffres statistiques se suffisait à elle-même et qui, pour cette raison, n'avait pas à se soucier de tels juges mais qui, heureusement pour Quetelet, était si naïvement timide et si exigeant avec lui-même qu'il différerait indéfiniment la publication de ses propres découvertes. Ainsi que le signale Quetelet [1848, p. 315–316], Benoiston de Châteauneuf finira par reconnaître en 1842 après la publication des *Comptes de la Justice Criminelle* de 1839, soit après quinze années consécutives de statistiques judiciaires, que décidément les sciences morales étaient bien soumises comme les sciences physiques à des régularités numériques et comme il l'écrit : «*j'avouerai que je n'ai pas vu sans le plus vif intérêt, quelques-uns des penchants les plus cachés de l'homme se trahir chaque année dans le retour constant, régulier des mêmes nombres, et quelques simples chiffres mettre à nu le cœur humain*» [Benoiston de Châteauneuf 1842, p. 341].

Sur les relations entre Bienaymé et Quetelet, on se reportera aux actes du colloque Quetelet, à la communication de Michel Armatte à la Journée Bienaymé [Armatte 1997] et à Heyde et Seneta [1977b] qui citent, page 48, un passage très éclairant de Quetelet sur l'antinomie qu'il y aurait, selon Bienaymé, à nommer, comme Quetelet l'avait proposé, « loi des causes accidentelles » ce qui maintenant s'appelle loi normale ou loi de Gauss ; et Quetelet, conciliant, de reconnaître : «*je conviens en effet qu'il n'existe pas une seule cause accidentelle au monde, et que chaque cause a son origine nécessaire, quelque faible qu'elle soit ; j'ai voulu me conformer seulement au langage ordinaire, espérant bien que je serais compris des lecteurs* » [1848, p. 306].

12. En réalité la situation des deux auteurs, Bienaymé le statisticien mathématicien et Quetelet le physicien social, est plus confuse et plus riche que le bref aperçu donné ici peut le laisser paraître. La statistique du premier contient l'un des résultats les plus remarquables de la physique du second, la théorie probabiliste de l'extinction des familles fermées, [Bienaymé 1845], qui est au fond le seul résultat mathématique nettement identifiable de la physique sociale de la première moitié du dix-neuvième siècle. Symétriquement, la « théorie des moyennes » de Quetelet, si verbeuse et si peu précise qu'elle soit, servira de tremplin aux rares études de statistique « contrôlée » bien menée pendant la même période (selon les vœux de Quetelet qui était conscient des problèmes posés par la variabilité non-laplacienne de ses données et qui traite lui-même de façon intéressante les séries temporelles soumises à des causes périodiques comme les relevés météorologiques ; voir [Quetelet 1854] ou [Bravais 1849]). Bienaymé serait ainsi, à l'exemple de Poisson et Laplace, le véritable fondateur de la physique statistique sociale et Quetelet celui de la statistique mathématique sociale si la postérité prenait réellement en compte, au fur et à mesure, la « suite des idées vraies » (ou rétrospectivement vraies), dans l'absolu et dans l'ordre chronologique. On sait qu'il n'en est rien, et les intuitions physiques de Quetelet ont joué un plus grand rôle dans l'histoire des sciences — on pense naturellement à Maxwell, Boltzmann... et à l'avènement du « principe ergodique », version mécanique de la loi des grands nombres de Poisson-Quetelet —, que ses tentatives de théorisation des moyennes. Quant à Bienaymé, qui précisément voulait qu'on théorisât mieux lesdites moyennes mais qui ne sut pas trouver de tribune, ou qu'on refusait d'entendre lorsque par hasard il en trouvait une, son influence fut réduite à la portion congrue.

13. On imagine volontiers que Bienaymé n'a pas été le seul à mettre en doute les fondements probabilistes de la physique sociale de Quetelet. Les statisticiens et les philosophes allemands se sont très vite insurgés contre ces fantaisies belges, d'autant qu'elles leur faisaient de l'ombre. On consultera sur ce point [Sheynin 1986], et surtout le chapitre 6 de [Porter 1986].

Une version moderne et particulièrement lucide de la critique de Bienaymé se trouve dans un merveilleux texte de G.Th. Guilbaud :

«*Dans certaines discussions, ou querelles, tout semble se passer comme si "loi des grands nombres" signifiait que pour comprendre un phénomène il faille toujours s'adresser au plus grand nombre possible d'observations. mais qui ne voit que cette recommandation apparemment banale risque d'induire, pour enrichir la collection, à "mettre dans le même sac" des choses qui ne le souffrent guère. Danger réel, semble-t-il, en histoire et en sociologie. Et l'on dira que la "loi des grands nombres" ne s'applique pas. Mais quelle loi ? Il aurait peut-être mieux valu ne pas suivre Poisson, laisser "loi" et "grands nombres", et parler comme on fait souvent aujourd'hui de formulation asymptotique, de convergence en probabilités, etc.*» [Guilbaud 1959/1996, p. 47].

14. Le livre de Cournot [1843] servit effectivement à former les statisticiens de la Statistique Générale de la France (SGF) au début du XX^e siècle, en l'absence d'autres manuels présentant convenablement la doctrine laplacienne. Les résultats restèrent cependant au-dessous des espérances, comme l'explique E. Carvallo [1912] dans la préface de son *Calcul des probabilités* :

«*malgré ses admirables qualités d'exposition, le Livre de Cournot est encore incompréhensible pour les personnes qui ne sont pas spécialement versées dans les Mathématiques. Et pourtant, M. March avait eu bien raison de le choisir pour les examens ; car, malgré sa date ancienne, ce Livre est aujourd'hui le meilleur aux points de vue du bon équilibre de la composition de l'Ouvrage, du choix des matières, de la clarté d'exposition, de la discussion des principes et des applications.*»

Lucien March (1859–1933), refondateur et directeur de la SGF au début du siècle, cofondateur en 1920, avec E. Borel et F. Faure, de l'ISUP (Institut de statistique de l'université de Paris), est également, et l'on ne s'en étonnera pas, l'un des pionniers des études de l'œuvre de Bienaymé. March [1910] reprend la critique de Bienaymé de la loi des grands nombres de Poisson et cite [Bienaymé 1839b] ; voir aussi [March 1926] et le grand traité [March 1930] qui reproduit ses cours de l'ISUP. Il n'est pas impossible que ce soit la republication de [Bienaymé 1855] en 1876 par la Société de Statistique de Paris à laquelle L. March appartenait qui soit à l'origine de l'intérêt de ce dernier pour les œuvres de Bienaymé (voir note 11). Signalons enfin que Lucien March a fait don de sa bibliothèque scientifique à l'ISUP, où elle se trouve toujours actuellement. Parmi les livres légués par March, figure l'édition reliée des œuvres complètes (ou presque complètes) de Bienaymé, avec diverses pièces manuscrites, réunies par Jules Maillard de la Gournerie (1814–1883), qui prononça l'éloge funèbre de Jules Bienaymé à l'Académie des sciences (séance du 28 octobre 1878, [Gournerie 1878]).

Il faudrait ici discuter de façon plus précise la réception de la statistique laplacienne en Europe, chez les statisticiens comme chez les mathématiciens, mais c'est un sujet qui dépasse de beaucoup les limites de notre étude. Suivant la suggestion d'un des rapporteurs, il serait intéressant à ce propos d'analyser les articles de vulgarisation laplacienne écrits par Augustus De Morgan dans la *Penny Cyclopaedia* [De Morgan 1833–43].

15. Charles de Rémusat (1797–1875), homme politique ami de Thiers, philosophe intelligent et éloquent, s'était rallié à l'éclectisme de Victor Cousin (« *le vrai système de l'esprit humain est dans Descartes, Reid et Kant* »). L'opposition résolue qu'il manifestait à l'égard du scepticisme du XVIII^e^ siècle, au nom d'une « *philosophie mâle et sage* », ne devait guère l'inciter à l'indulgence envers une théorie, la théorie laplacienne, irréductiblement liée à un système pervers et décadent qui avait conduit aux débordements extrêmes de la Terreur. On ne s'étonnera donc pas de la tonalité générale de la note qu'il adresse à Bienaymé, qui démontre une ignorance complète des travaux de Condorcet et Cournot (voir [*Journée* 1997, p. 92–93]).

Ce qui semble plus difficile à expliquer, en revanche, c'est précisément que Rémusat ait pu se trouver en relations intellectuelles avec Bienaymé, laplacien résolu, qui a visiblement peu de goût pour les spéculations philosophiques pures. Une explication pourrait être la suivante : comme tous les philosophes de l'Académie des sciences morales et politiques, Rémusat était féru de philosophie et de langue grecques (et de philosophie du Moyen-Age, son *Abélard* [1845] est cité plusieurs fois dans l'œuvre de

Cournot). Or on sait combien Jules Bienaymé était lui-même passionné d'études grecques et surtout de langue grecque dont il cultivait les moindres finesses, avec un goût prononcé pour les questions d'étymologie. Il y a là un terrain de rencontre possible. Signalons que Rémusat avait lu le 6 mai 1854, à l'Académie, un mémoire touchant l'influence de la scolastique sur la langue française [Rémusat 1854], dans lequel il soutient que le grec est la seule langue adaptée à l'abstraction philosophique ou scientifique et précise : «*C'est le grec d'Aristote écrivain sévère et correct, mais plein de force dans sa brièveté et qui laisse percer de rares beautés au milieu de la sécheresse d'une diction quasi-géométrique, qui est le langage de la science.*» Voilà de la philosophie dont Bienaymé devait se sentir proche, lui qui emploiera ses dernières forces à une traduction annotée de la *Métaphysique* d'Aristote, suivant le témoignage de la Gournerie [1878]. Cet aristotélisme bienaymien serait-il un ultime défi au néo-platonisme naissant des mathématiciens purs ? Nous ne saurions trancher à ce sujet en l'absence d'indications déterminantes.

16. Louis-René Villermé (1782–1863), chirurgien militaire de 1804 à 1814, se consacre à partir de 1815 à des travaux considérables de statistique sociale. Il fonde en 1829 les *Annales d'hygiène publique et de médecine légale* qui vont jouer un rôle essentiel dans les débats de Santé publique du XIX^{e} siècle (voir [Lécuyer 1977]). Nommé en 1823 à l'Académie de médecine, il est élu correspondant, en 1815, puis membre en 1832 de la Société philomatique (voir note 22) et en 1832, il entre à l'Académie des sciences morales et politiques. En 1834, cette dernière reçoit de Guizot une dotation de 4.000 francs destinée à des études d'économie politique et de statistique. Benoiston de Châteauneuf et Villermé sont alors missionnés pour «*constater, aussi exactement que possible, l'état physique et moral des classes ouvrières*». Villermé s'occupe plus particulièrement des centres textiles. Son enquête sera publiée en 1840 [Villermé 1840]. «*Modéré en tout*», mais doté d'une «*sincérité poussée jusqu'à la brusquerie*» et «*porté par un amour sincère et profond de l'humanité*» [*NBG*, col. 208–210], Villermé y décrit scrupuleusement les conditions de travail inhumaines des ouvriers du textile, le travail des enfants, les maladies professionnelles. Son enquête relancera les débats sur le droit du travail et la protection sociale en France, auxquels, on l'a dit déjà, Jules Bienaymé, sera associé au titre d'expert du ministère des Finances. Sur Villermé on pourra consulter [Mireaux 1961].

17. Le baron Dupin était assez régulièrement membre de la Commission d'attribution du prix Montyon de Statistique de l'Académie des sciences (voir Brian [1991a]). Il avait été rapporteur du prix de 1843, décerné à V.P. Demay pour son intéressante *Monographie des secours publics de Paris* [1843]. Demay, chef de bureaux à l'Administration des hospices puis à la mairie du XVIII(e) arrondissement, est un statisticien assez remarquable ; il obtiendra une mention honorable pour le prix de Statistique de 1855 [Dupin 1856] et une autre pour celui de 1864 où il présentait *Les fastes de la vertu pauvre en France* [Demay 1866], avec cette appréciation de Bienaymé : «*Si la statistique de la vertu est possible, il en aura fait la première tentative : malheureusement sans beaucoup de succès*» [Bienaymé 1865]. Le second prix « ex æquo » pour le concours de 1843 avait été attribué à la *France statistique* d'Alfred Legoyt [1843], alors sous-chef du Bureau de statistique générale au ministère de l'Intérieur. Dans son rapport publié en 1845, le baron Dupin, après avoir souligné l'intérêt de certaines «*observations préliminaires, en général, fort judicieuses*», formulées par Legoyt, écrit :

«*Nous sommes fâchés que l'auteur réprouve, en général, les relèvements qu'on exigeait autrefois sur l'âge des décédés. M. Demontferrand avait démontré, par des travaux extrêmement remarquables, qu'on en pouvait faire jaillir les lumières les plus précieuses. Nous émettons ici le vœu que le gouvernement publie les Tableaux dressés par ce savant, enlevé si tôt à l'Instruction publique et aux Sciences mathématiques.*

Nous sommes loin de contester les erreurs particulières que peut présenter l'âge de chaque décédé ; mais, d'après la théorie même des probabilités, si l'on prenait en somme un million de décès susceptibles chacun d'erreurs dont la limite fût d'un dixième, l'erreur probable de la somme aurait pour limite la millième partie d'un dixième, c'est-à-dire un dix-millième» [Dupin 1845, p. 686].

On aura remarqué que le texte que nous publions limite, et même détruit complètement (voir note 34), l'argument probabiliste développé ci-dessus par le baron Dupin. Il est possible que ce dernier s'en soit rendu compte et n'ait pas exagérément insisté pour que Bienaymé publie sa communication. Mais tout ici n'est qu'histoire conjecturale et rien n'indique que Dupin et Bienaymé n'aient pas eu les meilleures relations possibles (voir note 18).

En ce qui concerne « l'affaire Demonferrand » qu'il serait trop long de détailler ici, on se reportera à Moreau de Jonnès [1838], Jonckheere [1965], Thuillier [1990] et Rohrbasser [1997b].

18. Indiquons simplement ici que Bienaymé a été membre de la Commission d'attribution du prix Montyon pour tous les concours de 1853 à 1877 inclusivement, et rapporteur dudit concours toutes ces années-là, 1855 excepté, année où le prix fut double, le prix de 1854 n'ayant pas été attribué, comme d'ailleurs ne l'avait pas été le prix de 1853 et comme ne le sera pas celui de 1857.

Il serait intéressant de préciser quelque peu les rôles respectifs de Bienaymé et Dupin au sein de la Commission Montyon où ils siégèrent vingt ans, côte à côte, jusqu'à la mort de Dupin en janvier 1873. Dans sa communication orale lors de la *Journée Bienaymé*, Éric Brian a rappelé que Dupin s'était substitué à Bienaymé comme rapporteur, une seule fois, précisément pour le prix double de 1855 [Dupin 1856]. Le prix de 1854 avait alors été attribué aux *Ouvriers européens* de F. Le Play [1855] et le prix de 1855 aux *Recherches statistiques sur les substances calcaires à chaux hydraulique et à ciment naturel* [Vicat 1853], du grand ingénieur Louis Vicat (1786–1861). Dans les deux cas, on récompensait des hommes, et des œuvres, remarquables mais que Bienaymé devait considérer comme étrangers au domaine de compétence de la Commission d'attribution des prix Montyon de statistique, pour des raisons d'ailleurs très différentes. Dupin aurait ainsi joué un rôle modérateur (ou politique : c'était un « homme du centre »), et d'une certaine façon aurait protégé la Commission et Bienaymé lui-même, contre les extrémismes excessifs de ce dernier. Rappelons toutefois que Bienaymé fut décoré en 1857 de la médaille de Sainte-Hélène et que son crédit académique dut en être augmenté d'autant, ce dont, le connaissant, on peut imaginer qu'il usa au service de la cause laplacienne.

19. Louis-François Benoiston de Châteauneuf est mort le 2 mai 1856. Il avait encore assisté à la séance de l'Académie des sciences morales et politiques du 19 avril, comme il le faisait régulièrement tous les samedis, ou presque, depuis le 3 juin 1833, jour de son élection. Ainsi mourait le premier statisticien français et le principal appui de Bienaymé à l'Académie (Villermé plus jeune mourra en 1863, Guerry en 1866, Moreau de Jonnès en 1870). Les archives familiales contiennent une correspondance touchant la mort de Benoiston de Châteauneuf qui prouve à l'évidence l'affection, l'amitié et le respect réciproques que se manifestaient Bienaymé et Louis-François. Ce dernier, sans descendance, avait d'ailleurs fait de Bienaymé son légataire universel.

Comme Villermé, Benoiston de Châteauneuf a d'abord été chirurgien militaire. En 1810 il entre dans l'administration du Trésor où il reste jusqu'en 1835; il y accueillera bientôt son cousin Jules Bienaymé. Dans le même temps, il se préoccupe de questions statistiques sous la direction de Poisson puis en collaboration avec Villermé au sein de l'Académie des sciences morales et politiques (voir note 16). C'est lui qui entreprendra les enquêtes académiques sur l'état physique et moral des populations agricoles et maritimes.

20. Il existe dans les archives de la famille Bienaymé plusieurs manuscrits inachevés, qui pourraient être des essais de réécriture de la communication du 17 mars. Ces textes très courts, dont nous ignorons en réalité l'origine exacte, relèvent du même genre littéraire. Bienaymé tente, une fois encore, de convertir le monde académique à sa doctrine, envers et contre tout, pour contribuer modestement mais fermement, à la place, unique, que l'histoire lui a dévolue, au triomphe de la vérité. Voir note 44.

21. Voir Poisson [1835].

22. La Société philomatique (ou « philomathique » suivant les époques) a été fondée en 1788 par six jeunes savants parmi lesquels on trouve Augustin-François de Silvestre (1762–1851) et Alexandre Brongniart (1770–1847). Très active pendant la Révolution où elle accueille les académiciens après la dissolution en 1793 des anciennes académies, elle comptera parmi ses membres, très peu présents il est vrai, toute la Société d'Arcueil regroupée autour de Laplace et Berthollet et les plus grands savants français du temps. Son importance a sensiblement diminué après 1830, mais ni plus ni moins que celle de l'ensemble des sociétés savantes et d'ailleurs de la science française; la Société philomatique restera pendant tout le XIX^{e} siècle « l'antichambre de l'Académie des sciences ». Pour une histoire de la Société philomatique des origines à 1835, on se reportera à la thèse très érudite de Jonathan Mandelbaum [1980]. Les archives de la Société philomatique sont déposées à la Bibliothèque de la

Sorbonne (Ms. 1743–1747, Ms. 2081–2099, Cartons 123–164). On y trouve la collection des registres des procès-verbaux manuscrits des séances de la Société, de l'origine à la fin du XIXe siècle, qui constitue, en dépit de ses lacunes, un trésor d'informations inédites sur les « années de jeunesse » d'un grand nombre de savants, Bienaymé bien sûr, mais aussi Liouville, Catalan, Le Verrier, Bravais, Joseph Bertrand, Hermite, Serret, Darboux, Jordan, Appell et d'autres encore.

La devise de la Société, « Science et Amitié » (ou « Étude et Amitié » suivant les époques), illustre assez sa singularité dans le paysage savant français, et les amitiés philomates joueront parfois un plus grand rôle dans l'histoire que le contenu de leurs sciences. Il faut toutefois se rappeler que la théorie de Fresnel fut d'abord accueillie rue de Nesle, où siégeait tous les samedis la Société philomatique, avant de l'être officiellement à l'Académie [Taton 1990]. De façon générale, les jeunes savants pouvaient présenter leurs travaux à la Société philomatique dans une relative quiétude et un climat d'anticonformisme courtois plus proche de celui des sociétés savantes britanniques que de celui des académies parisiennes. Le nombre des membres actifs a très vite été limité à cinquante, puis à soixante, mais par un ingénieux système, la plupart des membres devenaient honoraires au bout de dix ans et, sans perdre leurs droits, faisaient place aux jeunes qui, d'ailleurs, pouvaient être élus correspondants en attendant un siège disponible dans leur discipline. Tout postulant ayant publié un mémoire savant de quelque importance pouvait ainsi espérer devenir philomate dans un délai raisonnable (ce qui n'était pas précisément le cas à l'Académie) et la plupart des personnages cités ici sont ou ont été philomates, à l'exception de Benoiston de Châteauneuf. Une fois élus, ces jeunes savants devaient, sous peine d'amende, assister régulièrement aux séances et étaient tenus de présenter des communications scientifiques sur leurs travaux ou ceux de leurs contemporains. Il est incontestable que cette dernière obligation a contraint Bienaymé à mettre par écrit quelques-unes de ses idées et de ses découvertes qu'autrement il eût négligé de transmettre à la postérité, et en cela la Société philomatique joue un rôle irremplaçable dans notre histoire. D'autre part, les philomates s'efforçaient, on l'a dit, à la convivialité et à la fraternité et dans les années 1840 (les années de Bienaymé), cela peut apparaître comme un miracle improbable lorsque l'on sait que Le Verrier, Liouville, Sturm, Serret, Faye, Catalan, Villarceau, Bertrand, etc. alors membres actifs, s'entredéchireront après 1850 en des combats sans fin.

Pour notre propos, il convient de rappeler ici deux éléments importants. Le premier est directement lié à l'élection de Bienaymé. Il concerne la place occupée par la statistique au sein de la Société philomatique. C'est en 1826 qu'un philomate influent, Charles Coquebert de Montbret (1755–1831), beau-père de Brongniart, géographe, géologue, agronome qui fut un temps, sous l'Empire, chef du Bureau de statistique du ministère de l'Intérieur, proposa la création d'une section « géographie, statistique et économie rurale », composée de six membres, initialement des géographes et agronomes à l'exception de Villot qui avait publié avec Fourier les célèbres *Recherches statistiques sur la ville de Paris et le département de la Seine* [Chabrol 1821–29], mais sur lequel on ne sait rien, pas même son prénom. Cette section fut rattachée aux « sciences organiques » qui avec les « sciences inorganiques » se partageaient alors la Société. C'est dans cette section que Villermé avait été élu en 1832. Lorsqu'en janvier 1838 Bienaymé se présenta aux suffrages des philomates, il fut placé en première ligne à la fois par la Commission des sciences inorganiques (Bourdon, Cagniard Latour, Voltz, Pelouze et Duperrey, le rapporteur étant Pelouze, chimiste) et par la Commision des sciences organiques (Jussieu, Villermé, Deshayes, Vilmorin et Le Blond, le rapporteur étant Deshayes, paléontologiste et malacologiste), (Archives de la Sorbonne, Ms. 2087, séance du 20 janvier 1838). Il est sans doute élu le 27 janvier 1838. (Le procès-verbal de cette séance manque ainsi que tous ceux des séances suivantes de l'année 1838. La date du 17 janvier 1838 qui figure dans les listes de membres de ces années-là est évidemment une coquille, le 17 janvier n'étant pas un samedi ; il faut lire très certainement 27 et non 17.) On ne sait pas s'il s'agit de la première candidature de Bienaymé, les procès-verbaux de 1837 ayant disparu, mais on peut parier qu'il en a bien été ainsi. Cette double présentation s'explique par le fait que, depuis la mort de Coquebert, la position de la section de géographie et statistique était contestée au sein de la Société, les naturalistes purs, tels Jussieu, ne comprenant pas ce qu'elle avait à voir avec les sciences véritablement organiques (Ms. 2087, séance du 6 janvier 1838).

Peu de temps après, la statistique sera réunie à la section de « mathématiques et géognostique », la Société se restructurant en trois sections, mathématiques, physique-chimie et sciences naturelles. C'est à partir de ce moment, dont on ne connaît pas la date précise, que l'on peut constater la progressive mais inéluctable perte d'influence de la statistique mathématique laplacienne, les jeunes mathématiciens se vouant à la pureté des fonctions elliptiques [Belhoste 1996] et les statisticiens à la carrière administrative. Bienaymé vivra sans doute assez mal ce reflux. Il participera de moins en moins aux séances et ses communications se feront plus rares au fil des années. Sa dernière communication importante date de 1845 [Bienaymé 1845]. Sur les communications de Bienaymé à la Société philomatique, on se reportera à [Heyde et Seneta 1977b] et [Bienaymé 1852b]. Il existe dans les procès-verbaux manuscrits des traces d'interventions plus tardives de Bienaymé, notamment le 8 juillet 1848 sur les décimales du nombre π, dont il constate qu'elles s'approchent de 4,5 en moyenne et que «*ce résultat s'écarte très peu de celui que donnerait des chiffres écrits au hasard*», et l'on sait l'étonnante destinée de cette observation philomatique (voir [Martin 1994]).

Le 27 octobre 1851, Bienaymé demande à être admis au nombre des membres honoraires de la Société (carton 133). Dans sa lettre de demande, il explique qu'il ne restait actif que parce qu'il «*lui semblait utile de réserver une place pour quelqu'une des branches des applications des mathématiques dont je m'occupe spécialement*» mais qu'il «*apprend qu'il entre dans les convenances de la société que cette place devienne libre dès à présent*». On ne sait pas précisément la nature des convenances de la Société au début de l'automne 1851 ; on peut simplement noter que le président trimestriel était alors Joseph Bertrand, qui avait été élu le 5 juillet par 10 voix contre 7 à Jules Bienaymé (Ms. 2090). C'est Briot, spécialiste des fonctions elliptiques, qui prendra la place de Bienaymé, comme il occupera quelques années plus tard la chaire de physique mathématique et calcul des probabilités, laissée vacante par le décès de Lamé. Il n'y avait d'ailleurs pas de successeur possible à Bienaymé, la jeune génération ne s'intéressant plus à la statistique laplacienne sinon pour la ridiculiser.

Jules Bienaymé est cependant loin d'avoir été un marginal au sein de la Société philomatique où sa culture scientifique universelle et son intelligence sont hautement respectées. Il est plusieurs fois président trimestriel et, bien sûr, commissaire aux comptes chaque fois qu'il le faut et jusqu'en 1857 ; mais dès son élection à l'Académie, il n'assiste pratiquement plus aux séances, même pas lorsque Joseph Bertrand, dont la position de leader des mathématiques françaises s'est d'abord affirmée à la Société philomatique vers 1850, prétendra rendre compte de la polémique Bienaymé-Cauchy sur la méthode des moindres carrés (Ms. 2090, 10 juin 1854). Pourtant, au cours de cette séance, Bertrand soutiendra avec une grande assurance que la méthode des moindres carrés est la meilleure avant que les observations soient faites, mais non pas lorsque les observations sont déjà faites, qu'il vaut mieux dans ce dernier cas mettre de côté les mauvaises observations et prendre la moyenne des observations comparables et que la divergence d'opinion entre MM. Cauchy et Bienaymé tient à ce que le premier s'intéresse aux observations faites et le second à des observations à faire ! La publication par Bertrand d'une traduction française des articles de Gauss [1823/1855] sur la méthode des moindres carrés doit être comprise dans ce contexte, Gauss servant en l'occurrence d'argument définitif contre Laplace et Bienaymé, lequel répliquera cependant par une traduction de Chebyshev [1858]. Notons que Bienaymé, dont les talents de polémistes sont redoutables et reconnus, ne semble jamais les avoir exercés publiquement contre Bertrand, de trente ans son cadet, également célèbre pour son art du combat académique, qui lui-même cependant ne le ménagea pas. Mais Bienaymé réservait ses assauts à Cauchy qu'il devait tenir pour parricide. Il faudrait ici rentrer dans les détails de cette polémique célèbre, nous préférons renvoyer au chapitre 4 de [Heyde et Seneta 1977b] qui en fait l'analyse précise.

Notons que l'intérêt de Bienaymé pour la méthode (non bayésienne) des moindres carrés vient peut-être d'une séance de la Société philomatique, celle du 8 février 1840, au cours de laquelle le physicien Jacques Babinet soutint que Laplace s'était étrangement égaré dans la réduction des équations de condition, ce qu'évidemment Bienaymé ne pouvait laisser passer. L'intervention de ce dernier («*M. Bienaymé ne pense pas que Laplace ait pu commettre l'erreur qu'on lui attribue*») montre qu'il n'est pas encore très au fait de la théorie laplacienne de la méthode des moindres carrés, mais qu'il prépare une réponse argumentée, qui devait être prête dès 1842, comme nous le verrons plus bas, qu'il ne publiera cependant qu'en 1852 au début de sa polémique avec Cauchy [Bienaymé 1852a, 1853]. Il serait trop long d'en dire davantage ici ; contentons-nous d'indiquer pour encourager d'autres études sur ces sujets que l'on trouve dans les procès-verbaux manuscrits de la Société philomatique plusieurs interventions de Bertrand sur des sujets probabilistes et que son traité de 1888 vient pour une part des discussions philomates des années 1840 et 1850, notamment le « paradoxe de Bertrand ». (D'après la séance du 12 juin 1851 où l'on constate, comme on le savait bien, que ce paradoxe vient de Cournot et non de Bertrand et qu'à cette époque-là Bertrand pensait qu'il n'y avait pas de paradoxe du tout, alors que Bienaymé, présent à la séance, considérait déjà que le « problème était indéterminé », position qui sera celle de Bertrand trente-cinq ans plus tard.)

Joseph Bertrand avait été élu membre de la Société philomatique à l'âge de vingt ans, en novembre 1842, en remplacement de Liouville devenu honoraire à sa demande. Il y aurait lieu d'imaginer les relations compliquées qui durent s'établir alors entre Bienaymé et Bertrand. Indiquons simplement que cette attirance indéniable de Bertrand pour le calcul des probabilités, qui lui fera écrire le seul véritable traité français sur le sujet dans la deuxième moitié du XIX[e] siècle, dont il ne faut en aucune façon minimiser ni l'originalité ni l'influence, et sa répulsion non moins évidente pour la théorie laplacienne viennent peut-être de cette rencontre difficile vers la fin de l'année 1842 de deux philomates que tout aurait pu rapprocher et que tout a séparé (voir à ce sujet [Jongmans et Seneta 1993, p. 139], et [Bertrand 1888a] qui tourne en dérision la théorie laplacienne des jugements précisément à l'occasion du centenaire de la Société philomatique).

Il nous faudrait maintenant en contrepoint montrer comment la théorie laplacienne avait été accueillie par la Société philomatique en 1810–1811, au moment de sa publication par Laplace. On se reportera à [Bru 1981, p. 56–59] qui étudie cette question. Rappelons que c'est Poisson [1810], non encore de l'Académie, qui présenta à la Société philomatique de façon très claire le grand mémoire de Laplace établissant le théorème « central » de la théorie des probabilités : la moyenne arithmétique d'un grand nombre d'erreurs de même loi de facilité (représentée par une « courbe quelconque ») tend à s'approcher «*d'un terme fixe égal à l'abscisse du centre de gravité*» de la courbe dont il s'agit et cette tendance est réglée par la formule de Laplace. Ce théorème s'appelle maintenant le théorème central limite ; il est à la base de la statistique asymptotique laplacienne et notamment de la théorie laplacienne des moindres carrés. On le sait bien, la démonstration de Laplace est pour le moins énigmatique, mais elle est fondée de fait sur une utilisation ingénieuse de la transformée-de-Fourier-avant-la-lettre qui transforme convolution (facilité d'une somme d'erreurs indépendantes) en produit et s'inverse aisément par analogie avec la formule des coefficients de Fourier ; c'est du reste ce dont s'apercevront bientôt les philomates Fourier, Poisson et Cauchy qui tous trois expliciteront la démarche laplacienne avec grand succès. C'est dans le même volume du *Bulletin de la Société philomatique* que Laplace [1811] publiera les premières transformées de Fourier remarquables, notamment celles de $e^{-h^2x^2}$ et de $1/(1 + x^2)$, laquelle permettra à Poisson [1824] de montrer, dans un bel article, qu'il existe des exceptions au théorème de Laplace. Cauchy [1853a–h] reprendra trente ans plus tard le même argument lors de sa polémique avec Bienaymé, pour tenter de détruire à jamais la théorie laplacienne, sans d'ailleurs citer Poisson, comme Bienaymé [1853c] lui en fera le reproche ; la postérité, peu au fait de ces subtilités, attribuera à Cauchy non seulement la loi en $1/(1+x^2)$, mais aussi la méthode de Laplace !

Dès l'origine, la Société philomatique s'est donc trouvé informée de la théorie laplacienne et de la meilleure façon possible. Les physiciens-mathématiciens philomates du premier tiers du XIX^e siècle, Fourier, Poisson et naturellement Bienaymé (ainsi que Lamé, Bravais, Liouville, Sturm... et même Cauchy !) se sont persuadés assez vite de la généralité des méthodes de Laplace et de la richesse de leurs applications ; mais l'habitude se perdra aussi vite qu'elle s'est établie et, trente ans plus tard, Bienaymé devra se battre pour faire reconnaître le bien-fondé de la statistique laplacienne, sans le moindre succès d'ailleurs puisqu'il ne fut entendu ni des nouveaux statisticiens, ni des jeunes mathématiciens, et particulièrement pas de Joseph Bertrand qui aurait pu reprendre le flambeau, mais qui était attiré alors par d'autres flambeaux plus brillants à ses yeux, flux et reflux des générations, des théories et des ambitions. Curieusement, une longue tradition d'ignorance et de doute a accompagné le théorème de Laplace (comme d'ailleurs toutes les utilisations, laplaciennes ou non, de la transformée de Fourier frappées d'une même unanime réprobation) et nombreux sont les analystes de renom qui semblent en avoir nié l'existence. Paul Lévy lui-même, qui pourtant un siècle plus tard utilise, dans le cadre de la nouvelle analyse, essentiellement les mêmes outils que Laplace et s'intéresse au même problème central que lui (et qui est philomathe), douta longtemps que Laplace ait pu énoncer et « démontrer » son théorème, jusqu'à ce que Fréchet le persuade d'aller y regarder de près, ce qu'il fit. On trouve dans la correspondance de Fréchet la lettre où Lévy reconnaît enfin que Laplace a bien démontré (à peu près mais en toute généralité) le théorème en question. On se reportera sur ce point à la thèse de B. Locker en préparation et à la note 40 qui tente une explication sommaire de ce cas intéressant d'amnésie mathématique.

Notons que la statistique laplacienne ne s'est pas éteinte pour autant en 1850, puisqu'elle continuera à vivre hors de France en des lieux plus hospitaliers, Berlin, Saint-Pétersbourg, Vienne, Cambridge..., et que même à Paris, à la Société philomatique, on en trouve quelques souvenirs épars, par exemple dans les travaux du physicien philomate E. Verdet [1852] et bien sûr dans l'œuvre de Bienaymé.

La Société philomatique existe toujours ; elle a fêté son bicentenaire en 1988 [Thomas 1990]. Pour d'autres informations intéressantes sur la section de mathématiques de la Société philomatique dans les années 1840 on consultera [Heyde et Seneta 1977b], [Lützen 1990] et [Jongmans 1996].

23. Le manuscrit comprend 11 pages dont la troisième, découpée, a pu être recomposée. Il commence par cette phrase rayée.

24. Voir [Laplace 1814/1986, p. 206]. Comme on l'a dit dans la présentation, il s'agit d'une des thèses fondamentales de Bienaymé, qu'il a développée à plusieurs reprises, par exemple dans l'introduction de son grand mémoire de 1853 : «*la nature même de ce calcul* [des probabilités] *est critique*» [Bienaymé 1853c, p. 310]. Voir aussi les notes 44 et 45.

25. Humour caractéristique de Bienaymé.

26. L'hypothèse de lois d'erreurs différentes dans le théorème de Laplace est souvent attribuée à Poisson ; elle se trouve en réalité dans la *Théorie analytique* de Laplace [*Œuvres* 7, livre 2, chap. 9, n^{os} 38 et 39], ainsi que le signale Bienaymé dans son mémoire « Théorème sur la probabilités des résultats moyens des observations » [Bienaymé 1839a, p. 188] et plus loin dans le manuscrit édité ici. Il est vrai que Laplace ne traite qu'un cas particulier, mais sa méthode est absolument générale et s'applique à toutes les lois d'erreurs d'étendues uniformément bornées, comme Bienaymé s'en est persuadé. Poisson a énoncé en toute généralité et démontré, sous des conditions très larges quoiqu'assez mal spécifiées, le théorème de Laplace pour des lois de possibilités d'erreurs différentes, dans un texte remarquable publié en 1829 ([Poisson 1829], repris dans [Poisson 1837, chap. 4]). On se souvient qu'une condition nécessaire et suffisante sur les lois de possibilités des erreurs pour que le théorème de Laplace s'applique n'a été énoncée et démontrée qu'en 1935, indépendamment par W. Feller [1936] et P. Lévy [1935].

27. Ce que Bienaymé appelle « constante de Laplace », est, en termes actuels, l'écart-type (empirique ou non suivant les cas). Dans l'*Exposition de la théorie des chances*, Cournot [1843, p. 143] appelle « poids » son inverse (à un facteur près), comme beaucoup d'autres auteurs, à commencer par Laplace lui-même. Le fait que Bienaymé introduise directement l'écart-type, ou son carré, comme « constante » caractéristique n'a rien de fortuit ; il a développé dans son grand mémoire de 1853 [Bienaymé 1853c], la première théorie connue de la variance, qui contient notamment l'égalité dite de Bienaymé qui d'une certaine façon caractérise la variance parmi toutes les puissances entières, et surtout l'inégalité de Bienaymé-Chebyshev. On se reportera aux analyses très fines des travaux de Bienaymé données dans [Heyde et Seneta 1977b].

On peut considérer sans doute que cette appellation délibérément cocardière est une réponse aux prétentions « allemandes », telles qu'elles sont exposées par exemple dans le livre de J.-B. Liagre [1852]. Les géodésiens allemands, en effet, contrairement à leurs homologues français, exposent alors dans leurs traités la méthode des moindres carrés de Gauss qui depuis 1826 propose l'écart-type empirique (la constante de Laplace) comme mesure de « l'erreur à craindre » sur une inconnue, alors que les traités français correspondants semblent ignorer ce procédé. Bienaymé rétablit sa vérité : la véritable théorie de cette soit-disant erreur à craindre ne se trouve pas dans Gauss mais dans Laplace et les « Allemands » n'ont rien inventé ; au contraire, ils ont mal compris ce que Laplace avait inventé pour eux. Il faut se souvenir que pour Gauss et les « Allemands », l'écart-type est une mesure géométrique commode de l'erreur commise lorsqu'on remplace une inconnue par la moyenne arithmétique de plusieurs observations, alors que, pour Laplace et les « Français », l'écart-type est la

« constante » qui intervient dans la formule de Laplace, laquelle fournit un intervalle de confiance où doit se trouver vraiment l'inconnue dans l'immense majorité des cas. Sur toutes ces questions on se reportera à la thèse de Marie-Françoise Jozeau [1997].

Rappelons également le « Mémoire sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations » de Fourier [1826], dans lequel celui-ci propose comme indice de « précision » d'une moyenne la constante de Laplace à un facteur près qui provient de la normalisation laplacienne de la loi normale (de variance $\frac{1}{2}$). C'est d'ailleurs cette forme de la «*constante singulière de M. Laplace*» que Bienaymé utilise dans son premier mémoire probabiliste lu le 12 mai 1834 [Bienaymé 1834], dont on trouve une analyse détaillée dans [Heyde et Seneta 1977b].

Le mémoire de Fourier de 1826 et sa suite en 1829 [Fourier 1829], merveilleusement limpides, sont les seuls mémoires théoriques qui semblent avoir été lus par les « statisticiens », du moins ceux qui se préoccupaient de théorie. Fourier avait fait en sorte qu'ils ne contiennent aucun signe mathématique trop agressif, ni surtout de ces formules faussement vulgarisées qui énoncent sans symboles des résultats analytiques extrêmement compliqués, et qui se trouvent ainsi perdre la clarté que seule peut leur donner la langue algébrique, sans pour autant gagner en compréhension par l'apparence que leur donne l'usage de la langue vulgaire, ce dont Laplace avait donné le plus mauvais exemple dans l'*Essai philosophique* [Laplace 1814]. Fourier, qui connaissait les administrations françaises, est remarquable en ce qu'il accepte de perdre en précision analytique, dont son public n'a que faire, pour gagner en compréhension et transmettre l'essentiel directement applicable aux problèmes que les praticiens rencontrent et qu'ils ont l'habitude de traiter. Visiblement Bienaymé, qui pourtant vient de l'administration des Finances, n'est pas prêt à sacrifier l'intégrité mathématique de ses formules ; certes, par souci didactique, il les énoncera sans symboles, mais cela ne fait qu'obscurcir davantage encore son propos et le rendre ésotérique. On ne s'étonnera donc pas de son peu de succès à l'Académie des sciences morales comme d'ailleurs à l'inspection des Finances.

Paradoxalement, même sur les questions de terminologie, Bienaymé n'a pas su convaincre la postérité qui hésitera longtemps sur le nom à donner à cette « constante singulière », avant de se rallier, après 1920, à la « variance » fisherienne où Laplace n'apparaît plus, et Gauss non plus d'ailleurs. Symétriquement, la campagne de Bienaymé pour l'éradication de la locution « loi des grands nombres » n'a pas eu plus de succès et l'expression a fait la très belle carrière que l'on sait. Une fois encore Bienaymé n'a pas su trouver les mots qu'il fallait. On peut même considérer que cette campagne anti-loi des grands nombres l'a plus desservi qu'aidé dans son combat pour la promotion et le développement de la statistique « critiquée » par « des » lois des grands nombres, plus personne ne comprenant vraiment ce qu'il voulait dire et dans quel camp il se rangeait. D'autant qu'à combattre toutes les forces de l'erreur à la fois, il ne pouvait qu'exaspérer tout le monde et se couper davantage encore de son temps ; la « loi des grands nombres » était une erreur positive puisqu'elle associait physique sociale et théorie laplacienne, même si dans le même temps elle était, pour le développement de la statistique critique, une erreur particulièrement négative. Il fallait négocier sans combattre, et Bienaymé n'était pas l'homme des compromis, contrairement à Poisson si habile à saisir l'air du temps et l'humeur de ses contemporains pour la plus grande gloire de Laplace et de son École. On voit là combien une étude de sociologie des « idées vraies » serait bénéfique, tant il est vrai que seule l'erreur peut combattre l'erreur en toute connaissance de cause.

28. La « remarque » de Bienaymé que la constante de Laplace est inférieure à la moitié de l'étendue des erreurs, ne semble pas avoir été publiée par son auteur. En revanche, elle figure dans la *Théorie des chances* de Cournot [1843, p. 85, ligne 31].

L'origine probable de ce résultat insolite, mais typiquement bienaymien, serait la suivante. En 1838, Cournot publie son « Mémoire sur les applications du calcul des chances à la statistique judiciaire ». Il est amené à se poser le problème de la détermination du maximum possible de la variance d'une quantité prenant un nombre fini de valeurs fixées avec des probabilités quelconques. Cournot traite d'abord le cas de deux valeurs a et b ; il montre que la variance est toujours plus petite que le quart du carré de $b - a$ mais ne parvient pas à généraliser convenablement son résultat au cas de valeurs en plus grand nombre, d'autant que sa démonstration est passablement obscurcie par la particularité des cas qu'il traite.

Cinq ans plus tard, dans l'*Exposition*, Cournot affirme qu'il est « facile de voir » que la variance d'une variable est toujours inférieure au quart du carré de son étendue. Le texte de la communication du 17 mars nous apporte sans doute l'explication de ce changement de ton. Bienaymé avait dû lire le mémoire de 1838 et s'apercevoir de la généralité du résultat de Cournot. Aussi, lorsque quelques années plus tard, il pousserait la complaisance jusqu'à revoir les épreuves de l'*Exposition* qui reproduisait en ses chapitres 15 et 16 le mémoire de 1838, il n'aurait plus qu'à expliquer à Cournot combien son résultat était simple dès lors qu'on concevait la variance (la constante de Laplace) comme un indicateur géométrique de la variabilité d'une quantité incertaine.

On imagine assez le raisonnement de Bienaymé : si a et b sont les bornes inférieures et supérieures d'une erreur X, il est visible que l'on a $\operatorname{var}(X) \leq E\big(X - \frac{1}{2}(a+b)\big)^2 \leq \frac{1}{4}(b-a)^2$, et cette inégalité est évidemment la meilleure possible. Ce type de raisonnement spécifiquement « probabiliste », qu'on ne trouve nulle part ailleurs dans les mathématiques du temps, n'est pas sans analogie avec celui qui est à la base de la démonstration de l'inégalité de Bienaymé, et les deux inégalités relèvent de la même logique. Il serait ainsi tentant d'y voir l'origine de la tant célébrée, et à juste raison, « inégalité de Bienaymé », et d'associer Cournot à Bienaymé dans toute cette affaire, mais nous nous garderons bien de le faire. Sur les relations entre Cournot et Bienaymé, on se reportera à la communication de Thierry Martin [1997] lors de la Journée Bienaymé.

29. Dans la marge, Bienaymé a écrit plusieurs formules dont voici les principales

$$\mu_2 - \mu_1^2, \quad t\sqrt{2\frac{S(a-\mu)^2}{n^2}},$$
$$\alpha a^2 + \beta b^2, \quad \alpha + \beta = n, \quad \alpha a - \beta b = 0, \quad \alpha = \frac{bn}{a+b}\cdot$$

Le théorème de Laplace, présenté par Bienaymé, sur les sommes d'erreurs (ou leurs moyennes arithmétiques) s'énonce ainsi : si $a_1, \ldots, a_n$ sont n erreurs de lois de possibilité quelconques, ou presque, et si n est grand, on a, à-fort-peu-près $\sum a_i = \sum m_i + z{\cdot}L{\cdot}\sqrt{n}$, dans lequel L désigne la « constante de Laplace », m_i, la moyenne vraie de l'erreur a_i qui, dans les bons cas, est nulle, et z, une variable gaussienne normalisée, qui par conséquent ne saurait raisonnablement excéder « 4 ou 5 ». En fait, Bienaymé avait d'abord écrit « 3 ou 4 ». Pris de scrupule, il a préféré mettre 4 ou 5 de peur qu'un académicien soupçonneux ne lui fasse une remarque à ce sujet. Nous sommes ici plus près de Buffon ou Laplace et de leurs seuils de signification microscopiques que des 1 % ou des 5 % actuels. Précisons que pour Bienaymé comme pour Laplace, $z = \sqrt{2}\cdot t$ où t est distribuée suivant la fameuse loi de densité $\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\,\mathrm{e}^{-t^2}$, de variance $\frac{1}{2}$.

Dans la marge Bienaymé a écrit la forme empirique de la constante de Laplace et deux lignes de calcul interrompu pour le cas d'une erreur à deux valeurs a et $-b$ obtenues α et β fois.

30. Les auteurs de théorie des erreurs en 1855 sont si nombreux que nous préférons renvoyer aux abondantes bibliographies de Stigler [1986] et Sheynin [1996].

31. Sur « l'équation personnelle », on consultera Stigler [1986, p. 240–242], et Sheynin [1996, p. 150–151]. Bienaymé fait probablement allusion à F.W. Bessel qui a introduit la locution en 1823.

32. Voir [Bienaymé 1835].

33. Allusion non repérée dans la masse des travaux publiés ou non publiés de Jules Bienaymé, à moins qu'elle ne renvoie simplement à la *Théorie analytique* de Laplace, livre 2, chapitre 8. La constatation (ou l'hypothèse) de « l'uniformité » est ancienne et remonte à Moivre et Simpson au moins.

34. Là encore la littérature est trop abondante pour être citée toute : Bienaymé vise évidemment le baron Dupin (voir note 17), Quetelet, Villermé (voir note 7 pour les références), sans doute aussi Demonferrand, pourtant protégé de Poisson et ami de Cournot, dont il n'appréciait guère les travaux, et certainement Duvillard, contre lequel étaient dirigés l'article cité note 32 et toute l'activité administrative de Jules Bienaymé. Pour d'autres références on pourra, par exemple, consulter [Cournot 1843, chap. 13].

35. Allusion aux travaux menés par Bienaymé, d'abord au ministère des Finances de 1830 à 1848, puis au ministère du Commerce, de 1850 à 1852, où il fut chargé de la construction des tables de mortalité et de morbidité pour la Caisse nationale de retraites et les Sociétés de secours mutuel et du calcul des tarifs de la Caisse nationale [*Ministère* 1851a,b] (dont on trouve un exemplaire dédicacé dans le carton 141 des Archives de la Sorbonne : «*offert par le calculateur à la Société philomatique*»). Ces travaux ne furent pas poursuivis après le (second) départ à la retraite de Bienaymé fin avril 1852 et ne furent véritablement repris que trente ou cinquante ans plus tard, sur les mêmes bases théoriques mais avec de meilleurs chiffres. Dans plusieurs rapports sur les concours pour le prix Montyon de statistique, Bienaymé développe les mêmes arguments (voir par exemple le rapport cité note 38).

36. Voir Armatte [1991] et Crépel [1994].

37. Année climatérique ou inadvertance de Bienaymé ? Sur le chiffre 72, voir la thèse de J.-M. Rohrbasser [1997b], en particulier, « Les années climatériques », p. 442–456, et « La vision de Mirzah », p. 553–556.

38. Académie des sciences, séance du 30 janvier 1854 ; il s'agit du premier rapport sur un prix Montyon signé de Bienaymé [1854], qui conclut qu'«*il n'y avait pas lieu à décerner le prix*» pour cette année-là, comme du reste le conclura son rapport pour le prix de 1854 (voir note 18). Le mémoire dont il s'agit ici est dû au docteur Adolphe Bérigny [1852]. Bienaymé, dans son rapport, compare les résultats du docteur Bérigny à ceux, «*beaucoup plus précis*», de West, (vraisemblablement Charles West, 1816–1898, fondateur de l'Hôpital des enfants malades de Londres ; voir la notice du *Dictionary of National Biography*, vol. 60, ou le *British Medical Journal*, 2 avril 1898, p. 921–923). Le docteur Bérigny, connu pour de curieux travaux météorologiques, obtint cependant une mention honorable, conjointement avec M. Roubaud et le général Carbuccia, dont le mémoire *Du dromadaire, comme bête de somme et comme animal de guerre* [Carbuccia 1853] renfermait, selon Bienaymé, «*un grand nombre de renseignements utiles*».

Sur le général Carbuccia, on consultera l'intéressante notice du *Dictionnaire de biographie française*, tome 7. Signalons simplement qu'il avait été employé aux opérations du coup d'état de Louis-Napoléon Bonaparte et qu'il était sans doute fortement soutenu par un pouvoir qui bientôt tenterait de reprendre le contrôle direct des prix académiques (voir note 2). Notons que le général mourut du choléra en Crimée peu de temps après. Il avait été élu correspondant de l'Académie des inscriptions et belles-lettres en 1851, pour le relèvement des ruines du camp de la 3^{e} légion auguste de Lambèse, lorsqu'il commandait la Légion étrangère à

Batna. Rappelons d'ailleurs, incidemment, que les légionnaires romains de Numidie bénéficiaient de caisses de retraites plus avantageuses que celles mises en place par le Second Empire (auxquelles Carbuccia échappa par les hasards de la guerre), sur lesquelles Jules Bienaymé avait longuement médité. Voir à ce sujet Cagnat [1892, p. 457–477].

Le docteur Bérigny obtint une seconde mention honorable au concours de Statistique de l'année 1858 pour un « tableau » distribuant, suivant les phases de la lune, les naissances de la ville de Versailles ; selon Bienaymé et le calcul laplacien des probabilités, ce tableau ne permettait pas d'affirmer qu'il y eût une quelconque influence de la lune sur les naissances mais démontrait chez son auteur beaucoup de sérieux et d'assiduité, les relevés portant sur quarante années [Bienaymé 1859].

39. Parmi les autres exemples d'abus du principe de compensation, signalons ceux relatifs à la statistique médicale que Bienaymé aborde dans une communication à la Société philomatique, lue au cours de la séance du 8 février 1840 présidée par le chirurgien Alfred Velpeau (1795–1867) :

«*Monsieur Bienaymé présente des observations sur la manière dont on calcule la probabilité en médecine. Lorsqu'il s'agit de comparer deux traitements employés dans certaine maladie, on a pensé qu'il suffisait d'éprouver chacun d'eux sur un même nombre de malades et de prendre le quotient du nombre de guérisons par le nombre total de malades. M. Bienaymé fait remarquer que dans cette manière d'opérer on ne tient aucun compte du nombre de malades qui auraient pu guérir sans le traitement employé, et qu'il est par conséquent impossible de supposer toutes les circonstances parfaitement semblables dans les deux cas. Il est donc très difficile d'appliquer à la médecine les méthodes générales du calcul des probabilités ; il faut pendant longtemps encore se borner à faire la statistique médicale et ne pas trop se baser de tirer des conclusions numériques déduites d'un certain ensemble d'observations dans l'ignorance où nous sommes encore des diverses causes qui peuvent avoir eu de l'influence sur ces résultats.*» (Archives de la Sorbonne, Ms. 2088)

Le présent manuscrit éclaire singulièrement les cinq « conclusions » énoncées dans l'extrait qui en a été publié [Bienaymé 1840], par exemple la première : «*Pour obtenir des résultats moyens assez précis dans la statistique médicale, il faudra souvent recueillir bien plus d'observations que ne semblent l'indiquer les théorèmes de probabilité de Bernoulli ou* *plutôt de Bayes, dont se sont servi Laplace, Fourier et M. Poisson quand les données statistiques étaient plus simples*».

On sait combien les essais cliniques ont été, et continuent d'être, décevants lorsqu'ils n'ont pas été précédés d'une analyse suffisamment précise des causes et des populations en jeu. Le tirage au sort ne résout pas tous les problèmes ; au contraire, il en pose parfois de nouveaux et demeure des plus hasardeux dès lors que la population considérée est très inhomogène. Comme l'écrit Bienaymé : «*le calcul des probabilités s'applique à toutes choses ; mais il ne peut qu'accompagner la recherche des faits*». Sur ce point on se reportera à Jorland [1997] et surtout Porter [1995, p. 202–209].

40. Il s'agit du mémoire de 1829 dont Poisson a intégré les résultats au chapitre 4 de son traité [Poisson 1837, p. 246–276] ainsi que leurs démonstrations fondées sur la méthode de Laplace, que Poincaré appelle la méthode des fonctions caractéristiques dans la seconde édition de son cours de probabilités [Poincaré 1896/1912]. Comme l'ont remarqué Heyde et Seneta [1977b, p. 48], le jeune Chebyshev démontrera en 1846 de façon élémentaire, sans fonctions caractéristiques, le cas le plus simple du théorème de Poisson, lorsque les épreuves sont susceptibles de deux issues possibles avec des chances variables (voir [Poisson 1837, p. 246] et [Chebyshev 1846]). On remarquera à ce propos que Chebyshev qui, dans ses cours de calcul des probabilités à Saint-Pétersbourg, utilise librement la méthode de Laplace des fonctions caractéristiques, s'interdit absolument son emploi dans son œuvre mathématique proprement dite. On peut d'ailleurs faire la même observation à propos de Dirichlet ; bel exemple de censure intellectuelle ou d'impératif moral que l'on retrouve pendant toute la seconde moitié du XIX[e] siècle.

Pour ce qui concerne Joseph Bertrand, qui enseigna pendant quarante ans le calcul des probabilités à l'École polytechnique ou au Collège de France, la chose est quelque peu différente, puisqu'il bannira les méthodes laplaciennes non seulement de son œuvre scientifique mais aussi de son enseignement comme en témoigne son traité [Bertrand 1888b] qui servira de canevas au premier cours de Poincaré sur ce sujet [Poincaré 1896]. La seconde édition du cours de Poincaré, écrite à la fin de l'année 1911, réintroduira cependant la méthode des fonctions caractéristiques et jouera un rôle important dans le développement de la théorie des probabilités après la Première Guerre mondiale. Notons également que Bertrand n'utilise pas non plus l'inégalité de Bienaymé-Chebyshev dans son traité, quoiqu'il la paraphrase en certains endroits comme si elle était évidente. Cet « oubli » fera qu'aucun traité français n'utilisera la méthode de Bienaymé-Chebyshev pendant longtemps ; celle-ci ne reviendra en France qu'après avoir triomphé partout ailleurs, et certainement grâce aux traités de Maurice Fréchet [1924, 1937], l'un des pionniers des études bienaymiennes.

Rappelons que, selon ses dires, Paul Lévy n'apprendra l'existence des intégrales de Fourier que vers 1911, par un camarade, élève à l'École supérieure des Télégraphes, où précisément Poincaré les utilisait pour résoudre l'équation des télégraphistes [Lévy 1970, p. 49–50], alors qu'elles n'étaient enseignées ni à l'École polytechnique, ni à la Sorbonne, ni au Collège de France (à l'exception, bien sûr, du cours de Théorie de la chaleur enseigné une seule fois par Poincaré au premier semestre 1893–1894 [Poincaré 1895]). Et Lévy explique que, rentré chez lui, il comprit très vite l'intérêt de telles transformées en redécouvrant sans peine la formule de réciprocité, par analogie avec la théorie des séries de Fourier (qui, elle, avait réussi à pénétrer le monde des mathématiques pures et était enseignée depuis que Dirichlet s'en était emparé) ; témoignage intéressant puisque, autant qu'on puisse le savoir, c'est ainsi que cent ans plus tôt Laplace avait procédé. La transformée de Fourier était donc encore considérée, en 1910, en France, comme un outil d'ingénieur, d'artilleur, de physicien voire de mathématicien appliqué, mais dont un mathématicien authentique devait éviter l'usage en l'absence d'une théorie suffisamment épurée. Comment dès lors Bienaymé aurait-il pu convaincre en 1850 les mathématiciens de la nouvelle génération si soucieuse de pureté et de rigueur ? Et l'on comprendrait ainsi qu'il ait préféré demander l'honorariat philomatique plutôt que s'épuiser en des combats sans gloire contre les jeunes représentants de la mathématique pure, tout enflés de leurs premiers succès, qui ne possédaient plus, comme Dirichlet ou Liouville, la « double culture ».

Pour en revenir à Lévy, indiquons qu'il comprit aussi très vite, comme Laplace en 1810, Fourier et Poisson un peu plus tard et Poincaré à la fin du XIX^{e} siècle, tout l'intérêt des transformées de Fourier pour l'intégration des équations aux dérivées partielles [Lévy 1970, p. 50–52]. Le renouveau spectaculaire de la théorie de l'intégration et les réussites évidentes de la « méthode de Poincaré » (...-Cauchy-Poisson-Fourier-Laplace) feront sortir peu avant la Première Guerre mondiale la transformée de Fourier de sa quarantaine honteuse, réintégration pleine et entière dans le corpus mathématique officiel, comme si rien jamais ne s'était passé et que depuis toujours on avait su que sa légitimité et sa virginité étaient assurées. La théorie de Laplace, du même coup, redevenait mathématiquement fréquentable et l'on sait combien l'intégrale de Fourier, maniée par les meilleurs analystes du moment, y joua dès lors un rôle important.

41. On imagine l'effarement des académiciens devant cette tirade laplacienne. Pour ne pas se tromper, Bienaymé avait pris la précaution d'écrire dans la marge de son manuscrit les formules correspondantes

$$\mu + t\sqrt{2(\mu_2 - \mu^2)}, \quad \frac{S{\cdot}\mu_1}{n} + t\sqrt{2\,\frac{S(\mu_2 - \mu_1^2)}{n^2}},$$
$$\frac{S{\cdot}\mu_2}{n} - \frac{S{\cdot}\mu_1^2}{n}, \qquad \frac{S{\cdot}\mu_2}{n} - \Big(\frac{S{\cdot}\mu_1}{n}\Big)^2 - \Big(\frac{S{\cdot}\mu_1^2}{n} - \Big(\frac{S{\cdot}\mu_1}{n}\Big)^2\Big).$$

Bienaymé veut préciser à l'usage des académiciens moraux et politiques, qui auraient pu s'en inquiéter, les particularités de la constante de Laplace dans le cas de lois d'erreurs différentes. La première formule (en haut à gauche) représente la formule de Laplace dans le cas d'une même loi d'erreur : le carré de la constante de Laplace est alors $\mu_2 - \mu_1^2$ (moyenne des carrés moins carré de la moyenne). Si maintenant on suppose des lois d'erreurs différentes de moyennes $m_1, \dots, m_n$ et de moyennes des carrés $M_1, \dots, M_n$, la constante de Laplace au carré s'écrit $\dfrac{\sum M_i}{n} - \dfrac{\sum m_i^2}{n}$, formule en bas à gauche que Bienaymé développe en $\dfrac{\sum M_i}{n} - \Big(\dfrac{\sum m_i}{n}\Big)^2 - \Big(\dfrac{\sum m_i^2}{n} - \Big(\dfrac{\sum m_i}{n}\Big)^2\Big)$, qui n'est comparable au cas précédent que si les moyennes sont toutes nulles.

42. Pour une analyse à peu près fidèle de « l'illusion » de Poisson, selon Bienaymé, on pourra se reporter à Bru [1981, p. 72–74]. Rappelons ce dont il s'agit. Comme on l'a dit à la note 40, Poisson a bien intégré au chapitre 4 de son ouvrage de 1837 le résultat de 1829, que l'on appelle parfois dans la littérature actuelle la loi faible des grands nombres de Poisson, mais il ne considère nullement qu'il s'agisse là de la « loi universelle des grands nombres » qui est la raison d'être de son livre et dont les statisticiens queteletiens vont s'emparer.

Poisson a énoncé « sa » loi des grands nombres sous la forme suivante :

«*Les choses de toute nature sont soumises à une loi universelle qu'on peut appeler la* loi des grands nombres. *Elle consiste en ce que, si l'on observe des nombres très considérables d'événements d'une même nature, dépendants de causes qui varient irrégulièrement, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, c'est-à-dire sans que leur variation soit progressive dans aucun sens déterminé, on trouvera entre ces nombres, des rapports à très peu près constants.* » [Poisson 1835, p. 478], repris mot à mot dans [Poisson 1837, p. 7]. Énoncé certes un peu vague mais dont on comprend bien le sens : les événements dont il s'agit (naissances, morts, crimes, etc.), que l'on observe successivement, dépendent chacun d'une cause qui varie au hasard parmi un ensemble fixe de causes, en nombre éventuellement immense mais fini de par la nature même des choses. La mise en forme de l'énoncé est donc claire et c'est d'ailleurs ainsi que Poisson procède dans son traité, à chaque instant une cause est choisie au hasard parmi un nombre fini de possibilités suivant une loi donnée (d'ailleurs quelconque) et détermine à son tour la survenue ou non d'un événement, un crime ou une action physique ou morale quelconque, ou bien la valeur d'une certaine quantité selon une loi de facilité fixée par la cause en question.

C'est donc un schéma de tirage en deux étapes (choix d'une urne, suivi du choix d'une boule dans l'urne choisie) qui revient au schéma laplacien ou bernoullien classique : à chaque instant l'événement se produit ou non avec une chance constante égale à la moyenne des chances associée à chacune des causes susceptibles d'agir, ou bien à chaque instant la valeur d'une certaine quantité est choisie suivant la loi de facilité moyenne correspondante. Poisson, comme Laplace, traite toujours en parallèle avec les mêmes méthodes le cas des « événements fortuits » et celui des « quantités variables », il fait même observer dans son livre que les deux cas peuvent s'écrire formellement de la même façon, en utilisant les « fonctions discontinues » ; Poisson introduit ainsi ce qu'on appelle maintenant les fonctions de répartition et développe en certains endroits un formalisme d'intégrale de Stieltjes voisin de celui qui est utilisé maintenant depuis Mises et Lévy.

Il semble bien d'ailleurs que Poisson ait été conscient de ce que son schéma «*rentre dans le théorème même de Jacques Bernoulli*» [Poisson 1837, p. 139–140] ; ce n'est cependant pas ainsi qu'il procède pour démontrer la « loi des grands nombres ». Sa démonstration, comme son schéma, se déroule en deux étapes, l'une conditionnant l'autre. Tout se passe en effet comme si on avait affaire à une suite d'événements de chances variables (puisqu'elles sont déterminées à chaque instant par un choix au hasard) auxquelles on applique le résultat de 1829, démonstration étonnante de complication et de virtuosité analytiques, mais qui apparaîtra aussitôt à Bienaymé comme tout à fait inutile. D'autant qu'elle voile le fait incontestable que ce schéma en deux étapes n'est rien d'autre que le schéma classique et qu'il n'a par conséquent rien d'universel ni de général, pas davantage en tout cas que n'en avait le schéma de Bernoulli, contrairement à ce que dit et semble penser Poisson : voilà l'illusion selon Bienaymé et quelque respect qu'on ait pour le génie du grand Poisson, il importe à la vérité qu'elle soit dénoncée.

43. Le phénomène de diminution de la variance signalée ici est beaucoup mieux décrit dans l'*Exposition de la théorie des chances* de Cournot [1843, p. 96–97], où l'on reconnaît la main de Bienaymé et auquel on se reportera pour plus de détails.

44. Le manuscrit se termine ici. On peut penser que son auteur envisageait de le compléter et d'en améliorer certains aspects, mais nous n'avons aucune indication décisive à ce sujet

On trouve dans les archives familiales plusieurs textes interrompus qui pourraient être des tentatives de réécriture du manuscrit que nous venons de présenter ; à titre d'exemple nous en reproduisons un, les autres figurent dans [*Journée Bienaymé* 1997, p. 88–91].

«*La statistique, cette méthode créée par les modernes pour interroger la nature quand la multiplicité des faits paraît rendre les problèmes le plus compliqués et le moins accessibles à l'esprit humain, la statistique viendrait souvent prêter son appui à l'erreur, s'il n'était possible de faire subir aux résultats des recherches une critique positive, numérique dans ses indications, comme la statistique l'est elle même, et qui dégagée par là de tout arbitraire, ne laisse subsister aucun doute sur les limites des conséquences que les faits peuvent autoriser.*

La recherche des moyens propres à cette critique compose une grande partie de ce qu'on appelle, avec Laplace, la Théorie des Probabilités, qui *n'est après tout que le bon sens réduit en calcul, comme l'a fait remarquer ce savant illustre. La première idée de cette mesure des observations de tout genre, appartient à Jacques Bernoulli, l'auteur de l'*Art de Conjecturer (Ars conjectandi) *: ouvrage inachevé, mais dont la portée était si grande que depuis plus d'un siècle, les successeurs de Newton et de Leibnitz n'ont eu qu'à développer les germes féconds laissés par Bernoulli.*

Malgré les efforts de Moivre qui dota ce calcul d'une méthode d'approximation précieuse ; malgré le pas que lui fit faire Bayes en montrant la liaison inverse des faits et de leurs possibilités ; malgré l'extension que la Théorie reçut de Laplace et les formes commodes qu'il sut lui imprimer ; il a régné, jusque dans les dernières années, quelque incertitude sur l'emploi des règles indiquées par ce calcul. La statistique s'était donc vu forcée en quelque sorte, de s'avancer au hazard, ne pouvant s'appuyer sur des principes encore mal arrêtés, ne pouvant plus attacher de confiance aux réponses incomplètes que lui faisait en hésitant une science presque contestée. Mais aujourd'hui, quoique la difficulté des recherches laisse à résoudre bien des questions posées par les statisticiens les plus habiles, le calcul des probabilités est cependant capable de leur offrir des instruments de critique d'un usage sûr, et d'une simplicité tout-à-fait comparable à la plupart des opérations arithmétiques dont la statistique se sert à tout instant.

Pour racheter, en partie du moins, l'aridité inséparable d'une discussion statistique, j'ai pris mes exemples dans une classe de faits que de bons esprits avaient cru pouvoir retrancher du domaine de la statistique et du calcul des probabilités. Ce sont les résultats qui dépendent plus ou moins de la libre volonté de l'homme. Ils ont été désignés comme faits de l'ordre moral, de l'ordre intellectuel, *par opposition aux résultats* de l'ordre purement matériel, *qui ressortent de la combinaison des lois fixes et générales de la nature dont la volonté paraît bien distincte.*

J'espère apporter quelques preuves de plus à l'appui de ce principe que les faits de l'ordre moral n'offrent pas plus de variations qu'il n'en règne dans les faits de l'ordre matériel : que dès lors les lois des uns et des autres peuvent être demandées à une statistique bien faite, et discernées par un calcul de probabilités bien dirigé. Cette considération pourra présenter quelque intérêt, quand même je ne parviendrais pas à conserver toute la clarté que comportent les aperçus rigoureux du bon sens dans une matière *neuve, dans l'exposé des moyens que fournit la Théorie de Probabilités pour apprécier à juste valeur les données de la statistique.* »

On notera les précautions oratoires prises par Jules Bienaymé, s'excusant par avance de ce qu'il risque de ne pas conserver toute la clarté souhaitable et que pour se racheter il va choisir des exemples empruntés aux faits de l'ordre moral, etc. Tant de contraintes auraient pu l'empêcher de mettre son texte au point dans les délais requis pour l'impression de sa deuxième communication.

Dans les archives familiales on trouve quatre pièces relatives à l'impression des communications du 10 février et du 17 mars. La première, datée du 5 mars 1855, est une lettre de la maison Coignet-Darnault, imprimeur à Orléans, qui devait accompagner les épreuves de la première communication ; il y est question du nombre et du prix des tirages particuliers désirés par l'auteur. La seconde pièce est une lettre de Charles Vergé, avocat, docteur en droit, rédacteur des comptes rendus des séances et travaux de l'Académie. Elle est datée du 5 avril 1855 (donc après la seconde communication), nous la reproduisons :

«*Monsieur, la livraison de mars dans laquelle se trouve votre première communication à l'Académie paraîtra mardi prochain et j'ai donné l'ordre à notre éditeur de vous en adresser un exemplaire ; mais en même temps je me permets de réclamer dès à présent de votre obligeance la rédaction de la seconde communication pour nous éviter un retard ou un ajournement. Veuillez agréer* [. . .] ».

À cette réclamation, Jules Bienaymé répond le 6 avril par une lettre dont nous avons la minute :

«*Monsieur, je comptais répondre demain de vive voix à votre bonne lettre de rappel. Mais une indisposition qui a commencé par une fluxion, qui m'a empêché déjà samedi et lundi d'aller à l'Institut m'en privera encore demain probablement.* »

Bienaymé continue en s'excusant et en s'inquiétant du règlement de ses tirages particuliers, sans doute pour faire diversion. La réponse de Vergé est datée du 10 avril, elle est assez directe :

«*Monsieur, voici la petite note que vous me demandez. Si vous désirez en transmettre le montant par mon intermédiaire à notre imprimeur ayez l'obligeance de m'en faire remettre le montant samedi au plus tard. C'est le jour de mes expéditions régulières pour Orléans. Je serais très heureux* *d'avoir votre travail pour le même jour, de manière à le faire tenir dans la livraison d'avril* [...] ».

Il n'y a pas de réponse ni de courrier ultérieurs sur cette affaire. Bienaymé s'est-il rendu le samedi à la séance de l'Académie pour s'excuser et demander un délai supplémentaire au sévère monsieur Vergé ? Nous l'ignorons. Vraisemblablement il a essayé de mettre au propre son texte ou il a décidé d'être plus clair, plus pédagogique sans y parvenir, ou bien alors il s'est senti trop fatigué pour poursuivre et il a renoncé, remettant à plus tard sa grande explication.

Jules Bienaymé, le Sisyphe de la statistique critique, reprendra inlassablement ses arguments dans les rapports successifs qu'il rédige pour les concours Montyon et dont chacun est une merveille de polémique scientifique. L'un des plus intéressants, à cet égard, est peut-être celui du concours de 1857, dont le prix ne fut pas attribué [Bienaymé 1858]. Citons la fin du rapport qui montre comment Bienaymé, peu à peu, affine son analyse et précise ses recommandations. Après avoir rappelé «*qu'il ne peut y avoir de méthodes statistiques caractérisées d'une manière distincte*», «*qu'il y a des procédés variés, des méthodes différentes de collection et de calcul*», Bienaymé écrit :

«*Lorsqu'il s'agit de rechercher les lois des valeurs moyennes, il faut assurément prendre pour guide le calcul des probabilités. Mais c'est à tort que quelques auteurs ont avancé qu'il ne s'agit en statistique que de la découverte des vraies valeurs moyennes. Il existe une foule de données numériques importantes qui, considérées dans leurs valeurs moyennes, perdraient toute signification : tels sont les dénombrements de population, les recensements agricoles, et bien d'autres faits ; telle est en particulier la recherche du rapport qui subsiste entre le nombre des individus d'une génération et le nombre de la génération suivante qui doit la naissance à la précédente. L'analyse démontre aisément que ce rapport a toujours dû varier depuis la création du monde, et le simple bon sens suffit à le faire voir. Aussi n'est-ce pas la valeur moyenne qu'il s'agit de trouver, quand on s'occupe de la fécondité des mariages et de la durée des familles ; ce sont au contraire, ses valeurs aux différentes époques de la vie des peuples. S'il eût été constant, l'espèce humaine aurait disparu bien vite, ou bien elle aurait depuis des siècles couvert toutes les parties du monde habitable. Dans d'autres questions, la collection des faits statistiques pourra être* *uniquement descriptive : ainsi là encore il faudra d'autres méthodes.* »

Ce n'est que cent ans plus tard qu'on commencera à s'apercevoir, en sciences morales, sociales et économiques, de l'importance des séries temporelles et de la statistique descriptive bien comprise. Il semble donc qu'une fois encore Jules Bienaymé ait prêché dans le désert. On notera l'allusion à la durée des familles, c'est-à-dire à son étude de 1845, qui n'est évidemment pas une étude de moyennes, mais une étude de processus de branchements dont Bienaymé est un remarquable précurseur [Heyde et Seneta 1972].

45. Le manuscrit que nous transcrivons maintenant, provient du même fonds d'archives familiales. Il est composé de dix-neuf pages numérotées de 6 à 24, prêtes à l'impression. Les cinq premières pages n'ont pas été retrouvées, la sixième commence avec la fin d'une phrase : «[...] *quelconques, et à une époque quelconque.* »

De quoi s'agit-il ? D'après le contexte, il pouvait s'agir de la communication par Bienaymé devant la Société philomatique de plusieurs Essais de calcul des probabilités concernant notamment les idées qu'il se fait de la probabilité, du hasard et de l'inversion du théorème de Bernoulli, laquelle conditionne, comme on le sait, les applications du calcul des probabilités à la statistique, et se terminant par une critique de la « Loi des grands nombres » de Poisson. Une telle communication avait bien été annoncée par Bienaymé en deux endroits [1852b, 1855] comme figurant dans les procès-verbaux de la Société philomatique du 16 avril 1842, «*non imprimée par hasard*», mais on ignorait ce qu'elle était devenue ; le texte présenté ici pouvait en être la version destinée à l'imprimeur et non parvenue « par hasard ».

Cette hypothèse est confirmée au-delà de toute évidence par les procès-verbaux manuscrits de la Société philomatique (Ms. 2088, f. 129–130) où l'on peut lire, que lors de la séance du 16 avril 1842, présidée par le minéralogiste Constant Prévost (1787–1856), après que M. Duvernoy ait fait une communication au sujet d'un nouveau ver intestinal qu'il a trouvé dans l'estragon et M. Tavernier ait présenté un nouveau baromètre portatif de son invention, «*Monsieur Jules Bienaymé demande la parole pour indiquer à la Société le sujet de quelques parties des travaux auxquels il s'est livré depuis longtemps et qu'il se propose de publier sous le titre d'essais de calcul des probabilités.*

Un premier essai, servant d'introduction, contient des réflexions sur la nature critique du calcul des probabilités. Le second essai a pour but d'établir une distinction entre la possibilité et la probabilité, et en même temps de réfuter plusieurs paradoxes de Condorcet. Dans un troisième essai, l'auteur expose la véritable nature de ce qu'on appelle la probabilité a posteriori*, ou la probabilité des résultats moyens des observations.*

Dans le cinquième essai, il s'agit d'une réciproque à laquelle peut donner lieu le théorème de J. Bernoulli. Étant donné le nombre de boules blanches d'une urne, et le rapport des noires dans un certain nombre de tirages, déterminer le nombre total probable des boules blanches et noires, contenu dans l'urne.

Monsieur Bienaymé traite dans un sixième essai de ce que Monsieur Poisson a appelé la loi des grands nombres. Dans un septième essai il détermine la manière dont il doit partager les pertes et les gains dans les compagnies d'assurances.

Il annonce, en terminant, que ses autres essais se rapportent à des questions de jeux, de loterie, d'impôt, de population, d'économie publique, ou de ce qu'on appelle la statistique. »

On reconnaîtra au fur et à mesure du deuxième manuscrit que nous éditons les « essais » énumérés ci-dessus.

On apprend du même coup que Bienaymé se proposait d'écrire un traité complet de calcul des probabilités dont il nous donne le titre mais dont il ne semble pas avoir véritablement entrepris la rédaction. Pourquoi ne l'a-t-il pas fait ? Nous n'en savons rien, mais on peut imaginer que la publication au printemps 1843 du traité de Cournot, qui reprend l'essentiel des essais résumés ici et auquel Jules Bienaymé a lui-même collaboré en plusieurs endroits, l'a persuadé d'en différer l'écriture. À cela s'ajoutent plusieurs autres raisons possibles : les obligations professionnelles très lourdes de Bienaymé à cette époque-là et sa santé fragile bien sûr, peut-être aussi une certaine réticence à présenter en toute clarté les principes sur lesquels sont selon lui fondés la nature critique du calcul des probabilités mais également les énoncés et les démonstrations mathématiques dont se composent ledit calcul. Vers 1840 en effet, la philosophie de la connaissance comme les exigences de rigueur des mathématiciens se modifient assez radicalement. Bienaymé a-t-il senti qu'il n'était pas prêt encore (pouvait-il jamais l'être) ? L'étrange disparition des cinq premiers feuillets, où devait se trouver exposée la nature du calcul des probabilités, serait dans cette hypothèse l'indice de doutes survenus au moment de rendre son texte au secrétaire de la Société, doutes qu'il aurait gardés secrets comme l'exigeait son engagement laplacien pour le plus grand bien de la science et de la société. (On sait que Condorcet connaîtra de telles périodes de doutes avant d'en triompher [*Arith. pol.*].) Probablement Bienaymé ne s'est-il pas senti capable d'entreprendre une œuvre philosophique de refondation comme son ami Cournot. A-t-il voulu au moins mettre hors de doute les mathématiques de la théorie laplacienne et attendait-il d'y être tout à fait parvenu pour écrire son traité (l'inégalité de Bienaymé date de 1853) ? Chebyshev et son École à la fin du siècle, la théorie moderne des probabilités au siècle suivant, s'y emploieront avec un certain succès ; pourquoi Bienaymé ne pouvait-il espérer y parvenir, puisqu'il savait en toute certitude que les énoncés du calcul laplacien des probabilités appartiennent pour l'éternité à la suite indéfinie des idées vraies, n'en déplaise à Bertrand ? Pris entre la philosophie de Cournot, les mathématiques de Chebyshev et la statistique de Quetelet, quel chemin pouvait être le sien en son siècle ?

46. Bien que le début du paragraphe soit manquant, il est visible que Bienaymé présente ici le principe de la « double acception » de la probabilité, implicite chez tous les probabilistes « classiques » et déjà explicité par Poisson dans son traité de 1837 et par Cournot vers la même époque [Cournot 1843, p. 5–6] : la probabilité s'entend au sens objectif comme « possibilité » et au sens subjectif comme « probabilité hypothétique », ce que Laplace appelait dès 1780 « possibilité absolue » et « possibilité relative » dans son « Mémoire sur les probabilités » (voir [Laplace 1814/1986, p. 235]). Il est vrai que Laplace glisse souvent de l'hypothétique à l'absolu et qu'il est parfois difficile à suivre ; l'une des ambitions de Cournot et, sans doute, de Bienaymé et d'autres encore, jadis, naguère et aujourd'hui, sera précisément de tenter de démêler cet écheveau (qui n'est pas près de l'être !).

47. Jean La Placette (1639–1718) n'est cité par Cournot qu'en 1851, donc après Bienaymé [Cournot 1851, p. 37, note 1], pour sa conception « réaliste » du hasard, qui serait donc également celle de Jules Bienaymé, bien que ce dernier ne le mentionne nulle part ailleurs : «*le hasard a une part notable dans le gouvernement du monde*» [Cournot 1843, p. 60].

Cournot cite la préface de La Placette [1714], qui lui a sans doute été signalé par Bienaymé : «*Pour moi, je suis persuadé que le hasard renferme quelque chose de réel et de positif, un concours de deux ou de plusieurs événements contingents, chacun desquels a ses causes, mais en sorte que leur concours n'en a aucune que l'on connaisse. Je suis fort trompé si ce n'est là ce qu'on entend lorsqu'on parle du hasard.*» Et Cournot d'ajouter que ce La Placette ne fût pas tombé dans l'oubli s'il eût su tirer les conséquences de sa définition « cournotienne » du hasard, comme lui-même l'avait su. Cette définition sera reprise tardivement par Poincaré lui-même qui semblera, ce faisant, admettre une certaine forme de « hasard réel ». Sur ces questions, on lira les travaux d'Ernest Coumet, notamment son classique « La théorie du hasard est-elle née par hasard ? » [Coumet 1970], et aussi le livre de Lorraine Daston [1988].

48. Allusion vraisemblable à l'épistémologie de Cournot. On notera la parfaite indifférence philosophique de Jules Bienaymé, que l'on retrouve davantage encore chez Joseph Bertrand [1888b] : choisir au hasard, c'est «*choisir avec une égale facilité*». Si l'on admet avec Cournot et Bienaymé que le hasard gouverne, en partie, le monde, il faudrait alors préciser par quel miracle il réussit à choisir avec une égale facilité («*l'intelligence aveugle*» ou «*la main du hasard*» étant difficiles à présenter devant un auditoire philosophique relativement sage). Laplace, pourtant si dédaigneux des subtilités métaphysiques, avait bien vu la difficulté, et Leibniz, d'Alembert, Condorcet avant lui : l'équipossibilité, ou l'équifacilité, est physiquement impossible et philosophiquement paradoxale ; il n'y a d'équiprobabilité que par ignorance, ou par hypothèse. Mais alors le calcul des probabilités, dès lors qu'on le fonde, comme semble le faire ici Bienaymé, sur la notion d'équipossibilité, devient purement « hypothétique » ; ce n'est qu'une fiction mathématique ou juridique commode, impropre à critiquer les chiffres de la statistique, à moins d'introduire explicitement un concept supplémentaire, les « chances » de Cournot par exemple, qu'il faudrait intégrer à un système cohérent qui lui donne valeur représentative ou au moins en précise l'usage.

On imagine les difficultés sans nombre auxquelles on se heurte lorsqu'on tente de clarifier ces questions, que Bienaymé balaye d'une phrase, comme il balayera la théorie du motif de croire de Condorcet, pourtant si remarquable. Bienaymé est en cela un « moderne », la science ne préjuge aucun

« ordre d'idées philosophiques » et d'ailleurs elle n'en a pas besoin. Les savants suffisent à la tâche. Ils se fondent eux-mêmes : «*personne n'a contesté que dans les jeux*», et tout est dit. Les boules que l'on tire au hasard d'une urne sont équifaciles, d'une équifacilité objectivée par deux cents ans d'usage savant, et la critique probabiliste de la statistique est fondée du même coup (c'est pourtant là où le bât blesse) : bien appliquée, elle conduira à des résultats « incontestables » ; et s'ils s'avèrent décevants ou contredisent quelque vérité encore plus incontestable, c'est qu'on les aura mal critiqués, faute de connaître la véritable théorie, celle défendue imperturbablement par Bienaymé contre l'erreur et les prétentions excessives des savants : «*Car rien n'est plus nuisible au progrès vers la vérité que la confiance erronée qui se croit en possession de résultats dont la science est encore éloignée*» [Bienaymé 1852a]. Cette phrase résume assez bien l'épistémologie propre de Bienaymé : la vérité scientifique ne peut progresser que si on la défend contre les erreurs des savants, de sorte qu'elle finit par se fonder contre eux et ceci compense cela.

49. Le second Essai, on l'a compris, devait concerner les fondements du calcul des probabilités, il va du début du premier paragraphe à la fin du troisième, tout le début est manquant, de même que manque l'intégralité du premier Essai annoncé le 16 avril 1842 dans les procès-verbaux (voir la note 45) comme un ensemble de réflexions sur la nature critique du calcul des probabilités.

50. Bienaymé fait référence plus loin à l'article « probabilité » de l'*Encyclopédie méthodique* (t. 2, 1785). Sur l'histoire de ces paradoxes voir [Condorcet *Arith. pol.*], notamment p. 494–496.

51. En premier lieu par Laplace [1814, p. 36], qui naturellement ne cite pas Condorcet, ensuite par S.F. Lacroix [1816/1822, p. 67], qui naturellement cite Condorcet, etc.

Ce premier « paradoxe » est longuement discuté par Condorcet (voir note 50). Il semble bien que Bienaymé ait cherché à y répondre sans bien sûr utiliser la théorie du motif de croire de Condorcet et qu'il n'y soit pas parvenu. Les arguments qu'il développe à ce sujet dans le texte que nous reproduisons sont des arguments d'autorité qui ne règlent rien. Et c'est bien là le véritable paradoxe, un théoricien aussi positif que Bienaymé (ou Laplace ou Poisson), convaincu de l'utilité et du bien-fondé de la théorie des probabilités, ne parvient pas à argumenter sa conviction face à un philosophe « mâle et sage »! C'est précisément ce paradoxe-là qui a fasciné Cournot et lui a donné l'impulsion initiale pour entreprendre une œuvre philosophique dont on considère maintenant que c'est l'une des plus profondes et des plus originales de son temps. Sur la philosophie des probabilités de Cournot, on se reportera au travail accompli par Thierry Martin dans sa thèse [1994] et son livre qui la résume [1996]. On rappellera simplement que, pour Cournot, la critique probabiliste des chiffres de la statistique ne suffit pas; elle doit être, à son tour, soumise à la critique philosophique, elle même guidée par des «*probabilités philosophiques*», qui ne relèvent pas de la théorie ordinaire mais de «*l'idée que nous avons de la simplicité des lois de la nature, de l'ordre et de l'enchaînement rationnel des phénomènes*». Sur cette question, on lira également [Martin 1995] et [Martin 1997].

52. Ce troisième Essai est le seul dont Jules Bienaymé souhaitait la publication, semble-t-il, si l'on en croit la *Notice sur les travaux* [Bienaymé 1852b], sans doute parce qu'il contient un résultat mathématique important non repris ailleurs. Sur les questions de terminologie, voir l'index de Cournot [1843].

53. Sur l'*Ars Conjectandi* on se reportera aux travaux de Norbert Meusnier : [1987], qui inclut une traduction française annotée de la quatrième partie du traité posthume de Jacques Bernoulli, et [1992].

54. Contrairement à ce que ce passage laisse supposer, Bienaymé ne rejette pas les méthodes asymptotiques non bayésiennes de Laplace et Poisson; il défendra bientôt, avec énergie, la méthode laplacienne des moindres carrés. Il critique ici certaines confusions fréquentes chez Laplace et Poisson entre les points de vue de Bayes et de Bernoulli (voir la note 61). Poisson va même plus loin encore dans son *Traité* de 1837, dans lequel il utilise de façon curieusement proche de l'inférence fiduciaire de Fisher, une méthode non-bayésienne pour déterminer la « probabilité des erreurs » d'après les observations, c'est-à-dire une loi *a posteriori*, sans loi *a priori*, rêve de tous les statisticiens. Ce point est rappelé dans Bru [1981, p. 67].

55. On consultera la traduction française annotée du texte de Bayes, par J.-P. Cléro [Bayes 1764/1988].

56. C'est très exactement la position de Cournot [1843, chap. 8].

57. Voir [Bayes 1764/1988, p. 17].

58. Cette critique mathématique de l'équiprobabilité *a priori* semble être l'une des toutes premières de la littérature probabiliste. Elle sera suivie de nombreuses autres ; pour des références, voir Stigler [1982], Dale [1991] ou [Bayes 1764/1988].

59. Sur cette histoire, voir Maitte [1981], ou Feynman [1987]. Voir aussi Taton [1990].

60. En fait, ce théorème se trouve dans Laplace [1780, p. 469 ; 1812, p. 371], avec une démonstration délibérément elliptique. Il sera redécouvert, redémontré et généralisé par de nombreux auteurs dans la première moitié de ce siècle, notamment Richard von Mises et Serge Bernstein (voir [Heyde et Seneta 1977b, p. 102]). La démonstration de Bienaymé est paraphrasée par Cournot [1843, p. 114–115]. Il faut reconnaître que Bienaymé est ici souverain, une fois encore.

61. Cette conclusion est exactement celle de Cournot (voir la note précédente). Elle sera développée par R. von Mises [1919, § 9], repris dans tous ses traités ultérieurs, jusqu'au dernier, posthume [1964, p. 341–355].

Sur les différences entre le « point de vue de Bayes » et le « point de vue de Bernoulli » et pour des références, voir Cournot [1843]. Rappelons simplement que ce que Bienaymé appelle la « réciproque de Moivre » correspond assez bien à ce qu'on appelle maintenant, dans les cours élémentaires, l'estimation d'une proportion théorique par intervalle de confiance, et se trouve déjà bien exposée, à l'usage des statisticiens praticiens, dans le mémoire de Fourier cité à la note 27 et bien sûr dans le livre de Cournot [1843, p. 114 et fig. 16] qui explique remarquablement pourquoi, lorsqu'on adopte le point de vue de Bayes et que la loi *a priori* est inconnue, il faudra généralement «*faire bien plus d'observations que ne l'indiquait le théorème de Jacques Bernoulli*», pour obtenir une précision très probablement équivalente. La notion générale d'intervalle de confiance, munie de son interprétation fréquentiste, date de l'entre-deux-guerres, et prend sa forme définitive avec J. Neyman [1937] qui la rattache à la « tradition classique », comme d'ailleurs il rattachera à cette même tradition sa théorie des tests. On se reportera à [Stigler 1995] qui cite à ce sujet un article important de E.B. Wilson [1927].

62. Voir [Fourier 1826, p. 338–341] et [Bienaymé 1834, p. 524–526].

Pour comprendre les chiffres donnés ici, il faut se rappeler une fois encore que la loi normale de référence pour l'École française, de Laplace à Borel inclusivement, est centrée et de variance $\frac{1}{2}$. La table en a été calculée par Cournot [1843], à partir d'une table analogue de Kramp [1799], qui servait déjà à Laplace. La table de Cournot donne $P\{|T| \leq t\}$, pour t allant de 0,00 à 3,00 et pour $t = 4$ et 5 (ces deux dernières valeurs ayant été calculées par Bienaymé dans son mémoire de 1834 cité ci-dessus).

Pour $t = 2$, on lit $0,995\,322\,3$, et $213/214 = 0,995\,327\,102\,8$. Les tables usuelles de la loi normale centrée réduite, appliquées à $2\sqrt{2}$, donnent une valeur analogue, on s'en doute.

Pour $t = 3$, Cournot donne $0,999\,977\,909\,3$ qui dépasse effectivement 45 000 contre 1, c'est-à-dire $0,999\,977\,778\,3$.

Pour $t = 4$, Cournot donne $0,999\,999\,984\,582\,8$ qui est supérieur à 62 millions contre 1, ou $0,999\,999\,983\,9$.

Enfin, pour $t = 5$, Cournot donne $0,999\,999\,999\,998\,432\,53$ qui est certainement supérieur à 625 000 millions contre 1.

Il serait intéressant de connaître le nombre approximatif d'académiciens moraux ayant compris le maniement de la formule de Laplace et de la table de Cournot, après l'exposé de Bienaymé. Cent ans plus tard, Georges Darmois, directeur de l'ISUP, titulaire de la chaire de calcul des probabilités et physique mathématique de la Sorbonne, entreprendra de les enseigner aux cadres industriels et administratifs de la Quatrième République, et son enseignement ne sera pas loin d'être considéré alors comme révolutionnaire !

63. Ce paragraphe pose plusieurs questions intéressantes. La première est simplement que ce quatrième essai ne semble pas avoir été publié. Il énonce pourtant un théorème très remarquable que von Mises reprend et démontre pour le cas d'un nombre fini quelconque d'événements dans le mémoire cité à la note 61, sous le nom de « théorème de Laplace-Bienaymé » ; la seule condition formulée par Mises est que la densité *a priori* soit continue et différente de zéro au voisinage de l'observation (ce qui est implicite dans la démonstration du cas de deux événements donnée plus haut, sinon p/P serait nul). Mises cite en référence les mémoires de Bienaymé de 1834 et de 1852. Or aucun de ces deux mémoires n'énonce le résultat dont il s'agit : le second est non-bayésien, le premier est bayésien mais n'envisage que l'équiprobabilité *a priori*, sans pour autant que Bienaymé ne signale alors la moindre difficulté concernant le « principe d'égale possibilité des valeurs », dont « M. Bienaymé » nous dit ici qu'il est « dénué de toute exactitude ». Cela pour manifester que les certitudes proclamées par Bienaymé devant les académies après 1850 se sont formées lentement après divers égarements de jeunesse ; d'abord laplacien « intégriste », il est devenu peu à peu laplacien « critique », sans d'ailleurs, semble-t-il, perdre un seul instant une foi solide en l'exactitude des principes fondamentaux de la théorie des probabilités et son rôle essentiel dans la mise en œuvre et la critique de toutes les sciences d'expérimentation et d'observation.

Comment Mises pouvait-il connaître l'énoncé de Bienaymé ? Y aurait-il eu transmission orale des œuvres inédites de Jules Bienaymé jusqu'à Vienne et Berlin ? Ce scénario n'est pas aussi invraisemblable qu'il y paraît ; on sait en effet que Bienaymé était lié scientifiquement à Chebyshev dont le cours de Saint-Pétersbourg était laplacien, suivant d'assez près le traité de Poisson. (Sur ce point on se reportera à Sheynin [1994a].) De la même façon, le cours de probabilités de Dirichlet à Berlin était lui aussi d'obédience laplacienne, Dirichlet bénéficiant cette fois des conseils de son ami Cournot, très au fait des manuscrits inédits de Bienaymé, comme on l'a vu.

Ou bien, ne pourrait-on imaginer plutôt, et ce n'est pas contradictoire, que von Mises, lisant le mémoire de 1834, y aurait décelé à travers les lignes le théorème dont il s'agit, qu'il aurait baptisé sur-le-champ des noms de Laplace et Bienaymé (dénomination parfaitement justifiée quoique rare en histoire des sciences où l'on ne rencontre guère d'éponymie divinatoire) ? Cette hypothèse pourrait être étayée aisément par exemple à partir de la fin de la page 357 du traité posthume de Mises publié par sa femme [Mises 1964], où il semble attribuer à Bienaymé la paternité de ce qu'il appelle le second théorème limite fondamental, qui n'est autre que le théorème de Laplace-Bienaymé pour une moyenne générale correspondant à une variable susceptible d'une infinité de valeurs. Il est de toutes façons manifeste que Mises a été influencé directement par le mémoire de Bienaymé de 1834, ce qui montre les filiations sur le long terme de la statistique bienaymienne. Rappelons que Richard von Mises est l'un des premiers et des plus profonds « mathématiciens appliqués » de la première moitié du XX^{e} siècle. Quoiqu'il en soit, la postérité n'a pas suivi Mises et le théorème ne s'appelle plus ainsi, et d'ailleurs ne s'appelle plus du tout. Pour des travaux récents sur le théorème de Laplace-Bienaymé-von Mises-Bernstein, voir Nikulin [1987, 1992].

La deuxième question posée par ce paragraphe est plus facile à argumenter. Elle concerne la « voie détournée » par laquelle Laplace a étendu sa méthode au cas d'une infinité d'événements. On rencontre ce cas en théorie des erreurs où l'on s'intéresse à une « inconnue » réelle, susceptible *a priori* de toutes les valeurs de moins l'infini à plus l'infini, ou en théorie de la population dans laquelle le nombre à supputer, l'effectif de la population, peut prendre un nombre indéfini de valeurs entières (voir plus bas l'analyse du cinquième Essai). On ne peut plus alors parler d'équiprobabilité des événements *a priori*. Pourtant dans les deux cas (et ce sont les plus importants de la philosophie naturelle), l'inconnue dont il s'agit joue le rôle de cause et devrait impérativement être probabilisée *a priori*, équitablement autant que possible, pour que la méthode de Bayes puisse s'appliquer. Dès 1777, Laplace aborde le problème dans ses « Recherches sur le milieu qu'il faut choisir entre les résultats de plusieurs observations », qui n'ont été publiées qu'en 1979 par Charles Gillispie, mais qui sont intégralement reprises dans le mémoire [Laplace 1780]. Laplace, selon Bienaymé, commet alors « l'erreur » de considérer « les possibilités de l'inconnue égales primitivement », alors que ce n'est pas possible mathématiquement ; la somme des probabilités, la longueur de la droite ou le nombre total d'entiers, serait alors infinie. Cependant la formule (quotient) de Bayes-Laplace conserve un sens ; Laplace peut dès lors traiter le problème comme dans le cas habituel et déterminer la valeur de l'inconnue qui maximise la (pseudo) probabilité *a posteriori*...

En fait, Laplace est plus cohérent que ne semble le supposer Jules Bienaymé ; il applique en effet non pas le principe de Bayes (égale possibilité *a priori* des causes) mais le principe de Condorcet repris pas Laplace [1814/1986, p. 42] : «*Chacune des causes, auxquelles un événement observé peut être attribué, est indiquée avec d'autant plus de vraisemblance, qu'il est plus probable que cette cause étant supposée exister, l'événement aura lieu*». Sur l'histoire du principe de Condorcet, voir [Condorcet *Arith. pol.*, p. 257]. Or ce principe ne suppose pas de loi *a priori* du tout et par conséquent il n'y a pas erreur, mais simplement application d'un principe différent. On peut d'ailleurs, si l'on veut une caution scientifique actualisée, rattacher la méthode de Laplace à ce qu'on appelle maintenant la règle de Bayes généralisée. Pour Bienaymé qui, comme Cournot, est un bayésien objectif, la seule méthode convenable de détermination des « inconnues » à partir d'observations nombreuses, directes ou indirectes, est la méthode de Bayes avec loi de « possibilités primitives » objectivement déterminée pour les inconnues en question. Sinon, on doit se contenter d'une forme plus ou moins élaborée de la « réciproque de Moivre » qui de toutes façons ne fournit pas la loi de possibilités *a posteriori* des inconnues, pas plus d'ailleurs que la « voie détournée » de Laplace qui n'obtient tout au plus qu'une loi de « probabilité hypothétique ».

64. Nous avons ici une indication précieuse sur l'évolution des idées probabilistes de Bienaymé à partir du mémoire de 1834. On le sait en effet, en 1834, Jules Bienaymé démontre dans un cadre bayésien pur (équiprobabilité *a priori*) la formule de Laplace dans le cas de deux, puis de trois, et finalement d'un nombre fini d'événements (voir Heyde et Seneta [1977b, p. 98–101] ou Dale [1991, p. 293–294]). Or, mis à part les proportions dont l'importance statistique est évidente, les cas traités dans le mémoire ne permettent pas d'aborder en toute lumière ces « valeurs moyennes », que toute la statistique du temps exhibe sans théorie ni vergogne. Comment étendre le théorème de Bayes aux moyennes générales ? Il ne peut plus être question d'équiprobabilité *a priori* ; on l'a déjà dit : il n'y a pas de probabilité uniforme sur un intervalle infini de nombres réels ou de nombres entiers. Mais au fond, d'où vient cette équiprobabilité *a priori*, est-elle seulement fondée dans les cas usuels où on l'applique ? La question une fois posée est vite résolue : l'équiprobabilité laplacienne est une équiprobabilité hypothétique. D'ailleurs Laplace, pour une fois, ne s'en cache pas, elle ne peut conduire qu'à des résultats hypothétiques. Il ne sert donc à rien de chercher à l'étendre au cas des moyennes, il faut la changer dans tous les cas où elle n'est pas véritablement une équipossibilité (et elle ne l'est jamais !) ou bien alors démontrer un « théorème de Laplace-Bienaymé » valable dans tous les cas, quitte à devoir augmenter encore le nombre des observations pour l'appliquer convenablement.

On sait que Cournot est arrivé à la même conclusion en partant non pas de l'intérieur de la théorie laplacienne, comme Bienaymé nous dit ici l'avoir fait, mais de l'extérieur : les conclusions probabilisées de la théorie laplacienne des jugements étant non seulement scientifiquement hypothétiques, mais aussi incohérentes à quelque point de vue qu'on se place.

65. Ce type d'erreur se retrouve chez Laplace en plusieurs endroits, très finement analysés par S.M. Stigler [1986, p. 113–117].

66. Le cinquième Essai ne semble pas avoir été publié. La « seconde réciproque » dont il est question ici a été introduite par Laplace dans un mémoire lu le 30 novembre 1785, « Sur les naissances, les mariages et les morts », et reprise dans [Laplace 1812, p. 398–401]. Ce mémoire, qui suppute la population de la France à partir des naissances annuelles, a été analysé par de nombreux auteurs, voir à ce sujet Brian [1994].

67. On se reportera à Cochran [1982, n° 102] ou bien à Mairesse [1988, p. 7–46]. La critique de Bienaymé est intéressante et ne semble pas avoir été reprise ailleurs.

68. Ce sixième Essai serait le texte qui «*est resté enfoui dans la partie non-imprimée des procès-verbaux de la Société philomatique*» auquel Bienaymé se réfère dans sa communication du 10 février 1855. Nous sommes ainsi revenus à notre point de départ.

69. Sur ce mémoire, voir Heyde et Seneta [1977b, chap. 3] qui donnent toutes les références utiles.

70. Il s'agit de la discussion qui a eu lieu au sein de l'Académie sur les applications du calcul des probabilités à des questions du monde moral, à la suite des deux communications de Poisson, « Recherches sur la probabilité des jugements principalement en matière criminelle » [1835] et « Note sur la loi des grands nombres » [1836a], à laquelle prirent part Poinsot, Dupin et Navier. Il semble que Bienaymé ait confondu l'intervention de Poinsot et celle du baron Dupin qui effectivement s'inquiétait de ces «*causes variables sans limites*» qui feraient fluctuer indéfiniment les «*proportions limites*» [Dupin *et al.* 1836, p. 381]. (Rappelons que Poisson était également baron, mais a toujours refusé de porter son titre.) C'est d'ailleurs le baron Dupin qui pose le plus clairement possible la question des « causes variables » à laquelle Bienaymé et Cournot tenteront de répondre après la tentative « illusoire » de Poisson en 1836. La réponse de Poisson se trouve dans le même volume des *Comptes rendus* [Poisson 1836b].

Comme on le sait, et comme le relevait déjà Guerry [1864, p. XLIII], l'intervention de Poinsot est résolument polémique : le calcul des probabilités ne s'applique pas à «*des choses où se mêlent les lumières imparfaites, l'ignorance et les passions des hommes*» [Dupin *et al.* 1836, p. 380], pour la simple et unique raison que «*le calcul des probabilités ne s'applique qu'à toutes les questions où l'on peut faire une énumération exacte de divers cas qui sont ou qu'on suppose également possibles*» [*Ibid.*, p. 398].

71. Sur ce point, voir la note 42.

72. Cf. [Condorcet *Arith. pol.*].

73. Comme les essais précédents, le septième Essai est resté à l'état de projet, Jules Bienaymé ne semble pas s'être décidé à le rédiger totalement. En revanche, il en a communiqué amicalement les résultats à Augustin Cournot qui les a intégrés dans son *Exposition* [1843, ch. 14, p. 225–227].

La formule de Bienaymé de répartition des pertes et gains entre compagnies d'assurance est le premier exemple connu d'équation de régression linéaire d'une variable gaussienne sur une autre [Cournot 1843, p. 343, note de la p. 226]. Ce résultat ne sera redémontré et compris que cinquante ans plus tard. Il est d'ailleurs lassant de faire ce genre de remarques au sujet des travaux de Jules Bienaymé, la plupart de ses résultats publiés ou non étant régulièrement en avance de cinquante ou cent ans sur son temps.

74. Voir [Fourier 1819]. Ce mémoire de Fourier est cité et critiqué dans [Cournot 1843, p. 220]. Pour lever le paradoxe des assurances, Fourier, suivant Daniel Bernoulli et Laplace, utilise la notion d'espérance morale appliquée à une fonction d'utilité (« l'avantage »), concave quelconque.

75. Aucune trace nulle part de ces autres essais, si ce n'est, peut-être, dans le traité de Cournot. La douzaine d'essais mentionnés ici, qu'ils soient inédits ou que déjà Bienaymé en ait présenté des extraits à la Société philomatique, forme un ensemble potentiel de plusieurs centaines de pages contenant des trésors de résultats nouveaux et intéressants.

76. Nous n'avons aucune information sur ces «*moyennes d'une nature singulière*». Rappelons la note de Condorcet sur la répartition des impôts fonciers qui se trouve jointe à la *Vie de M. Turgot* (1786) et qui aurait pu inspirer Bienaymé (voir [Condorcet *Arith. pol.*, p. 629–634]).

77. Jules Bienaymé a lu devant la Société philomatique :

— le 2 juin 1838, « Sur les erreurs de la méthode suivie dans le calcul de la probabilité des témoignages et des jugements » ;

— le 4 mai 1839, « Théorème sur la probabilité des résultats moyens des observations » ;

— le 25 mai 1839, « Effets de l'intérêt composé » ;

— le 25 avril 1840, « Sur la constance des causes, conclue des effets observés ».

Il resterait à expliquer l'extrait sur les moindres carrés dont nous n'avons pas trouvé de traces mais qui a dû être repris dans le mémoire de 1852, et bien sûr le « etc. » qui comprendrait les autres communications à la Société dont la liste se trouve dans [Heyde et Seneta 1977b] ou dans [Bienaymé 1852b].

78. Voir [Fourier 1829]. La règle de Fourier est analysée dans [Cournot 1843, chap. 11].

79. Voir [Poisson 1830]. Poisson ne conteste pas la règle de Fourier qu'il démontre d'ailleurs pour une fonction linéaire de plusieurs inconnues gaussiennes indépendantes ; mais, ce faisant, il semble douter implicitement de la validité générale de ladite règle, qui n'est rien d'autre, on le sait, qu'une version pratique, à l'usage des « statisticiens », de « l'égalité de Bienaymé » : la variance d'une somme de variables indépendantes est égale à la somme des variances, résultat qui n'a effectivement rien de gaussien. Signalons que dans cette « Note » peu connue, Poisson redémontre qu'une combinaison linéaire de variables gaussiennes indépendantes est gaussienne. Ce résultat, qui est bien sûr dans Laplace, sera redécouvert et généralisé au cas de variables vectorielles par un grand nombre d'auteurs à la fin du XIXe siècle, notamment par Maurice d'Ocagne (1862–1938) qui, un temps, lui donna son nom dans les manuels français. Notons d'ailleurs que d'Ocagne semble émettre, sur la généralité et la rigueur de l'égalité de Bienaymé, les mêmes doutes que Poisson, si l'on en juge par la fin de sa note :

« *Je ferai remarquer, en terminant, que la formule* (1) [la loi d'une somme de vecteurs gaussiens indépendants est gaussienne] *permet d'obtenir de même, dans le cas des erreurs linéaires, d'une manière à la fois très simple et très rigoureuse, le théorème classique qui fait connaître le carré de l'erreur probable résultante comme somme des carrés des erreurs probables* » [d'Ocagne 1894, p. 520].

On conçoit que les probabilistes du XX^{e} siècle aient éprouvé un certain soulagement à une axiomatisation de leur science qui leur permette au moins d'écrire une démonstration à la fois très simple, très rigoureuse et très générale de l'égalité de Bienaymé, à l'usage des profanes ou des autres mathématiciens, même si la critique probabiliste des « résultats des observations » n'y gagnait pas véritablement ce surcroît de crédibilité qui lui manquait tant au siècle de Jules Bienaymé et qui viendra, en notre siècle, d'autres facteurs que nous n'analyseront pas ici.

BIBLIOGRAPHIE

AGULHON (M.)

[1992] *1848 ou L'Apprentissage de la République*, Paris : Seuil, 1992.

ARMATTE (M.)

[1991] La moyenne à travers les traités de statistique du XIX^e siècle, dans [Feldman *et al.* 1991, p. 85–106].

[1995] *Histoire du modèle linéaire. Formes et usages en Statistique et en Économétrie jusqu'en 1945*, thèse, Paris : EHESS, 1995.

[1997] Bienaymé et Quetelet, dans [*Journée* 1997, p. 29–38].

ARMATTE (M.) et DROESBEKE (J.J.)

[1996] Quetelet et les probabilités : le sens de la formule, dans [*Colloque Quetelet* 1997, p. 107–135].

ARNOLD (J.G.D.)

[1805] Compte rendu de [Donnant 1805], *Le Magasin Encyclopédique*, 2 (1805), p. 237–254.

BALZAC (H. de)

[1830a] *Physiologie du mariage, ou Méditations de philosophie éclectique sur le bonheur et le malheur conjugal, publiées par un jeune célibataire*, Paris, 1830 ; rééd. Paris : Gallimard (La Pléiade, La Comédie Humaine, t. XI), 1980.

[1830b] De la mode en littérature, *La Mode*, 29 mai 1830 ; *Œuvres diverses*, t. 2, Paris : L. Conard, 1938.

[1834] *Ferragus*, Paris, 1834 ; rééd. Paris : Flammarion, 1987.

[1837] *La vieille fille*, Paris, 1837 ; rééd. Paris : Flammarion, 1988.

BARTHÉLEMY (J.J.)

[1788] *Voyage du jeune Anacharsis en Grèce dans le milieu du quatrième siècle avant l'ère vulgaire*, 4 vol., Paris, 1788.

BAYES (T.)

[1764] An essay towards solving a problem in the doctrine of chances, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53 (1764), p. 370–418. Trad. fr. et postface de J.-P. Cléro, *Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences*, (N.S.) 18 (1988).

BELHOSTE (B.)

[1991] *Augustin-Louis Cauchy. A biography*, New York : Springer, 1991.

[1996] Autour d'un manuscrit inédit : La contribution d'Hermite au développement de la théorie des fonctions elliptiques, *Revue d'histoire des mathématiques*, 2 (1996), p. 1–66.

BENOISTON DE CHÂTEAUNEUF (L.F.)

[1842] Sur les résultats des comptes de l'administration de la Justice criminelle en France, de 1825 à 1839, *Séances et travaux de l'Académie des sciences morales et politiques*, 1 (1842), p. 324–341.

[1845] Mémoire sur la durée des familles nobles de France, *Ibid.*, 7 (1845), p. 210–240.

BÉRIGNY (A.)

[1852] Recherches statistiques sur les conceptions et les naissances à Versailles, considérées dans leur rapport avec la population et les sexes, les années, les mois, les heures et les saisons météorologiques, *Annuaire météorologique de la France*, (1852), p. 279–300.

Bernoulli (J.)

[1713] *Ars conjectandi*, Basel, 1713; rééd. dans *Die Werke von Jakob Bernoulli*, vol. 3, Basel : Birkhäuser, 1975, p. 107–286. Trad. fr. de la première partie dans [Meusnier 1992] et de la quatrième partie dans [Meusnier 1987].

Bertrand (J.)

[1888a] Sur l'application du calcul des probabilités à la théorie des jugements, dans *Mémoires publiés par la Société philomatique à l'occasion du centenaire de sa fondation*, 1788–1888, Paris, 1888, p. 69–75.

[1888b] *Calcul des probabilités*, Paris : Gauthier–Villars, 1888; 2e éd. 1907.

Bertillon (L.A.)

[1876] La théorie des moyennes en statistique, *Journal de la Société de statistique de Paris*, 17 (1876), p. 265–271 et 286–308.

Bessel (F.W.)

[1823] Persönliche Gleichung bei Durchgangsbeobachtungen, *Abhandlungen von F. W. Bessel*, vol. III, Leipzig , 1876, p. 300–304.

Bicquilley (C.-F.)

[1804] *Théorie élémentaire du commerce*, Toul, 1804; rééd. commentée par P. Crépel, Lyon : Aléas, 1995.

Bienaymé (I.J.)

[1834] Mémoire sur la probabilité des résultats moyens des observations; démonstration directe de la règle de Laplace [présenté le 12 mai 1834 à l'Académie des sciences], *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France*, 5 (1838), p. 513–558.

[1835] De la durée de la vie en France depuis le commencement du XIXe siècle [présenté à l'Académie des sciences le 2 février 1835], *Annales d'hygiène publique et de médecine légale*, 18 (1837), p. 177–218.

[1838] Sur les erreurs de la méthode suivie dans le calcul de la probabilité des témoignages et des jugements [lu devant la Société philomatique le 2 juin 1838], *L'Institut*, VI (1838), p. 207–208.

[1839a] Théorème sur la probabilité des résultats moyens des observations [lu devant la Société philomatique le 4 mai 1839], *Ibid.*, VII (1839), p. 187–189.

[1839b] Effets de l'intérêt composé [lu devant la Société philomatique le 25 mai 1839], *Ibid.*, VII (1839), p. 208–209.

[1840] Sur la constance des causes, conclue des effets observés [lu devant la Société philomatique le 25 avril 1840], *Ibid.*, VIII (1840), p. 167–169.

[1845] De la loi de multiplication et de la durée des familles [lu devant la Société philomatique le 29 mars 1845], *Ibid.*, XIII (1845), p. 131–132.

[1852a] Sur la probabilité des erreurs d'après la méthode des moindres carrés, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 17 (1852), p. 33–78; *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des sciences de l'Institut de France*, 15 (1858) , p. 615–663.

[1852b] *Notice sur les travaux scientifiques de M. I.J. Bienaymé*, Paris, 1852.

[1853a] Sur les différences qui distinguent l'interpolation de M. Cauchy de la méthode des moindres carrés, et qui assurent la supériorité de cette méthode, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 37 (1853), p. 5–13.

[1853b] Remarques de M. Bienaymé à l'occasion des notes insérées par M. Cauchy dans les Comptes rendus de deux des séances précédentes, *Ibid.*, 37 (1853), p. 197–198.

[1853c] Considérations à l'appui de la découverte de Laplace sur la loi de probabilité dans la méthode des moindres carrés, *Ibid.*, 37 (1853), p. 309–324.

[1854] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1853, *Ibid.*, 38 (1854), p. 133–146.

[1855] Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir et qu'il avait appelé Loi des grands nombres, *Séances Acad. sci. morales pol.*, 31 (1855), p. 379–389 ; *J. Soc. statist. Paris*, 17 (1876), p. 199–204.

[1858] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1857, *C. R. Acad. sci. Paris*, 46 (1858), p. 267–269.

[1859] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1858, *Ibid.*, 48 (1859), p. 489–496.

[1865] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1864, *Ibid.*, 60 (1865), p. 248–255.

[1877] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1876, *Ibid.*, 84 (1877), p. 817–825.

Blanqui (A.)

[1839] *Cours d'économie industrielle, 1838–1839*, t. 3, Paris : Conservatoire des arts et métiers, 1839.

Bourdelais (P.) et Raulot (J.Y.)

[1987] *Une peur bleue. Histoire du choléra en France 1832–1854*, Paris : Payot, 1987.

Bravais (A.)

[1849] *Sur la manière de représenter les variations diurnes ou annuelles des éléments météorologiques par des séries trigonométriques*, Paris, 1849.

[1854] *Le Mont-Blanc, ou description de la vue et des phénomènes que l'on peut apercevoir du sommet du Mont-Blanc*, Paris, 1854.

Brian (É.)

[1991a] Le prix Montyon de statistique à l'Académie royale des sciences pendant la Restauration, *Revue de synthèse*, 112 (1991), p. 207–236.

[1991b] Les moyennes à la Société de statistique de Paris, 1874–1885, dans [Feldman *et al.* 1991, p. 107–134].

[1994] *La mesure de l'État : Administrateurs et géomètres au XVIII*^e^ *siècle*, Paris : Albin Michel, 1994.

Brian (E.) et Demeulenaere-Douyere (C.) (dir.)

[1996] *Histoire et mémoire de l'Académie des sciences*, Paris : Tec & Doc Lavoisier, 1996.

Bru (B.)

[1981] Poisson, le calcul des probabilités et l'Instruction publique, dans P. Costabel, P. Dugac et M. Métivier, éd., *Siméon-Denis Poisson et la science de son temps*, Paris : École polytechnique, 1981, p. 51–94.

Bru (B.), Jongmans (F.) et Seneta (E.)

[1992] I.J. Bienaymé : Family information and the proof of the criticality theorem, *International Statistical Review*, 60 (1992), p. 177–183.

Cagnat (R.)

[1892] *L'Armée romaine d'Afrique et l'occupation militaire de l'Afrique sous les empereurs*, Paris, 1892.

Carbuccia (J.L.)

[1853] *Armée d'Algérie. Du dromadaire, comme bête de somme et comme animal de guerre ;* éd. avec *Le régiment de dromadaires de l'armée d'Orient, 1798–1801, par M. Jonnard*, Paris, 1853.

CARVALLO (E.)

[1912] *Calcul des probabilités et ses applications*, Paris : Gauthier-Villars, 1912.

CAUCHY (A.L.)

[*Œuvres*] *Œuvres complètes*, 27 vol. en deux séries, Paris : Gauthier–Villars, 1882–1974.

[1853a] Mémoire sur l'évaluation d'inconnues déterminées par un grand nombre d'équations approximatives du premier degré, *C. R. Acad. sci. Paris*, 36 (1853), p. 1114–1122 ; *Œuvres* (I) 12, p. 36–46.

[1853b] Mémoire sur l'interpolation, ou remarques sur les remarques de M. Jules Bienaymé, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 64–69 ; *Œuvres* (I) 12, p. 63–68.

[1853c] Sur la nouvelle méthode d'interpolation comparée à la méthode des moindres carrés, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 100–109 ; *Œuvres* (I) 12, p. 68–79.

[1853d] Mémoire sur les coefficients limitateurs ou restricteurs, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 150–162 ; *Œuvres* (I) 12, p. 79–94.

[1853e] Sur les résultats moyens d'observations de même nature, et sur les résultats les plus probables, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 198–206 ; *Œuvres* (I) 12, p. 94–104.

[1853f] Sur la probabilité des erreurs qui affectent des résultats moyens d'observations de même nature, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 264–272 ; *Œuvres* (I) 12, p. 104–114.

[1853g] Sur la plus grande erreur à craindre dans un résultat moyen, et sur le système de facteurs qui rend cette plus grande erreur un minimum, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37, (1853), p. 326–334 ; *Œuvres* (I) 12, p. 114–124.

[1853h] Mémoire sur les résultats moyens d'un très grand nombre d'observations, *C. R. Acad. sci. Paris*, 37 (1853), p. 381–385 ; *Œuvres* (I) 12, p. 125–130.

CHABROL DE VOLVIC (G.J.G.) (éd.)

[1821–29] *Recherches statistiques sur la ville de Paris et le département de la Seine*, 4 vol., Paris : Imprimerie royale, 1821–1829.

CHEBYSHEV (P.L.)

[*Œuvres*] *Œuvres*, 2 vol., New York : Chelsea, 1961.

[1846] Démonstration élémentaire d'une proposition générale de la théorie des probabilités, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 33 (1846), p. 259–267 ; *Œuvres* I, p. 17–26.

[1858] Sur les fractions continues (traduit du russe par Bienaymé), *Journal de mathématiques pures et appliquées*, (II) 3 (1858), p. 289–323 ; *Œuvres* I, p. 201–230.

COCHRAN (W.G.)

[1982] *Contribution to statistics*, New York : Wiley, 1982.

COLLOQUE QUETELET

[1997] *Quetelet : un homme d'idées*, Actes du colloque de Bruxelles (24–25 octobre 1996), Académie royale de Belgique, 1997.

CONDORCET (M.-J.-A.-N. Caritat de)

[*Arith. pol.*] *Arithmétique politique. Textes rares ou inédits (1767–1789)*, éd. par B. Bru et P. Crépel, Paris : INED, 1994.

COUMET (E.)

[1970] La théorie du hasard est–elle née par hasard ? *Annales : Économies, Sociétés, Civilisations*, 25 (1970), p. 574–598.

COURNOT (A.A.)
[*Œuvres*] *Œuvres complètes*, 11 vol., Paris : Vrin, 1973–1989.
[1838] Mémoire sur les applications du calcul des chances à la statistique judiciaire, *J. math. pures appl.*, 3 (1838), p. 257–334.
[1843] *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, Paris, 1843 ; *Œuvres* I, 1984.
[1851] *Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique*, Paris, 1851 ; *Œuvres* II, 1975.
[1913] *Souvenirs 1760–1860*, éd. par Bottinelli (E.P.), Paris : Hachette, 1913.

CRÉPEL (P.)
[1994] Calcul des probabilités : de l'arithmétique sociale à l'art militaire, dans B. Belhoste, A. Dahan, A. Picon, dir., *La Formation polytechnicienne (1794–1994)*, Paris : Dunod, 1994, p. 197–215.

CREUZER (G.F.)
[1825–51] *Religions de l'antiquité considérées principalement dans leurs formes symboliques et mythologiques*, (ouvrage traduit de l'allemand, refondu, complété et développé par J.D. Guigniaut ; publié par C.C. Soyer avec la collaboration de A. Maury et E. Vinet), 10 vol., Paris, 1825–1851.

DALE (A.I.)
[1991] *A history of inverse probability*, New York : Springer, 1991.

DASTON (L.J.)
[1988] *Classical probability in the enlightment*, Princeton : Princeton University Press, 1988.

DELAPORTE (P.)
[1990] *Le savoir de la maladie. Essai sur le choléra de 1832 à Paris*, Paris : PUF, 1990.

DEMAY (V.P.)
[1843] Monographie des secours publics de Paris, Mémoire concourant pour le prix de Statistique de 1843, Fondation Montyon. (Manuscrit déposé à la bibliothèque du ministère de l'Intérieur, rubrique Économie politique, n° 143.)
[1866] *Les fastes de la vertu pauvre en France ou maximes extraites de discours prononcés aux distributions solennelles des prix Montyon à l'Institut*, Paris, 1866.

DE MORGAN (A.)
[1833–43] Least squares ; Mean ; Probability ; Weight of observations ; and other articles, dans *The Penny Cyclopaedia*, 27 vol., London, 1833–1843.
[1837] Review of *Théorie analytique des probabilités, Dublin Review*, 2 (1837), p. 338–353, et 3 (1837), p. 237–248.

DESROSIÈRES (A.)
[1993] *La politique des grands nombres : Histoire de la raison statistique*, Paris : La Découverte, 1993.

DIARD (H.)
[1866] *Statistique morale de l'Angleterre et de la France, par A.M. Guerry. Études sur cet ouvrage*, Paris, 1866.

DONNANT (D.F.)
[1805] *Théorie élémentaire de la statistique*, Paris, 1805.

DUPIN (Ch.)
[1845] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique pour l'année 1843, *C. R. Acad. sci. Paris*, 20 (1845), p. 674–690.

[1848] *Bien-être et concorde des classes du peuple français*, Petits traités publiés par l'Académie des sciences morales et politiques, 4e livraison, Paris, 1848.

[1856] Rapport sur le concours pour le prix de Statistique, *C. R. Acad. sci. Paris*, 42 (1856), p. 123–137.

Dupin (C.), Navier (C.L.) et Poinsot (L.)

[1836] Observations [sur la note de M. Poisson 1836a], *C. R. Acad. sci. Paris*, 2 (1836), p. 380–382.

Faucher (L.)

[1855–56] Mélanges d'économie politique et de finances, avec une introduction de L. Wolowski, 2 vol., Paris, 1855–1856.

[1867] Correspondance, *Œuvres*, t. 1, Paris, 1867.

Feldman (J.), Lagneau (G.) et Matalon (B.) (éd.)

[1991] *Moyenne, milieu, centre : histoires et usages*, Paris : EHESS, 1991.

Feller (W.)

[1936] Ueber den zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, *Mathematische Zeitschrift*, 40 (1936), p. 521–559.

Feynman (R.)

[1987] *Lumière et matière : une étrange histoire*, Paris : Interéditions, 1987.

Fontanon (C.) et Grelon (A.) (éd.)

[1994] *Dictionnaire biographique des professeurs du CNAM*, Paris : INRP-CNAM, 1994.

Foucault (M.)

[1981] Statistique et rationalité libérale, *Leçons au Collège de France*, mars 1981 [notes à paraître].

Fourier (J.)

[*Œuvres*] *Œuvres de Fourier*, 2 vol., Paris, 1890.

[1819] Extrait d'un mémoire sur la théorie analytique des assurances, *Annales de chimie et de physique*, 10 (1819), p. 177–189.

[1826] Mémoire sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations, dans [Chabrol de Volvic 1826, vol. 3, p. ix–xxxv] ; *Œuvres* 2, p. 525–545.

[1829] Second mémoire sur les résultats moyens et sur les erreurs des mesures, dans [Chabrol de Volvic 1829, vol. 4, p. ix–xlviii] ; *Œuvres* 2, p. 549–590.

Fréchet (M.)

[1924] *Calcul des probabilités à la portée de tous*, Paris : Dunod, 1924.

[1937] Généralités sur les probabilités. Éléments aléatoires, dans E. Borel, dir., *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*, t. I, fasc. III, premier livre, Paris : Gauthier-Villars, 1937 ; 2e éd., 1950.

Garnier-Pagès (L.)

[1861–72] *Histoire de la Révolution de 1848*, 10 vol., Paris, 1861–1872.

Gauss (C.F.)

[1823] Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae, Göttingen, 1823 (suppl. 1826) ; *Werke*, vol. IV, 1873, p. 1–108. Trad. fr. par J. Bertrand, *Méthode des moindres carrés. Mémoires sur la combinaison des observations*, Paris, 1855.

Gillispie (C.C.)

[1979] Mémoires inédits ou anonymes de Laplace sur la théorie des erreurs, les polynômes de Legendre, et la philosophie des probabilités, *Revue d'histoire des sciences*, 32 (1979), p. 223–279.

GOURNERIE (J. de la)

[1878] Sur les travaux de M. Bienaymé, *C. R. Acad. sci. Paris*, 87 (1878), p. 617–619.

GUERRY (A.M.)

[1833] *Essai de statistique morale de la France*, Paris, 1833.

[1859] Mémoire sur la Statistique morale de l'Angleterre comparée à la Statistique morale de la Fance (lu le 8 janvier 1859), *Séances Acad. sci. morales pol.*, (1859), p. 5–51.

[1864] *Statistique morale de la France et de l'Angleterre*, Atlas de 17 cartes, avec une « Introduction contenant l'histoire de l'application des nombres aux sciences morales », Paris, 1864.

GUERRY (A.M.) et LEURET (F.)

[1840] *Recueil des chants pour les élèves de l'École de l'Hospice de Bicêtre*, Paris, 1840.

GUILBAUD (G.T.)

[1959] Les problèmes de la statistique, dans [Gurvitch 1959] ; rééd. dans *Mathématiques, informatique et sciences humaines*, 34e année, no 135 (1996), p. 33–50.

GURVITCH (G.)

[1959] *Traité de sociologie*, t. 1, Paris : PUF, 1959.

HEUSCHLING (X.)

[1847] *Manuel de statistique ethnographique universelle*, Bruxelles, 1847.

HEYDE (C.) et SENETA (E.)

[1972] The simple branching process, a turning point test and a fundamental inequality : A historical note on I.J. Bienaymé, *Biometrika*, 59 (1972), p. 680–683.

[1975] Bienaymé, *Bulletin of the International Statistical Institute* (Proceedings of the 40th Session, Warsaw), 46 (1975), p. 318–331.

[1977a] Bienaymé, Irenée-Jules, dans *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 15, New York : Scribner's Sons, 1977.

[1977b] *I.J. Bienaymé. Statistical theory anticipated*, New York : Springer, 1977.

JONCKHEERE (W.G.)

[1965] La table de mortalité de Duvillard, *Population*, 20 (1965), p. 865–874.

JONGMANS (F.)

[1996] *Eugène Catalan, géomètre sans patrie, républicain sans république*, Mons : Société belge des professeurs de mathématique d'expression française, 1996.

[1997] Bienaymé, Bruges et la Belgique, dans [*Journée* 1997, p. 5–21].

JONGMANS (F.) et SENETA (E.)

[1993] The Bienaymé family history from archival materials and background to the turning-point test, *Bulletin de la Société royale des sciences de Liège*, 62 (1993), p. 121–145.

[1994] A probabilistic "New Principle" of the 19th century, *Archive for History of Exact Sciences*, 47 (1994), p. 93–102.

JORLAND (G.)

[1997] Bienaymé et les statistiques médicales, dans [*Journée* 1997, p. 61–66].

JOURNÉE BIENAYMÉ

[1997] *Irenée Jules Bienaymé 1796–1878*, Actes de la Journée organisée le 21 juin 1996 par le Séminaire d'histoire du calcul des probabilités et de la statistique (EHESS), Paris : Cahiers du CAMS, no 138, 1997.

Jozeau (M.-F.)

[1997] *Géodésie au XIX^{e} siècle : De l'hégémonie française à l'hégémonie allemande. Regards belges*, thèse, Paris : Université Paris 7, 1997.

Kramp (C.)

[1799] *Analyse des réfractions astronomiques et terrestres*, Strasbourg, an VII.

Krüger (L.), Daston (L.J.) et Heidelberger (M.) (éd.)

[1987] *The probabilistic revolution*, 2 vol., Cambridge : M.I.T. Press, 1987.

Lacroix (S.F.)

[1816] *Traité élémentaire du calcul des probabilités*, Paris, 1816; 2^{e} éd., Paris, 1822.

Laplace (P.S.)

[*Œuvres*] *Œuvres complètes de Laplace*, 14 vol., Paris : Gauthier-Villars, 1878–1912.

[1774] Mémoire sur la probabilité des causes par les événements, *Mémoires présentés à l'Académie royale des sciences par divers savans*, 6 (1774), p. 621–656; *Œuvres* VIII, p. 27–65.

[1777] Recherches sur le milieu qu'il faut choisir entre les résultats de plusieurs observations, dans [Gilispie 1979, p. 228–256].

[1780] Mémoire sur les probabilités [lu le 31 mai 1780], *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris, année 1778*, 1781, p. 227–332; *Œuvres* IX, p. 383–485.

[1785] Sur les naissances, les mariages et les morts (lu le 30 novembre 1785), *Ibid., année 1783*, 1786, p. 693–702; *Œuvres* XI, p. 35–46.

[1811] Sur les intégrales définies, *Nouveau bulletin des sciences publié par la Société philomatique*, 2 (1811), p. 262–266 [non repris dans *Œuvres*].

[1812] *Théorie analytique des probabilités*, Paris, 1812; 3^{e} éd. Paris, 1820; *Œuvres* VII.

[1814] *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, 1814; 5^{e} éd., Paris, 1825; rééd. Paris : Bourgois, 1986.

La Placette (J.)

[1697] *Divers traités sur des matières de conscience*, Amsterdam, 1697.

[1714] *Traité des jeux de hazard défendu contre les objections de M. de Joncourt et de quelques autres*, La Haye, 1714.

Lécuyer (B.P.)

[1977] Médecins et observateurs sociaux. Les annales d'hygiène publique et de médecine légale (1820–1850), dans J. Mairesse, éd., *Pour une histoire de la statistique*, t. 1, Paris : INSEE, 1977, p. 445–476.

Legoyt (A.)

[1843] *La France statistique*, Paris, 1843.

Le Play (F.)

[1841] Statistique, dans P. Leroux et J. Reynaud, éd., *Encyclopédie nouvelle ou Dictionnaire philosophique, scientifique, littéraire et industriel, offrant le tableau des connaissances humaines du XIX^{e} siècle, par une société de savans et de littérateurs*, t. 8, Paris, 1841, p. 275.

[1855] *Les Ouvriers européens. Étude sur les travaux, la vie domestique et la condition morale des populations ouvrières de l'Europe, précédée d'un exposé de la méthode d'observation*, Paris, 1855.

Leterrier (S.A)

[1995] *L'institution des sciences morales. L'Académie des sciences morales et politiques, 1795–1850*, Paris : l'Harmattan, 1995.

LÉVY (P.)

[1935] Propriétés asymptotiques des sommes de variables aléatoires indépendantes ou enchaînées, *J. math. pures appl.*, 14 (1935), p. 347–402.

[1970] *Quelques aspects de la pensée d'un mathématicien*, Paris : A. Blanchard, 1970.

LIAGRE (J.–B.)

[1852] *Calcul des probabilités et théorie des erreurs*, Bruxelles, 1852.

LÜTZEN (J.)

[1990] *Joseph Liouville 1809–1882 : master of pure and applied mathematics*, New York : Springer, 1990.

MAIRESSE (J.) (éd.)

[1988] *Estimations et sondages*, Paris : Economica, 1988.

MAITTE (B.)

[1981] *La Lumière*, Paris : Seuil, 1981.

MANDELBAUM (J.)

[1980] *La Société philomathique de Paris de 1788 à 1835. Essai d'histoire institutionnelle et de biographie collective d'une société scientifique parisienne*, thèse, Paris : EHESS, 1980.

MARCH (L.)

[1910] Essai sur un mode d'exposer les principaux éléments de la théorie statistique, *J. Soc. statist. Paris*, 51 (1910), p. 447–486.

[1926] L'analyse de la variabilité, *Metron*, 6 (1926), p. 2–64.

[1930] *Les Principes de la méthode statistique*, Paris : Félix Alcan, 1930.

MARTIN (T.)

[1994] *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, thèse, Paris : EHESS, 1994.

[1995] Probabilités et philosophie des mathématiques chez Cournot, *Rev. hist. math.*, 1 (1995), p. 111–138.

[1996] *Probabilités et critique philosophique selon Cournot*, Paris : Vrin, 1996.

[1997] Bienaymé et Cournot, dans [*Journée* 1997, p. 39–45].

MAURY (A.)

[1860] Du mouvement moral des sociétés d'après les derniers résultats numériques de la Statistique morale, *Revue des deux mondes*, (II) 29 (1860), p. 456–484.

[1867] *Guerry, André-Michel, avec des discours de MM. H. Diard et E. Vinet*, Paris, 1867.

MEUSNIER (N.)

[1987] *Jacques Bernoulli et l'Ars conjectandi. Documents pour l'étude de l'émergence d'une mathématisation de la stochastique*, Rouen : IREM, 1987.

[1992] *Christiaan Huygens et Jacques Bernoulli : la première partie de l'Ars conjectandi*, Paris : Cahiers du CAMS (Série Histoire du calcul des probabilités et de la statistique, 14), 1992.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE ET DU COMMERCE

[1851a] *Caisse de retraites pour la vieillesse sous la garantie de l'État. Tarif des retraites ou rentes viagères*, Paris : Imprimerie nationale, 1851.

[1851b] *Tableaux et calculs relatifs à diverses questions sur les résultats de la Caisse de retraites pour la vieillesse, pour les préposés de la Caisse des dépôts et consignations*, Paris : Imprimerie nationale, 1851.

Mireaux (E.)

[1961] Louis-René Villermé, *Académie des sciences morales et politiques*, séance publique annuelle du 2 décembre 1961, *Institut* 1961, 31, Paris : Firmin-Didot.

Mises (R. von)

[1919] Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, *Math. Z.*, 4 (1919), p. 1–97 ; *Selected Papers*, vol. 2, Providence : American Mathematical Society, 1964, p. 41–48.

[1964] *Mathematical theory of probability and statistics*, New York : Academic Press, 1964.

Moivre (A. de)

[1718] *The doctrine of chances*, London, 1718 ; 3^e^ éd., 1756 ; réimpr. New York : Chelsea, 1967.

Montmort (P.R. de)

[1708] *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*, Paris, 1708 ; 2^e^ éd. revue et augmentée de plusieurs lettres, Paris, 1713 ; réimpr. New York : Chelsea, 1980.

Moreau de Jonnès (A.)

[1838] *Observations sur un rapport fait à l'Académie des sciences, pour décerner le prix de statistique à de nouvelles tables de mortalité. Séances du 9 et du 16 juillet 1838*, Paris, 1838.

[1847] *Éléments de statistique*, Paris, 1847.

[1853] Suite du mémoire de M. Villermé, *Séances Acad. sci. morales pol.*, 26 (1853), p. 422–424.

[1858] *Aventures de guerre au temps de la République et du Consulat*, 2 vol., Paris, 1858 ; réimpr. Paris : Guy Le Prat, 1946.

[1861] *Ethnogénie caucasienne. Recherches sur la formation et le lieu d'origine des peuples*, Paris, 1861.

Neyman (J.)

[1937] Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (A) 236 (1937), p. 333–380.

Nikulin (M.S.)

[1987] Bernstein's regularity conditions in a problem of empirical Bayesian approach, *Journal of Soviet Mathematics*, 36 (1987), p. 596–600.

[1992] A remark on the converse of Laplace's theorem, *Ibid.*, 59 (1992), p. 976–979.

Nouvelle biographie générale

[*NBG*] *Nouvelle biographie générale*, tome 46, Paris : Firmin-Didot, 1877.

Ocagne (M. d')

[1894] Sur la composition des lois d'erreurs de situation d'un point, *C. R. Acad. sci. Paris*, 118 (1894), p. 517–520.

Poincaré (H.)

[1895] *Théorie analytique de la propagation de la chaleur*, Leçons professées pendant le premier semestre 1893–1894, Paris, 1895.

[1896] *Calcul des probabilités*, rédaction de A. Quiquet, Paris, 1896 ; 2^e^ éd. revue et augmentée par l'auteur, Paris : Gauthier-Villars, 1912.

Poisson (S.-D.)

[1810] Présentation du mémoire de M. Laplace sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres, *Bull. sci. Soc. philom. Paris*, 2 (1810–11), p. 132–136.

[1811] Sur les intégrales définies, *Ibid.*, 2 (1810–11), p. 243–252 et 375–380.

[1824] Sur la probabilité du résultat moyen des observations, *Connaissance des temps pour l'an 1827*, (1824), p. 273–302.

[1829] Suite du mémoire précédent, *Additions à la Connaissance des temps pour l'année 1832*, (1829) p. 3–22.

[1830] Note sur la probabilité du résultat moyen des observations, *Bulletin des sciences mathématiques, physiques et chimiques*, 13 (1830), p. 266–271.

[1835] Recherches sur la probabilité des jugements principalement en matière criminelle, *C. R. Acad. sci. Paris*, 1 (1835), p. 473–494.

[1836a] Note sur la loi des grands nombres, *Ibid.*, 2 (1836), p. 377–380.

[1836b] Note sur le calcul des probabilités, *Ibid.*, 2 (1836), p. 395–400.

[1837] *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*, Paris, 1837.

Porter (T.M.)

[1986] *The rise of statistical thinking 1820–1900*, Princeton : Princeton University Press, 1986.

[1995] *Trust in numbers. The pursuit of objectivity in science and public life*, Princeton : Princeton University Press, 1995.

Quemada (B.) (éd.)

[1982] *Datations et documents lexicographiques : matériaux pour l'histoire du vocabulaire réunis par P. Enckel*, 2e série, t. 21, Paris : CNRS et Klinsieck, 1982.

Quetelet (A.)

[1835] *Sur l'homme et le développement de ses facultés ou Essai de physique sociale*, 2 vol., Paris, 1835.

[1846] *Lettres sur la théorie des probabilités, appliquée aux sciences morales et politiques*, Bruxelles, 1846.

[1848] *Du Système social et des lois qui le régissent*, Paris, 1848.

[1854] Mémoire sur les variations périodiques et non périodiques de la température, *Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique*, 28 (1854) .

[1870] *Anthropométrie, ou mesure des différentes facultés de l'homme*, Bruxelles, 1870.

Rémusat (C. de)

[1845] *Abélard*, Paris, 2 vol., 1845.

[1854] Nouvelles recherches touchant l'influence de la scolastique sur la langue française [lu à l'Académie le 6 mai 1854], *Séances Acad. sci. morales pol.*, 28 (1854), p. 377–406.

Reybaud (L.)

[1842–43] *Études sur les réformateurs contemporains ou socialistes modernes, Saint–Simon, Ch. Fourier, Robert Owen*, 3e éd., 2 vol., Paris, 1842–1843 ; Slatkine Reprints, 1979.

Rohrbasser (J.M.)

[1997a] Bienaymé et les tables de mortalité, dans [*Journée* 1997, p. 47–60].

[1997b] *L'arithmétique de la Providence. Johann Peter Süssmilch : démographie et physico-théologie*, thèse, Paris : EHESS, 1997.

Say (J.B.)

[1852] *Cours complet d'économie politique pratique*, 3e éd. augmentée de notes par Horace Say, son fils, 2 vol., Paris, 1852.

Seneta (E.)

[1979] Round the historical work on Bienaymé, *The Australian Journal of Statistics*, 21 (1979), p. 209–220.

[1982a] Bienaymé, Irenée Jules ; Cauchy, Augustin-Louis ; Chebyshev (or Tchébichef), Pafnuty Lvovich. articles dans *Encyclopedia of Statistical Sciences*, éd. par S. Kotz et N.L. Johnson, vol. 1, New York : Wiley, 1982.

[1982b] Criticality theorem ; Dispersion theory, *Ibid.*, vol. 2, 1982.

[1983] Galton-Watson process, *Ibid.*, vol. 3, 1983.

[1997a] I.J. Bienaymé. The criticality theorem and the extinction of families. The internationalization of mathematics, dans [*Journée* 1977, p. 71–79].

[1997b] I.J. Bienaymé [1796–1878] : Criticality, inequality, internationalization, *Bull. Int. Statist. Inst.* (Proceedings of the 51th Session, Istanbul), 57–1 (1997), p. 67–70.

Sheynin (O.B.)

[1986] A. Quetelet as a statistician, *Arch. Hist. Exact Sci.*, 36 (1986), p. 281–325.

[1994a] Chebyshev's lectures on the theory of probability, *Ibid.*, 46 (1994), p. 321–340.

[1994b] Bertrand's work on probability, *Ibid.*, 48 (1994), p. 155–199.

[1996] *The history of the theory of errors*, Egelsbach : Hänsel-Hohenhausen, 1996.

Stigler (S.M.)

[1974] Cauchy and the witch of Agnesi : An historical note on the Cauchy distribution, *Biometrika*, 61 (1974), p. 374–380.

[1982] Thomas Bayes's Bayesian inference, *Journal of the Royal Statistical Society*, (A) 147 (1982), p. 250–258.

[1986] *The history of statistics. The measurement of uncertainty before 1900*, Cambridge (Mass.) : The Belknap Press of Harvard University Press, 1986.

[1995] Edwin Bidwell Wilson, dans *Encyclopedia of Statistical Science*, (Supplément), éd. par W.H. Kruskal et J.M. Tanur, New York : The Free Press.

[1996] Adolphe Quetelet : statistician, scientist, builder of intellectual institution, [*Colloque Quetelet* 1996, p. 47–61].

Taton (R.)

[1990] La Société philomathique de Paris et les sciences exactes. Premier tiers du XIX^e siècle, dans [Thomas 1990, p. 37–54].

Thomas (A.) (éd.)

[1990] *La Société philomathique de Paris et deux siècles d'histoire des sciences en France*, Paris : PUF, 1990.

Thuillier (G.)

[1983] *L'ENA avant l'ENA*, Paris : PUF, 1983.

[1990] Les querelles autour de la table de mortalité de Duvillard : les critiques de Bienaymé et de Demonferrand, *Bulletin d'histoire de la Sécurité sociale*, (juillet 1990), p. 47–56.

Tocqueville (C.A. de)

[1964] *Souvenirs*, Paris, Gallimard, 1964 ; rééd., avec une préface de F. Braudel, Paris, 1978.

Verdet (E.)

[1852] Sur l'explication du phénomène des couronnes, *Ann. chim. phys.*, (III) 34 (1852), p. 129–140.

Vicat (L.)

[1853] *Recherches statistiques sur les substances calcaires à chaux hydraulique et à ciment naturel*, Paris, 1853.

Villermé (L.R.)

[1840] *Tableau de l'état physique et moral des ouvriers employés dans les manufactures de coton, de laine et de soie*, 2 vol., Paris, 1840 ; rééd., Paris : Union Générale d'Éditions (10/18), 1971.

[1853] Considérations sur les tables de mortalité, *Séances Acad. sci. morales pol.*, 26 (1853), p. 395–422.

Wilson (E.B.)

[1927] Probable inference, the law of succession, and statistical inference, *Journal of the American Statistical Association*, 22 (1927), p. 209–212.

Wolowski (L.)

[1848] *Études d'économie politique et de statistique*, Paris, 1848.

[1867] Discours du Président, *J. Soc. statist. Paris*, 8 (1867), p. 277–282.

[1874] Éloge de Quetelet, *Ibid.*, 15 (1874), p. 118–126.