Revue d'Histoire des Mathématiques

Le rôle des diagrammes dans quelques traités de la « Petite astronomie »

Guy Le Meur

Tome 18 Fascicule 2

2012

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `revues@smf.ens.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 67 €; prix public hors Europe : 76 €;
prix au numéro : 38 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
18 (2012), p. 157–221

LE RÔLE DES DIAGRAMMES DANS QUELQUES TRAITÉS DE LA « PETITE ASTRONOMIE »

Guy Le Meur

Résumé. — Cet article porte sur les diagrammes de traités de la « Petite astronomie ». On entend sous ce nom un ensemble de traités anciens transmis par la tradition manuscrite grecque, dont la composition pourrait remonter aux environs du quatrième siècle de notre ère, à Alexandrie. Elle a pu servir d'introduction pédagogique à l'étude de l'*Almageste* de Ptolémée. Elle comprend, entre autres, des ouvrages d'Autolycos (vers 330 av. J.-C.), d'Euclide (vers 300 av. J.-C.) et de Théodose de Bithynie (vers 125 av. J.-C.) qui forment un corpus homogène d'astronomie sphérique élémentaire. Dans les diagrammes, l'auteur s'attache à dégager les règles et pratiques communes, qui marquent le style de démonstration de cette astronomie. Le diagramme n'y a pas pour fonction de procurer une image d'un objet géométrique, mais de schématiser les aspects spécifiquement astronomiques de la démonstration, liés à l'introduction du temps et du mouvement dans une situation géométrique.

Abstract (On diagrams in the *Little Astronomy*). — This article deals with the diagrams included in some treatises of the *Little Astronomy*. Under this name, one means a set of ancient treatises which are handed down to us by the Greek tradition and which could have been gathered roughly in the fourth century AD in Alexandria. It could have been used as a pedagogic introduction to the study of Ptolemy's *Almagest*. It includes works by Autolycos (ca. 330 BC), Euclid (ca. 300 BC) and Theodosius of Bithynia (ca. 125 BC) among others. These treatises provide a corpus of elementary spherical astronomy. Examining the diagrams,

Texte reçu le 6 octobre 2010, révisé le 16 février 2011, accepté le 11 mai 2011.

G. Le Meur, docteur en épistémologie de l'Université Lille 3.
Courrier électronique : guylemeur2@orange.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A20.

Mots clefs : Autolycos, Euclide, Théodose de Bithynie, astronomie sphérique, figures, mathématiques.

Key words and phrases. — Autolycos, Euclid, Théodosius of Bithynia, spherical astronomy, diagrams, mathematics.

the author endeavours to highlight the common rules and uses which characterize the style of the proof of this elementary astronomy. The function of these diagrams is not to depict geometrical objects but rather to schematize the truly astronomic aspects of the demonstration itself, which are related to the introduction of time or motion in a geometrical layout.

1. INTRODUCTION

Des manuscrits de tradition byzantine nous ont transmis cinq ouvrages qui constituent un ensemble homogène aussi bien par le domaine couvert que par l'approche mise en œuvre, soit, dans un classement par auteur : *De la sphère en mouvement* et *Des levers et couchers* d'Autolycos (vers 320 av. J.-C.), les *Phénomènes* d'Euclide (vers 300 av. J.-C.), *Des habitations* et *Des jours et des nuits* de Théodose (vers 125 av. J.-C.). L'objet de ces cinq traités est en effet de fournir, sur la base d'une géométrie sphérique (ignorant la trigonométrie), une explication des mouvements des astres ou constellations, des successions des levers et couchers, des temps de lever (ascension) ou de coucher des signes du zodiaque, des dates de première visibilité ou de dernière apparition d'étoiles ou de constellations, ou encore de la durée des jours et des nuits en fonction du mouvement annuel du Soleil le long de l'écliptique[1]. Ils reposent sur un corpus de géométrie sphérique (grands ou petits cercles sur une sphère, relations de tangence, intersections, similitude...) qui a dû se constituer antérieurement sous une forme ou sous une autre et dont nous n'avons qu'un témoin tardif en l'ouvrage de Théodose, les *Sphériques*. Ainsi, en incluant les *Sphériques*, nous obtenons

[1] Pour les termes techniques relatifs à l'astronomie, on pourra consulter Herrmann [1995]. Sur la pratique ancienne de cette science : Evans [1998]. Pour une introduction succinte on pourra aussi voir Aujac [1979b]. L'écliptique est le grand cercle de la sphère céleste parcouru par le Soleil dans son mouvement (annuel) apparent autour de la Terre. Étymologiquement, c'est le lieu des éclipses, qui se produisent près des points où ce cercle coupe l'orbite de la lune. Le plan de ce cercle est incliné par rapport à celui de l'équateur céleste : c'est un cercle *oblique*. Le zodiaque est une zone située entre deux cercles situés de part et d'autre de l'écliptique (et parallèles à ce dernier) d'une largeur de 16 degrés. Cette zone est divisée en douzes parties égales (les dodécatémories) nommées d'après les constellations les plus proches, les signes du zodiaque. Dans les traités que nous examinons, l'écliptique est nommée « cercle des signes », ou « cercle médian des signes ». Par commodité, nous dirons « écliptique ».

six traités avec la progression thématique suivante. Les *Sphériques* étudient la géométrie sur la sphère, sans faire acception de mouvement. Le traité d'Autolycos *De la sphère en mouvement* considère la rotation de la sphère autour de son axe, et met ainsi en mouvement les configurations décrites par certaines propositions du corpus de géométrie sphérique, cela d'un point de vue théorique, s'efforçant d'éviter les références explicites aux phénomènes astronomiques. Les autres ouvrages, s'appuient sur les propositions de cette « géométrie sphérique mise en mouvement » et entrent plus précisément dans l'explication des phénomènes, qui reste qualitative : « de la géométrie de la sphère, on passe ainsi à la géométrie de la sphère tournant autour d'un axe, puis on l'applique aux apparences célestes, aux Phénomènes » [Aujac 1979b, p. 40]. Dans cet article, nous désignerons par 'astronomie sphérique' le contenu thématique des ouvrages mentionnés et par 'géométrie sphérique' celui des *Sphériques* de Théodose[2].

Dans les manuscrits, des diagrammes sont associés aux propositions de ces traités. Ces diagrammes sont malaisément interprétables par un œil moderne. Il s'agit bien de « diagrammes » et non pas de « figures » au sens où on l'entendrait dans un traité d'astronomie sphérique moderne. Dans ce cas, on demanderait en effet que l'aspect visuel soit une bonne représentation d'une figure idéale (impliquant souvent l'utilisation de la perspective) ; dans ce contexte, le rôle de la représentation est d'autoriser une saisie intuitive de l'objet géométrique à l'appui de la démarche démonstrative que le lecteur est censé réeffectuer. Telle n'est pas la fonction des diagrammes de nos traités d'astronomie grecque. Il ne faut pas y rechercher une image de la configuration astronomique en examen dans la proposition. Le tracé est là pour soutenir la démonstration, dans sa spécificité astronomique, et il ne conserve de la configuration géométrique que les aspects pertinents de ce point de vue. Sa conformité n'est que logique ; on y retrouve les dispositions « relatives » des éléments (arcs de cercles, points, etc.) mais pas les véritables rapports géométriques de distance ni d'orthogonalité.

---

2 Dans la suite nous écrirons « *Sphériques* » pour désigner le traité de Théodose, et « Sphérique » pour faire allusion à l'hypothétique corpus de géométrie sur la sphère (grands cercles, petits cercles, intersections, tangence, similitudes d'arcs etc.), dont l'existence, sous quelque forme que ce soit, est requise par nos traités.

Il n'est assurément pas certain que ces diagrammes transmis soient conformes aux diagrammes des traités « originaux » tels qu'ils ont pu être éventuellement effectués par leurs auteurs supposés. Cependant de tels diagrammes sont indispensables à l'intelligibilité des démonstrations. Nous constatons en outre la stabilité relative du corpus diagrammatique dans les traités astronomiques ainsi que de la pérennité de conventions *de facto* dont l'usage se maintient même après la découverte de méthodes mathématiquement contrôlées, telle la projection stéréographique[3] ([Neugebauer 1975, p. 754]). Il est alors permis de supposer que l'existence et la forme de ces diagrammes, au moins dans leur conception générale, peuvent remonter aux époques des auteurs des traités.

Neugebauer [1975, p. 751-755] discerne dans ces traités, comme nous le ferons (mais avec des arguments un peu différents), deux « classes » de diagrammes : dans un cas la configuration sphérique est représentée d'une manière qui peut sembler naturelle : une « ellipse » (selon le terme utilisé par Neugebauer, mais il s'agit plus précisément d'une figure lenticulaire formée de deux arcs de cercle) représentant l'écliptique est placée à l'intérieur d'un cercle figurant le contour ou profil (*outline*) d'une sphère, ce dernier n'étant cependant pas un profil de sphère mais une figuration de l'horizon sur lequel une étoile est en train de se lever, tandis que l'écliptique a la position indiquée relativement à cet horizon. Ce diagramme doit donc être « lu » ou déchiffré pour que l'on puisse en tirer les informations utiles concernant la configuration sphérique. Selon Neugebauer, ce type de diagrammes peut néanmoins être interprété comme montrant la sphère vue de la direction perpendiculaire à l'horizon. Une telle « interprétation 'visuelle' » (Neugebauer) reste cependant

---

3 Selon Neugebauer [1975, p. 858] la projection stéréographique a été inventée au moins deux siècles avant Ptolémée. Cet auteur [Neugebauer 1975, p. 868-869] avance le nom d'Hipparque comme inventeur de cette méthode. Cette dernière a été utilisée, au début de notre ère, dans la construction d'horloges mécaniques représentant les mouvements célestes sur un plan, ou ensuite d'astrolabes. Selon nous, il se peut que les auteurs versés dans l'astronomie sphérique n'aient tout simplement pas ressenti le besoin de changer la manière de concevoir les diagrammes, parce qu'ils leur semblaient convenir parfaitement à l'usage qu'ils en faisaient. La projection stéréographique, par exemple, a pu apparaître comme une « technique » de fabrication d'instruments, sans rapport immédiat avec la « théorie » de l'astronomie sphérique.

impossible pour la seconde classe, dans laquelle cercles et arcs situés au-dessus de l'horizon sont montrés à l'intérieur du cercle et ceux qui sont au-dessous sont montrés à l'extérieur. Neugebauer ne voit pas, à l'origine de ce second type de diagramme, un choix mathématique délibéré fondé sur la séparation du visible et de l'invisible. Il préfère l'interpréter comme l'expression d'une tendance « commune à maints aspects de l'art illustratif 'primitif' » tel qu'on le rencontre dans les dessins égyptiens. Pour cet auteur, ces diagrammes, certes sans rapport avec les dessins égyptiens, sont néanmoins sous l'influence de « strates archaïques de civilisation » qui prolongent leurs effets hors du contexte qui leur a donné naissance comme, par exemple, chez Ptolémée qui utilise des représentations du même type, dans l'*Almageste*, de même que chez ses commentateurs.

Les sources anciennes ne proposent aucun commentaire sur ces diagrammes, qu'il s'agisse des règles de leur composition, de leur usage ou de leur raison d'être. Parmi les modernes, quelques auteurs ont réalisé des études concernant la structure et la fonction des diagrammes des grands traités grecs de géométrie, d'Archimède, d'Apollonius ou d'Euclide (voir § 3.1) mais, notre corpus d'ouvrages astronomiques reste très peu exploré sous ce rapport.

Au-delà des difficultés que nous éprouvons à interpréter ces diagrammes, gênés peut-être par des réflexes inculqués par une éducation moderne, nous nous attacherons ici à dégager des règles qui, de fait, en régissent l'organisation. Certes, tout comme le texte, les diagrammes présentent des variantes dans les divers manuscrits. On peut évaluer leur ampleur grâce aux éditeurs et traducteurs modernes qui ont fait en sorte de reproduire les diagrammes des manuscrits, munis d'un apparat critique plus ou moins détaillé selon les cas[4]. Takanori Suzuki [2008] a effectué,

[4] Germaine Aujac [1979a, p. 38] reproduit, pour *La sphère en mouvement* et *Des levers et couchers* d'Autolycos, les « figures (...) que l'on trouve dan le *Vatic. gr.* 204 et, à quelques variantes près, dans tous les manuscrits ». En cela elle est fidèle à la pratique de Mogenet [1950, p. 194], qui annonce des figures « conformes à celles des manuscrits », dotées en outre d'un apparat critique qui suit l'apparat du texte. Dans son édition, traduction et commentaire des *Sphériques* de Théodose, Claire Czinczenheim [2000] reproduit également les diagrammes du manuscrit *Vatic. gr.* 204. En indiquant qu'il est « impossible de décrire toutes les variations du dessin » elle déclare avoir tenté de sélectionner les plus significatives, en ne conservant que celles qui étaient communes

pour les *Phénomènes* d'Euclide un relevé systématique de diagrammes sur quatre manuscrits représentatifs de la recension *a*, de la recension *b* et de la tradition arabe. On y constate des variations d'orientation, par exemple une rotation de 90 ou 180 degrés, des ajouts d'éléments superflus (notamment le cercle toujours visible ou le cercle toujours invisible[5]). Sur certains manuscrits, des arcs de cercles sont réduits à des segments de droites ; sur d'autres, on observe des erreurs ou omissions, etc. Mais on ne trouve pas de différences fondamentales dans l'organisation de ces diagrammes. Notre propos ne sera pas d'effectuer une étude de ces variations mais, au contraire, de tenter de dégager les manières de figurer, les conventions *de facto* qui, dans le contexte de l'astronomie sphérique, relèvent du rôle spécifique du diagramme dans la démonstration. Il s'agit donc là d'une perspective philosophique et épistémologique.

Notre parcours sera le suivant. Après avoir retracé le contexte historique de l'ensemble habituellement dénommé « Petite astronomie » qui inclut les six ouvrages que nous y avons distingués en tant que témoins d'un domaine d'astronomie sphérique élaborée sans rien que l'on puisse qualifier de trigonométrie (§ 2), nous essaierons d'introduire quelques points de discussion générale à propos de la spécificité des diagrammes dans nos traités d'astronomie sphérique (§ 3). Nous constaterons que les démonstrations de cette astronomie sphérique, si elles se fondent bien sur la mise en place de situations géométriques (une sphère céleste, des points sur cette sphère, des cercles etc.), ont cependant pour objet essentiel d'établir des relations temporelles (ordre des levers, des couchers, durées d'ascension...). Le contexte est celui d'une sphère céleste (cosmos) portant des astres animés d'un mouvement circulaire uniforme, auquel se superpose, pour le Soleil, son mouvement propre sur l'écliptique. Nous verrons dans la dualité de ces mouvements une raison de l'existence des deux types de diagrammes déjà remarqués par Neugebauer, qui se

à plusieurs manuscrits et propose également un apparat critique des diagrammes des *Sphériques*. Elle ajoute que « les figures se sont généralement transmises à l'identique jusqu'à la traduction de Gérard de Crémone » (cette dernière étant une traduction latine, témoin de la tradition latérale arabo-latine).

5 Voir § 5.2 pour une définition de ces cercles.

rencontrent de manière assez distincte dans les traités d'astronomie sphérique. Selon nous cette dualité de mouvement implique une dualité de temporalité (ou, si l'on veut, d'échelle temporelle : diurne et annuelle). C'est pourquoi nous procéderons à une brève revue des manières dont nos textes évoquent les notions de temps et de mouvement uniforme (§ 4). Cela nous permettra de mettre en relation les deux temporalités avec les deux types de diagrammes que nous avons nommés (pour des raisons qui apparaîtront) diagrammes « à base séparatrice » et diagrammes « à base orientée » (§ 5). Le second type est intensivement mis en œuvre dans le traité d'Autolycos, *Des levers et couchers*, dont l'objet est la description de phénomènes à périodicité annuelle, dans le contexte d'une « théorie » systématique de ces levers et couchers. Nous réserverons l'exposé de cette théorie et des particularités diagrammatiques associées pour un article ultérieur, nous limitant ici à une description brève du type de diagrammes « à base orientée » et de ses usages. Nous consacrerons, en revanche, la sixième partie à une exploration des moyens graphiques de repérer les relations temporelles dans les diagrammes « à base séparatrice » qui sont utilisés dans le cadre de propositions mettant en cause le mouvement diurne ou de propositions articulant mouvement diurne et mouvement annuel. Nous expliciterons, sur des exemples, comment les démonstrations portant sur les relations temporelles se trouvent schématisées dans les diagrammes. Nous mettrons ainsi en évidence que leur caractère « hermétique » pour les modernes tient pour l'essentiel à la mise en œuvre systématique de façons de faire, qui fonctionnent comme des conventions, adaptées à la pratique de l'astronomie sphérique par les anciens, dans le contexte qui était le leur[6].

---

6 Nous nous fonderons essentiellement sur les diagrammes du manuscrit *Vatic. gr.* 204 qui est le plus ancien contenant nos traités et dont la copie se trouve être très soignée ; les diagrammes y sont tracés à la règle et au compas. Les figures qui illustreront nos commentaires seront de trois sortes. La première sorte est constituée de diagrammes redessinés, d'après le manuscrit, à l'aide d'un logiciel (programme DRaFT en accès libre, sous licence GNU GPL, `http://www.hs.osakafu-u.ac.jp/~ken.saito/` ; 15/09/2010) développé par Ken Saito et al. [Saito 2006]. Le principe de ce logiciel n'est pas de fournir une reproduction photographique ni numérique du diagramme original. Il s'agit de tracer les éléments géométriques tels que cercles, arcs, segments en conservant leurs rapports de dimensions. Ces tracés sont donc « idéaux », en ce sens qu'ils ne tiennent pas compte d'imperfections mineures,

2. UN CORPUS D'ASTRONOMIE SPHÉRIQUE

Une scholie placée en position de sous-titre au livre VI de la *Collection mathématique*[7] de Pappus (vers 340 après J.-C.) indique : « *il contient les solutions des questions embarrassantes qui se présentent dans la petite collection astronomique* »[8] (περιέχει ἀποριῶν λύσεις τῶν ἐν τῷ μικρῷ ἀστρονομουμένῳ). Dans le préambule à ce livre VI, Pappus fait allusion à « *ceux qui professent le domaine astronomique* » (τὸν ἀστρονομούμενον τόπον διδάσκοντες) qui « *se sont enquis avec trop peu de soin au sujet de ses propositions, (…) en ajoutent certaines comme étant nécessaires, et en omettent d'autres comme n'étant pas nécessaires* ». Du fait que ce livre VI est consacré au commentaire de plusieurs des traités transmis de manière groupée et repérés notamment dans le manuscrit *Vatic. gr.* 204, l'expression μικρὸς ἀστρονομούμενος a été interprétée par les érudits du XVII^{e} et XVIII^{e} siècles Vossius puis Fabricius, comme une référence à

---

telles le « tremblé » éventuel de la main. La disposition relative des points (notamment ceux qui sont affectés d'une lettre permettant une référence dans le texte) est conservée, et par là, la disposition relative de tous les éléments géométriques qui constituent le diagramme. L'épaisseur des traits est uniforme (les diagrammes du manuscrit ne font pas un usage signifiant de l'épaisseur du trait). Les lettres sont approximativement placées, par rapport aux éléments qu'elles affectent, à peu près comme sur le manuscrit, mais elles sont en caractères d'imprimerie, sans que l'échelle soit respectée. Les diagrammes de ce type seront signalés par la présence, dans leur légende, de la précision : *Vatic. gr.* 204. Nous ferons en outre usage de diagrammes effectués par nos soins, ne reproduisant ceux du manuscrit que dans le principe, complétés d'éléments explicatifs, ou au contraire simplifiés, et enfin de dessins « modernes » (utilisant des éléments de perspective). Par ailleurs, nous serons amené à citer les auteurs anciens. Sauf indication contraire, la traduction sera la nôtre et les indications mises entre crochets, à l'intérieur de ces citations, seront notre fait.

7 On pense aujourd'hui que la *Collection* de Pappus est la réunion de différents écrits de Pappus réalisée, à des fins pédagogiques, au tournant des VI^{e} et VII^{e} siècles de notre ère [Decorps-Foulquier 2000, p. 47-50], bien que cette opinion ne soit pas unanimement partagée ; Jones, en particulier, soutient que la formation de ce corpus est beaucoup plus ancienne, les éditeurs de Pappus ayant travaillé directement à partir de notes et de brouillons retrouvés à la mort de Pappus [Jones 1986, p. 15-18]. Par commodité, nous continuerons à utiliser ce titre de *Collection* pour désigner cet ensemble d'écrits dont le principe de regroupement est incertain.

8 Pappus, *Coll.*, livre VI. Cette citation de la *Collection mathématique*, et les suivantes, sont données dans la traduction Ver Eecke [1982].

un ensemble de textes mathématiques et astronomiques qui, dans l'enseignement à Alexandrie au IIIe siècle de notre ère, aurait servi de transition entre l'étude des *Éléments* d'Euclide et celle de l'*Almageste* de Ptolémée [Mogenet 1950, p. 163], [Neugebauer 1975, p. 768] et aurait formé la « collection des petits astronomes ». L'hypothèse de l'intitulé « Petite astronomie » pour une collection antérieure au manuscrit le plus ancien qui en présente le regroupement (*Vatic. gr.* 204) ne repose pratiquement que sur l'existence de cette scholie au livre VI de Pappus[9].

La composition du manuscrit *Vatic. gr.* 204 est la suivante[10], dans l'ordre : 1. les *Sphériques* de Théodose, 2. *De la sphère en mouvement* d'Autolycos, 3. l'*Optique* et 4. les *Phénomènes* (recensions[11] *b*) d'Euclide, 5. *Des*

[9] Nous ne connaissons que deux autres occurrences de l'expression dans le corpus grec. L'une se trouve dans un commentaire anonyme à l'*Almageste*, ou *Prolégomènes à l'Almageste*, plus précisément dans sa partie qui concerne les figures isopérimétriques. Un lemme donnant une relation d'inégalité dans un triangle rectangle y est déclaré « *démontré par Théon dans son commentaire au Petit astronome* » (traduction [Acerbi et al. 2010]). Une étude récente (Acerbi et al., article cité) résume les débats qui ont eu lieu sur la question de l'auteur de ces *Prolégomènes* anonymes. Il en ressort qu'il s'agit d'une compilation réalisée dans l'antiquité tardive, à rattacher au milieu néoplatonicien de la fin du Ve ou du début du VIe siècle de notre ère. Nous ne connaissons pas de « commentaire au Petit astronome », de Théon d'Alexandrie (IVe siècle après J.-C.). Cependant des démonstrations du lemme en question sont présentes dans l'*Optique* d'Euclide, dans le *Commentaire à l'Almageste* de Théon, dans une scholie anonyme aux *Sphériques* de Théodose (III,2) et dans une scholie anonyme à la *Collection mathématique* de Pappus (V,4). Il peut donc y avoir une bévue de l'auteur des *Prolégomènes*, ou s'il n'y a pas de bévue, on pourrait imaginer, comme le suggèrent Acerbi et al., l'existence d'un commentaire de Théon (dont la seule attestation serait cette remarque des *Prolégomènes*) contenant des annotations ponctuelles et des lemmes qui auraient été distribués dans les marges et dans le texte du corpus astronomique transmis notamment par le *Vatic. gr.* 204. La seconde occurrence de l'expression « petite astronomie » n'a pas, semble-t-il, été remarquée à ce jour : elle se trouve, en deux exemplaires, dans deux scholies au livre XIV (dû à Hypsiclès) des *Éléments* d'Euclide, figurant dans le codex *Monac. gr.* 427 et renvoyant sans aucun doute possible aux *Sphériques* de Théodose. Ces scholies ont été publiées par Heiberg [1903] ; elles peuvent donc être d'origine antique. Cependant, dans leur ensemble, les occurrences de l'expression « petit astronomie » n'apportent pas d'élément décisif quant à l'attestation d'une « collection » portant ce nom.

[10] Pour les différentes listes d'ouvrages dont il sera question dans cette partie, voir l'annexe en fin d'article.

[11] L'*Optique* et les *Phénomènes* d'Euclide nous sont transmis par les manuscrits selon deux rédactions, habituellement dénommées « recension *a* » et « recension *b* ». C'est

habitations et 6. *Des jours et des nuits* de Théodose, 7. *Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune,* d'Aristarque de Samos (vers 250 av. J.-C.), 8. *Des levers et couchers* d'Autolycos, 9. *Anaphoricos* [12] d'Hypsiclès (IIe siècle avant J.-C.), 10. la *Catoptrique* d'Euclide, 11. le *Commentaire aux Coniques d'Apollonius de Pergè* par Eutocius d'Ascalon (VIe siècle après J.-C.), 12. les *Données* d'Euclide suivies de scholies, 13. un commentaire aux *Données* d'Euclide par Marinos de Néapolis (VIe siècle après J.-C.), 14. des scholies anonymes aux *Éléments* d'Euclide. Une page blanche placée après la Catoptrique, sépare le manuscrit en deux parties.

La composition de ce manuscrit ne peut donc pas être antérieure au VIe siècle de notre ère, en raison de la présence d'Eutocius et de Marinus de Néapolis.

Pappus, dans le livre VI de la *Collection,* commente six traités qui se trouvent dans ce manuscrit : les *Sphériques, De la sphère en mouvement, Des jours et des nuits, Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune,* l'*Optique* et les *Phénomènes.* Ces ouvrages (hormis l'*Optique*) ont trait directement à l'astronomie. Au livre VII de la *Collection,* Pappus commente les *Données* d'Euclide et les *Coniques* d'Apollonius.

Il y a donc des similitudes entre le contenu du *Vatic. gr.* 204 et les livres VI et VII de la *Collection* de Pappus qui peuvent laisser penser qu'il existe une relation entre ces textes [Czinczenheim 2000, p. 24 sq.]. Mais il est impossible de déterminer la nature de cette relation : le livre VI de Pappus est-il un commentaire d'un corpus existant ou bien le contenu du manuscrit *Vatic. gr.* 204 est-il partiellement arrangé pour correspondre au livre VI de Pappus ? Les deux documents dépendent-ils d'un troisième document antérieur ? Le fait qu'un regroupement identique de traités se retrouve dans la tradition arabe a pu inciter à penser que la première partie du manuscrit *Vatic. gr.* 204 renvoie à l'existence d'un corpus antérieur, qui ne comprendrait ni les *Données* ni le commentaire d'Eutocius. Dans cette perspective, il

la seconde qui figure dans les manuscrits qui transmettent les traités de la « Petite astronomie ». Pour une discussion sur les origines de ces recensions et sur leurs différences voir Acerbi [2007, p. 591 sq. et p. 606 sq.] et les références indiquées par cet auteur.

12 Traité qui a pour objet les temps de lever (en l'occurrence : des signes du zodiaque).

y aurait lieu de penser que la *Catoptrique* (dont l'authenticité est douteuse) n'en faisait pas partie non plus [Czinczenheim 2000]. Cependant, le premier manuscrit arabe connu qui contienne ce regroupement[13] (augmenté des *Sphériques* de Ménélaüs) est daté de 1230, tandis qu'une collection intitulée « livres intermédiaires » composée sous l'impulsion de Nasîr ad-Dîn at-Tûsî, durant le XIIIe siècle, propose, entre autres, des versions révisées de traductions de la plupart des ouvrages de la première partie du *Vatic. gr.* 204[14], avec une traduction nouvelle, à partir du grec, du traité d'Aristarque. Antérieurement à cette période ne sont attestées que des traductions de traités séparément effectuées par différents traducteurs, notamment au IXe ou Xe siècle (al-Kindî, Ishâk ibn Hunayn, Qustâ ibn Lûqâ, Thâbit ibn Qurra) [Acerbi 2007, p. 672]. Les témoignages arabes d'un ensemble analogue à celui qui nous est transmis par le corpus grec sont donc trop tardifs pour être considérés comme reflets d'une collection grecque antérieure à la séparation des deux traditions manuscrites[15].

Des auteurs modernes continuent cependant de parler de « Petite astronomie » sans toutefois être en total accord sur sa composition : les listes proposées comprennent en général les neuf ou dix traités (suivant que l'on inclut la *Catoptrique* ou non) présents dans la première partie du manuscrit *Vatic. gr.* 204. On hésite ensuite sur les *Données* d'Euclide, certains évoquent les *Sphériques* de Ménélaüs d'Alexandrie[16] ; ces dernières ne nous sont parvenues que par l'intermédiaire de la tradition arabe mais elles y figurent en compagnie des traités dont il est question ici.

En résumé, Neugebauer a certainement raison de mettre en doute l'intitulé « Petite astronomie » pour un recueil de traité de mathématiques et

---

13 Dans l'ordre, selon notre numérotation des textes dans le *Vatic. gr.* 204, donnée au début de cette partie : 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 ; avec les *Sphériques* de Ménélaüs [Pingree 1968].

14 Dans l'ordre, selon le même principe : 12, 1, 2, 5, 3, 4, 6, (...), 7, (...), 8, 9, (...), les *Sphériques* de Ménélaüs. Nous avons signalé par des points entre parenthèses la présence d'ouvrages qui ne nous concernent pas ici, notamment du corpus archimédien (*ibid.*).

15 Bernard Vitrac (communication privée).

16 Claire Czinczenheim [2000, p. 24-25] exclut les *Données*, la *Catoptrique* d'Euclide et les *Sphériques* de Ménélaüs, au contraire de Germaine Aujac [1970] qui les inclut. De ces trois traités, Tannery [1893] n'inclut que la *Catoptrique*, tandis que Heath [1981] n'inclut que les *Sphériques* de Ménélaüs.

d'astronomie qui aurait existé vers le IIIe siècle de notre ère. Il reste néanmoins qu'un corpus de textes ayant trait à l'astronomie semble avoir été constitué. La constitution d'un codex, par exemple, rassemblant des traités résidant jusque-là sur des rouleaux, a pu en être l'occasion[17]. Une telle opération aurait pu intervenir vers le IVe siècle. Au lieu d'une « collection » de la Petite astronomie, mieux vaudrait alors, en reprenant le terme qu'utilise Pappus au début de son livre VI, parler d'un « domaine » (τόπος) de l'astronomie, dans la mesure où la signification de ce terme inclut le caractère organisé du rassemblement des ouvrages constituant ledit domaine. L'utilisation scolaire de ces traités a probablement entraîné de nombreux remaniements et réécritures. Ainsi, les textes de la dite « Petite astronomie » sont « très lourdement interpolés » [Czinczenheim 2000, p. 29].

Nous suggérons donc qu'il est possible de considérer l'ensemble d'ouvrages formant la première partie du *Vatic. gr.* 204 comme un domaine au sens de Pappus, c'est-à-dire une collection organisé de traités reliés à un même sujet, ici l'astronomie. Par là, nous ne voulons pas suggérer que Pappus, dans son livre VI, avait en vue précisément ce corpus mais nous prenons simplement acte du fait que les connaissances que nous avons de la pratique des anciens concernant les textes scientifiques ne s'opposent pas à l'existence d'un domaine astronomique plus ou moins reflété par la première partie du *Vatic. gr.* 204. Au sein de ce domaine figurent les six ouvrages énumérés dans notre introduction, à savoir, selon un classement par auteur : *De la sphère en mouvement* et *Des levers et couchers* d'Autolycos, *Phénomènes* d'Euclide, *Sphériques*, *Des habitations* et *Des jours et des nuits* de Théodose. Ils développent de fait, par des méthodes homogènes, un modèle géométrique des phénomènes astronomiques, conçu autour des propriétés de la sphère. Il s'agit d'ailleurs très précisément des ouvrages que Neugebauer [1975] commente ensemble dans une section de son *Histoire de l'astronomie mathématique ancienne*, intitulée « Astronomie sphérique avant Ménélaüs ». Notre étude s'appuiera sur cet ensemble. Ainsi, selon notre critère thématique, nous exclurons de notre champ l'*Optique* d'Euclide dont le sujet n'est pas l'astronomie, l'*Anaphoricos* d'Hypsiclès

---

[17] La possibilité d'envisager une telle hypothèse nous a été suggérée par Bernard Vitrac (communication privée).

dont la méthode est arithmétique et *Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune* d'Aristarque dont le traitement ne fait pas intervenir le mouvement en tant que tel et applique des relations de proportion à des figures géométriques planes statiques (résultant éventuellement de sections d'objets à symétrie de révolution, sphères, cônes, par un plan contenant l'axe, donnant des cercles et des triangles rectangles).

L'ensemble des six ouvrages vise ultimement à expliquer les apparences célestes (levers et couchers, durée du jour) par des hypothèses géométriques et en prenant en compte deux types de mouvements. Le premier de ces mouvements est à périodicité diurne (c'est celui des « fixes », étoiles et signes du zodiaque), le second est celui du Soleil, à périodicité annuelle, le long de l'écliptique. Dans le cas des levers et couchers héliaques ou de la durée du jour, par exemple, les « apparences » (ou « phénomènes ») sont l'effet conjugué de ces deux mouvements. Ces thèmes sont dans le droit fil d'une tradition de la pensée grecque ancienne préoccupée du mouvement des fixes (étoiles fixes, constellations, signes du zodiaque), du Soleil et de la Lune. Les levers et couchers d'étoiles ou de constellations avaient en effet une grande importance pour régler la vie agricole ou les périodes de navigation, en l'absence de calendriers civils fiables. Les ouvrages que nous avons énumérés sont la manifestation tangible d'une activité théorique ayant pour but de donner une explication de type géométrique à ces phénomènes, cette activité pouvant être supposée en amont d'une pratique pédagogique.

3. LES DIAGRAMMES DE L'ASTRONOMIE SPHÉRIQUE

3.1. *Approche générale*

Les diagrammes présents dans les manuscrits ont longtemps été considérés par les éditeurs et traducteurs modernes sous l'angle de la « correction » mathématique, comme le souligne Ken Saito [2006], en citant la traduction par Ver Eecke [1959] des *Sphériques* de Théodose. Toutefois, dès les années 1930, Rome [1931–43] a pris soin, dans son édition des commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste, de reproduire aussi précisément que possible les diagrammes en les munissant d'un apparat critique. Dans son travail éditorial sur les traités d'Autolycos, Mogenet [1950, p. 194] indique nettement qu'il fournit des figures « conformes à celles des manuscrits », dotées d'un apparat critique à la suite de l'apparat du texte. Plus récemment, Alexander Jones, par exemple, a procuré une édition du livre VII de la *Collection* de Pappus munie d'un apparat critique pour les diagrammes [Jones 1986]. Il en est de même de Reviel Netz [2004] pour le traité *De la sphère et du cylindre* d'Archimède. Germaine Aujac [1979a, p. 38] reproduit, pour *La sphère en mouvement* et *Des levers et couchers* d'Autolycos, les « figures (...) que l'on trouve dans le *Vatic. gr.* 204 et, à quelques variantes près, dans tous les manuscrits ». Dans son édition, traduction et commentaire des *Sphériques* de Théodose, Claire Czinczenheim [2000] reproduit également les diagrammes du manuscrit *Vatic. gr.* 204, en déclarant avoir tenté d'en sélectionner les variantes les plus significatives, communes à plusieurs manuscrits et elle propose également un apparat critique des diagrammes des *Sphériques.*

La prise en considération des diagrammes a pu permettre d'obtenir des informations sur l'histoire des textes. Ainsi Micheline Decorps-Foulquier [1999] a spécialement examiné le corpus des diagrammes transmis dans les livres I-IV du traité des *Coniques* d'Apollonius de Pergè pour dégager les pratiques à l'œuvre et tenter de distinguer ce qui peut remonter à l'auteur Apollonius et ce qu'il faudrait attribuer à l'éditeur-commentateur Eutocius d'Ascalon.

Une question essentielle, pour tirer parti de la présence des diagrammes, dûment édités, est d'en élucider la raison d'être dans ces traités, de comprendre leur fonction.

Reviel Netz [1999] a insisté sur la relation particulière du diagramme au texte et son rôle dans l'établissement de la preuve. Il s'appuie pour cela sur l'étude d'œuvres mathématiques, tels les *Éléments* d'Euclide, les ouvrages d'Archimède ou d'Apollonius. Selon cet auteur, les diagrammes sont partie intégrante de la démonstration. Ils ne viennent pas en illustration, pour soutenir la pensée du lecteur, mais ils ont une fonction propre. Le diagramme n'est pas une image, mais une représentation schématique allusive. Il y a donc une relation spécifique entre le diagramme et le texte. Par exemple, ce dernier manipule des lettres dans des assertions du type « AB est donc plus grand que ΓΔ... » et c'est l'inspection du diagramme qui renseigne sur les objets visé par les dénominations. C'est pourquoi Netz parle de « diagrammes lettrés » (*lettered diagrams*). Le rôle de spécification des références lettrées apparaît nettement dans la partie formelle de la démonstration nommée « exposition »[18] (ecthèse) où, précisément, sont mis en relation les éléments génériques de l'énoncé et les éléments concrets du diagramme (les éléments génériques sont alors « instanciés »). Netz [1999, p. 27] montre, par ailleurs, que certaines des assertions intervenant dans les démonstrations ne résultent pas du texte seul, mais plutôt d'une « combinaison du texte et du diagramme » et que, souvent, le texte lui-même est structuré par l'exploration du diagramme.

3.2. *Spécificité diagrammatique de l'astronomie sphérique*

Une première spécificité des diagrammes de l'astronomie sphérique est le rôle qu'y joue la sphère. Netz [1999, p. 17], parle de « complexité optique » (*optical complexity*). Il remarque que les diagrammes faisant intervenir des sphères ne proposent pas une représentation visuelle mais qu'ils emploient un système « quasi-symbolique » où, « au lieu d'un cercle s'enroulant autour d'une sphère, sa partie cachée est montrée *à l'extérieur* de la sphère » (italiques de l'auteur). Il est parfaitement clair que, dans ce cas, la raison d'être des diagrammes n'est pas de ressembler à des objets ou des figures idéales, même s'il faut admettre entre l'époque ancienne et la nôtre une modification des « façons de voir ». Netz y voit, en un certain sens, des « graphes » au sens mathématique moderne et non pas des dessins représentatifs.

---

18 Rappelons que des traités mathématiques de la Grèce ancienne, tels les *Éléments* d'Euclide, les *Coniques* d'Apollonius (vers 200 avant J.-C.), les traités de la Petite astronomie, présentent leurs théorèmes et leurs démonstrations selon une structure formelle fixe, même si des variantes mineures peuvent se trouver ici ou là. La proposition avec sa démonstration se décomposent en 6 parties : l'*énoncé,* en termes génériques, l'*ecthèse,* exposition où l'on instancie les objets génériques à l'aide de lettres, le *diorisme* où, après la formule « je dis que... » l'énoncé est répété sous forme instanciée, la *construction* où l'on procède éventuellement à l'ajout d'éléments géométriques utiles au raisonnement qui va suivre, la *démonstration,* la *conclusion* qui constate que la proposition est démontrée en réitérant l'énoncé, introduit par la conjonction « donc ».

Une seconde caractéristique de cette astronomie sphérique est de devoir faire intervenir le mouvement dans un contexte géométrique. Ainsi, nous montrerons que, par les diagrammes, il ne s'agit pas tant de « représenter » une sphère, que de mettre en scène la mobilité. Dans ces traités, les astres « fixes » sont supposés liés à la sphère du cosmos et donc animés, solidairement, de son mouvement « uniforme », qu'en termes modernes nous décrirons comme à périodicité diurne. Le propos du traité *De la sphère en mouvement* d'Autolycos est exactement de décrire comment le mouvement uniforme[19] d'une sphère, autour d'un axe, se traduit en mouvement de points, ou de cercles qui en sont solidaires. Le traité des *Phénomènes* d'Euclide se préoccupe aussi du mouvement diurne, sous la même hypothèse. Dans les autres ouvrages de notre corpus (hormis les *Sphériques* qui, nous l'avons dit, ne considèrent pas de mouvement), le Soleil est animé de ce mouvement global du cosmos, mais en outre il se déplace sur un cercle (« le cercle des signes », c'est-à-dire notre écliptique), lequel est également solidaire du cosmos, toujours selon un mouvement « uniforme »[20], qu'en termes modernes nous dirons à périodicité annuelle. Cette dernière hypothèse reste implicite dans le traité d'Autolycos *Des levers et couchers* ; elle est explicite dans le préambule (inauthentique) au traité de Théodose *Des jours et des nuits.*

---

19 Les énoncés des trois premières propositions du traité commencent par une formule identique : « 'Eὰν σφαῖρα στρέφηται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα... » (« Si une sphère tourne à vitesse uniforme autour de son axe », trad. Aujac). L'introduction qui figure dans le traité des *Phénomènes* d'Euclide, indique que « le cosmos est sphérique et tourne uniformément autour de son axe » (d'après la traduction anglaise de Berggren-Thomas [1996]) : « ὁ κόσμος ἐστὶ σφαιροειδὴς καὶ στρέφεται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἄξονα... ».

20 Les Anciens connaissaient l'anomalie du Soleil (écart de son mouvement par rapport à un mouvement uniforme), bien qu'il ne soit pas aisé de déterminer depuis quel moment et selon quelles modalités. Neugebauer souligne qu'est attesté un grand intérêt de l'astronomie grecque débutante, au v^{e} siècle avant J.-C., pour la détermination des équinoxes et des solstices, probablement dans la perspective de la confection de calendriers. L'inégalité des intervalles entre ces jours (c'est-à-dire la durée des saisons) a pu être associée à une anomalie du Soleil. Il note aussi que la théorie eudoxienne des sphères homocentriques, ne prévoit pas d'anomalie du Soleil ; laquelle est par ailleurs un ingrédient de l'astronomie babylonienne [Neugebauer 1975, p. 55 et p. 627].

3.3. *Le rôle des sphères matérielles*

On peut se demander s'il existe une relation entre les diagrammes de l'astronomie sphérique et les sphères matérielles représentant la sphère céleste. Bien qu'il ne subsiste pas de modèle matériel du ciel antérieur à la période romaine (le plus ancien est l'Atlas de Farnese, probablement réalisé d'après un modèle hellénistique [Evans & Berggren 2006, p. 28]), on sait qu'il a existé des maquettes de la sphère céleste, et des sphères armillaires. Géminos (entre 50 avant J.-C. et 50 après J.-C.) évoque les sphères armillaires et les « sphères solides »[21], Ptolémée indique comment construire une sphère armillaire[22] (sous le nom « d'astrolabe »). Cicéron, dans *La République*, fait parler un certain Philus : « [Sulpicius Gallus[23]] *demanda d'apporter la sphère enlevée par l'aïeul de M. Marcellus* [24], *après la prise de la très riche et très belle ville de Syracuse, (...). Bien que j'eusse très souvent entendu parler de cette sphère fameuse, à cause de la gloire d'Archimède, je ne fus pas frappé par son aspect. Il y avait en effet une autre sphère, plus jolie et plus connue du public ; c'était également une œuvre d'Archimède, et le même Marcellus l'avait déposée dans le temple de la Vertu (...). Gallus disait que l'invention de l'autre sphère, qui était faite d'une seule masse compacte, était ancienne et que Thalès de Milet avait été le premier à la tourner ; plus tard, Eudoxe de Cnide, un disciple, disait-il, de Platon, y avait tracé le dessin des constellations et des étoiles fixes du ciel. Toute la représentation graphique de cette belle ordonnance, Aratus, bien des années plus tard, l'a empruntée à Eudoxe et l'a célébrée en vers, en recourant non à la connaissance de l'astronomie, mais à un grand talent poétique* »[25]. L'attribution à Thalès de la première idée d'utiliser une sphère pleine est assurément conjecturale ; cependant il est assez probable, comme l'affirme G. Aujac [2002b, p. 161], que la représentation matérielle a dû venir en aide à différents auteurs aussi bien

21 Géminos, *Isag.*, XVI,10 et XVI,12, [Aujac 2002a, p. 77-78]. Pour une revue des attestations de la sphère matérielle et de ses usages voir Aujac [2002b, notamment p. 131 sq., 157 sq. et 173 sq.].

22 Ptolémée, *Alm.*, V,1, [Toomer 1984].

23 Sulpicius Gallus (168 avant J.-C.), savant en mathématiques et astronomie.

24 M. Claudius Marcellus, petit-fils du vainqueur de Syracuse, consul en 166 av. J.-C. avec Sulpicius Gallus. On sait qu'Archimède, né à Syracuse, en 287 av. J.-C. semble-t-il, trouva la mort lors du siège de cette cité par Marcellus, en 212 av. J.-C.

25 Cicéron, *De rep.* I,XIV, 21-22, traduction Esther Bréguet [Bréguet & Yon 1994, p. 25-26].

qu'à des « enseignants », par exemple, pour mettre au point ou exposer les combinaisons de sphères par lesquelles Platon, Eudoxe, Callippe, Aristote expliquent les mouvements des planètes. Au fil de notre exposé nous signalerons quelques aspects de la mise en œuvre des diagrammes qui nous font penser qu'un modèle matériel de sphère céleste, quelle qu'en soit le type, est toujours sous-jacent.

4. LE TEMPS DE L'ASTRONOMIE SPHÉRIQUE

4.1. *Temps et mouvement*

4.1.1. *Le mouvement uniforme*

C'est toujours dans le contexte du mouvement uniforme que le terme « χρόνος », signifiant « temps », intervient dans nos ouvrages. Une définition du mouvement uniforme figure au tout début du traité *De la sphère en mouvement* : *« Des points sont dits transportés de manière uniforme*[26]*, s'ils sont tels qu'en un temps égal,* (ὁμαλῶς λέγεται φέρεσθαι σημεῖα ὅσα ἐν ἴσῳ χρόνῳ) *ils parcourent des grandeurs* (μεγέθη) *égales ou semblables. Si un point quelconque, transporté de manière uniforme sur une ligne* (γραμμή) *parcourt deux segments, le rapport* (λόγος) *entre les temps de parcours de chaque segment sera le même que le rapport entre les segments »*.

Cette définition comporte deux phrases. La première, assez allusive, est la plus strictement définitionnelle ; elle évoque les mouvements de plusieurs points effectués « en un temps égal ». La seconde phrase, considère un mouvement uniforme affectant un seul point, et met « en rapport » segments parcourus et temps de parcours.

La présence de cette définition, en tête du traité est suspectée par Germaine Aujac bien que, comme elle le précise elle-même, cette « définition » figure dans tous les manuscrits[27]. Nous sommes en accord avec Germaine

---

26 « uniforme » n'est probablement pas la meilleure traduction du terme « ὁμαλῶς » (« lisse », « sans aspérité », « égal »...), seul utilisé dans nos ouvrages, qu'il faudrait pouvoir distinguer du terme (« ἰσοταχέως », « équirapide ») utilisé par Archimède (voir ci-dessous). Nous adopterons néanmoins, par commodité, cette traduction dans la mesure où les nuances concernées n'affecterons pas notre propos.

27 [Aujac 1979a, n. 1 p. 42]. Il s'agirait d'une glose du terme ὁμαλῶς, présent dès la première proposition du traité.

Aujac pour mettre en doute l'authenticité de cette définition, dans l'état où elle est transmise[28]. Force est néanmoins de remarquer qu'une définition plus précise y serait utile, car la notion de mouvement « uniforme » est au cœur du traité. La première phrase de la définition transmise en est peut-être une version corrompue. Ou bien cette définition a pu disparaître et avoir été remplacée maladroitement par un « éditeur » conscient de sa nécessité. La seconde phrase ne fait pas nécessairement partie de la « définition » proprement dite[29].

Archimède considère le mouvement uniforme, non pas qualifié « ὁμαλῶς » (« lisse », « sans aspérité », « égal »...), mais « ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ » (« à vitesse égale par rapport à lui-même », « équirapide »). La proposition 1 du traité des *Spirales*, s'énonce : « *Si un point se transporte à une*

28 L'argument de G. Aujac ne nous semble pas suffisant pour rejeter la présence originaire de cette définition. Nous proposons deux raisons supplémentaires. La première est le défaut de précision de la définition qui ne donne pas la possibilité (contrairement à ce que semble admettre G. Aujac) de rattacher sans ambiguité la formule « grandeurs égales ou semblables » au contexte de la sphère et du mouvement circulaire (totalement absents de ce passage). En effet, dans la sphère en rotation ce sont des angles au centre (comptés sur des cercles parallèles) égaux qui sont balayés en un temps égal. Les arcs ne sont égaux en longueur que si les cercles parallèles qui les portent sont égaux ; sinon ils sont *semblables*, ce qui signifie que leurs angles au centre sont égaux. La notion d'angle au centre n'est jamais évoquée dans les traités qui nous intéressent. Un second argument est le fait que dans les propositions 2 et 3, qui vont suivre dans le traité, Autolycos s'attache précisément à *établir* une relation de réciprocité entre arcs semblables et temps de parcours, à partir de l'hypothèse d'une sphère en rotation « uniforme » autour de son axe. Si l'on admet la présence de la définition, sous la forme transmise, ces propositions ne seraient pas justifiées puisqu'elles ne feraient que tenter de la démontrer. Des incertitudes de texte sur la définition sont, par ailleurs, constatables si l'on confronte les différentes versions grecques aussi bien entre elles qu'avec la tradition arabo-latine. La première phrase (dont la traduction donnée ci-dessus est faite d'après le texte établi par Mogenet) est, par exemple, transmise par la tradition arabo-latine sous la forme : « un point *est dit se mouvoir d'un mouvement égal quand il parcourt des grandeurs (*quantitates*) égales et semblables (*aequales et similes*) dans des temps égaux* » (d'après le texte latin de Gérard de Crémone [Mogenet 1948]). Cette version, ne considérant *qu'un seul point* au lieu de plusieurs, est plus précise. Ajoutons à cela que le traité d'Autolycos n'utilise jamais la proportionalité, évoquée dans la seconde phrase, entre arcs parcourus et temps correspondants, pas plus que les autres traités de notre corpus. La présence de cette seconde phrase n'est donc pas nécessitée par le contexte.

29 Il peut s'agir d'une glose ou, comme le suggère Knorr [1982, p. 120, note 19] d'un théorème à démontrer sur la base de la définition.

vitesse égale par rapport à lui-même (ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον) *sur une certaine ligne et que soient prises sur celle-ci deux lignes, les <lignes> sélectionnées auront le même rapport entre elles que les temps* (χρόνοι) *dans lesquels le point a parcouru ces mêmes lignes* ».

Au cours de la démonstration de cette première proposition du traité des *Spirales*, Archimède est amené à déclarer que, puisque le mouvement d'un certain point est équirapide, il est clair (δῆλον) que deux segments (par ailleurs égaux) sont parcourus dans le même temps. Ainsi, l'hypothèse d'équirapidité se traduit par la propriété caractéristique : « distance égale en un temps égal ».

Autolycos traite le mouvement uniforme (qui est, pour lui, « ὁμαλῶς ») d'un point d'une sphère en rotation autour d'un axe, de la même manière qu'Archimède dans la démonstration de la proposition 1 des *Spirales*, en utilisant une définition implicite, ou propriété caractéristique, qui serait : un point en mouvement uniforme sur un cercle (parallèle) parcourt des arcs égaux en des temps égaux.

S'agissant de la *Sphère en mouvement*, s'il est question de comparer ou de mettre en relation les mouvements de points sur des parallèles différents, il faut alors faire intervenir des arcs, non plus égaux, mais semblables, et c'est l'objet des propositions 2 et 3 du traité d'Autolycos, qui établissent en fait une relation réciproque entre classes d'arcs semblables et temps : pour une sphère en mouvement uniforme autour d'un axe, tous les arcs semblables à un arc donné sont parcourus en un temps égal et, réciproquement, pendant un temps donné tous les arcs parcourus sont semblables.

4.1.2. *Temps et mouvement selon Aristote*

Il existe donc une relation de réciprocité entre temps et arc parcouru qui, dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme, est l'expression d'une réciprocité entre temps et mouvement qui renvoie à des considérations aristotéliciennes. Le Stagirite associe en effet très étroitement le temps et le mouvement : « *non seulement nous mesurons* [μετροῦμεν] *le mouvement par le temps, mais aussi le temps par le mouvement du fait qu'ils sont déterminés l'un par l'autre. En effet le temps détermine le mouvement en en étant le nombre, et le mouvement <détermine> le temps. Et nous parlons de beaucoup et de peu de temps en le mesurant, tout comme <nous mesurons> le nombre par ce qui peut être compté, par* *exemple par un cheval le nombre des chevaux* »[30]. Plus loin Aristote explique : « *chaque chose est mesurée par une unité du même genre — des monades par des monades, des chevaux par un cheval — de la même manière le temps aussi <est mesuré> par un temps déterminé ; or, comme nous l'avons dit, le temps est mesuré par le mouvement, aussi bien que le mouvement par le temps (et cela parce que la quantité* [τὸ ποσόν] *du mouvement aussi bien que du temps est mesurée par le mouvement déterminé selon le temps) ; si donc ce qui est premier est mesure des choses du même genre, le transport en cercle régulier* [ἡ κυκλοφορία ἡ ὁμαλή] *sera mesure par excellence, parce que son nombre est mieux connu* (…) *on est d'avis que le temps est le mouvement de la sphère <céleste>, parce que par lui les autres mouvements sont mesurés, et même le temps <est mesuré> par ce mouvement* »[31]. Nous n'aborderons pas ici les multiples questions que peuvent poser ces lignes d'Aristote[32] ; nous retiendrons particulièrement le fait du lien intime entre temps et mouvement ainsi que la possibilité de « mesurer » l'un par l'autre, le mouvement uniforme de la sphère céleste constituant néanmoins la « mesure » par excellence des autres mouvements.

Ainsi, le temps est « mesuré » par le mouvement (circulaire) et nous constatons en effet, chez Autolycos, de même que chez Euclide ou Théodose — même si ces auteurs ne parlent aucunement de « mesure » — que les intervalles de temps sont en relation réciproque avec des arcs, ces derniers en tant que parcourus par des points (étoiles) en un mouvement « uniforme » (ὁμαλή), selon lequel ils sont entrainés par la sphère qui les supporte. Aristote parle aussi dans le même passage (*Phys.* 223b6) de mouvements « accomplis simultanément » (ἅμα περαινόμεναι). Il entend par là des mouvements qui débutent et se terminent simultanément. En effet, pour le Stagirite, un mouvement selon le lieu (un « transport », « φορά ») est un tout caractérisé par le corps en mouvement (composé d'une matière[33]), son lieu de départ, sa trajectoire et son lieu d'arrivée, il

---

30 *Phys.* 220b-15 ; traduction Pellegrin [2000].

31 *Phys.* 223b-14 ; ibid. Traduction légèrement modifiée.

32 La littérature sur le temps chez Aristote est abondante. On pourra consulter, par exemple, Goldschmidt [1982].

33 À ce titre un mouvement selon le lieu ne peut concerner un point (par définition immatériel) que « par accident », en tant que ce point est animé du mouvement d'un corps auquel il est lié.

est d'emblée considéré comme « achevé ». Aristote dit que si des mouvements sont « accomplis simultanément », ces mouvements sont multiples, mais il n'y a qu'un seul temps. Ce dernier joue ainsi le rôle de « commune mesure » de plusieurs mouvements, cependant que le temps est lui-même mesuré par un mouvement de référence, le mouvement de la sphère céleste. Le temps ne peut intervenir qu'en relation avec un ou des mouvements.

4.1.3. *Le mouvement de la sphère céleste : levers et couchers des étoiles*

Dans le traité *De la sphère en mouvement,* Autolycos introduit un « grand cercle immobile » (perpendiculaire à l'axe, dans le contexte de la proposition) séparant « l'hémisphère visible de l'hémisphère invisible ». Ce sera le cercle de l'horizon[34], ou plutôt, si l'on s'en tient à la signification de l'expression grecque (ὁ ὁρίζων κύκλος), le « cercle séparateur » (du visible et de l'invisible). La proposition 1 du même traité a établi que les points de la surface de la sphère en mouvement, non situés sur l'axe, tracent des cercles parallèles perpendiculaires à l'axe. Ces cercles qui jouent un rôle fondamental et récurrent dans la description du mouvement diurne de la sphère des fixes sont systématiquement évoqués, dans nos traités, à l'aide d'une formule identiquement répétée : « le cercle parallèle sur lequel est transporté le point... ». Nous les appellerons « cercles de transport ».

La proposition 4 met en œuvre une définition implicite des levers et couchers à la fin dans la démonstration : un point Γ est pris « à la surface » de la sphère, son cercle de transport ΓΔ est tracé, intérieur au cercle AB, figurant le « cercle séparateur » (fig. 1), et ne le coupant pas (il a, en fait, même centre et lui est parallèle).

La démonstration établit (grâce aux propositions du corpus de Sphérique), que ces cercles, sur la sphère, sont parallèles. Le diagramme les représente bien parallèles, dans le plan. Le mouvement de rotation de

34 Cet horizon, perpendiculaire à l'axe du monde dans le contexte de cette proposition, est celui d'un hypothétique observateur situé au pôle terrestre, considération qui ne peut figurer dans le traité d'Autolycos car ce dernier ne fait que développer des propositions portant les mouvements de points, cercles sur une sphère etc. sans faire mention des étoiles, des cercles équateur, écliptique etc.

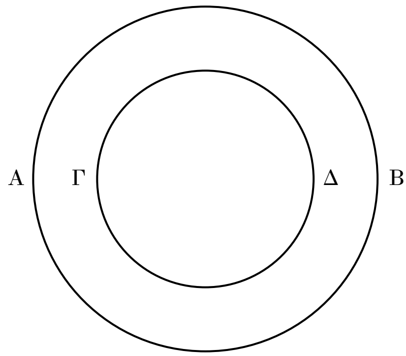


FIGURE 1. *Vatic. gr.* 204. *De la sphère en mouvement*, 4.

la sphère intervient (en tant qu'hypothèse d'un raisonnement « par l'absurde ») avec la précision suivante : « *si le point Γ se lève et se couche* [35], *c'est donc que le cercle ΓΔ coupe le cercle séparateur AB...* ». Ainsi se trouvent caractérisés les levers et couchers : au cours de la rotation de la sphère, un point de la surface de la sphère se lève et se couche quand son cercle de transport coupe le cercle séparateur[36].

35 Les verbes « se lever » et « se coucher » font partie des rares éléments de vocabulaire de ce traité qui peuvent se rattacher à l'astronomie. On peut aussi évoquer le terme « horizon » ; nous avons vu qu'il caractérise, pour un cercle, la fonction de séparation entre deux hémisphères dits « visible » et « invisible ». Il faut aussi signaler qu'en un endroit unique de *La sphère en mouvement* d'Autolycos, le mot « ἄστρα » (astres) est utilisé dans un contexte où partout ailleurs dans le traité c'est le mot « σημεῖα » (points) qui figure. G. Aujac [1979a, p. 61] y voit soit l'addition ancienne d'un copiste en un lieu du texte où Autolycos aurait laissé le mot « points » sous-entendu, soit la substitution d'une note explicative au mot « points » originel. G. Aujac remplace donc à cet endroit « ἄστρα » par « σημεῖα ».

36 Le traité *De la sphère en mouvement* réalise une modélisation géométrique de la sphère des fixes. Les énoncés des trois premières propositions du traité commencent par « *si une sphère tourne de manière uniforme autour de son axe...* » et ceux des neuf propositions suivantes (sauf celui de la proposition 8) qui achèvent l'ouvrage commencent, à des variantes mineures près, par « *si, sur une sphère, un grand cercle immobile (...) sépare l'hémisphère visible de l'hémisphère invisible...* ». Les hypothèses mises en avant par ces débuts d'énoncés définissent ainsi le modèle comme constitué d'une sphère en rotation uniforme et d'un plan sécant fixe passant par le centre (ce dernier découpant dans la sphère, le cercle « séparateur »). Les verbes ἀνατέλλειν (« se lever », s'il s'agit d'un astre, mais aussi « jaillir », « prendre sa source » pour une rivière) et δύνειν (« se coucher », pour un astre, mais aussi « s'enfoncer », « se plonger ») « codent », dans ce modèle

4.1.4. *Deux mouvements, deux « mesures » du temps*

Les ouvrages qui sont ici l'objet de notre attention supposent donc un cosmos animé d'un mouvement circulaire uniforme. Le Soleil, entraîné dans cette rotation du cosmos, parcourt en outre le cercle de l'écliptique, selon un mouvement également uniforme, se composant avec le précédent. Le premier mouvement, celui du cosmos, est à périodicité diurne, le second est à périodicité annuelle. Nous considérerons ainsi, en relation avec ces deux mouvements, une temporalité diurne et une temporalité annuelle, c'est-à-dire, dans un langage moderne, deux « échelles » de temps.

Dans nos traités, nous verrons apparaître deux « mesures » du temps, l'une selon le mouvement (uniforme) de la sphère céleste, l'autre selon le mouvement (uniforme) du Soleil le long de l'écliptique. Cela concrétise les deux temporalités que nous avons distinguées selon leur périodicité, la temporalité diurne et la temporalité annuelle. Cependant cette dualité des « mesures » peut se réduire par l'usage de la notion « d'échange d'hémisphère » par laquelle le temps annuel peut être « converti » en temps diurne ou inversement.

4.1.5. *L'« échange d'hémisphère »*

L'introduction[37] du traité des *Phénomènes* d'Euclide évoque une notion qui, en fait, décrit la traversée de la voûte céleste par l'intégralité d'un arc d'écliptique, en utilisant l'expression « ἐξαλλαγὴ φανεροῦ ἡμισφαιρίου », que nous traduirons par « échange d'hémisphère visible ». Berggren et Thomas [1996, p. 47] la traduisent par « *passage across the visible hemisphere* », tout en indiquant que l'expression grecque signifie littéralement, en anglais, « *interchange* ». C'est en effet ce dernier terme qu'utilise Neugebauer [1975, p. 759–760] qui remarque que la traduction latine de Menge porte « *permutatio* » et que la traduction de Nokk selon laquelle un arc « traverse » (*durchwandert*) l'hémisphère, si elle correspond à la signification

mathématique, les « phénomènes » sensibles que sont les levers et couchers d'étoiles. Le passage que nous citons offrira bien alors une « définition » implicite de termes (« levers » et « couchers ») internes à ce *modèle*.

37 Il y a des raisons de penser que cette introduction n'est pas authentique [Berggren & Thomas 1996, p. 8 sq.]. Mais Berggren et Thomas soulignent qu'elle est, de fait, assez bien adaptée au texte qu'elle introduit et correspond à son contenu. On peut donc y recourir.

effective, n'en rend pas la signification littérale. Il précise que l'origine de la terminologie est obscure. L'expression verbale « ἐξαλλάττειν τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον » est récurrente et nous la traduirons par « échanger l'hémisphère visible ». Le verbe grec porte bien une idée d'échange, et non pas de traversée[38]. La notion ne se trouve que dans les *Phénomènes* d'Euclide et le traité *Des nuits et des jours* de Théodose. Hormis dans les introductions de ces deux traités, elle est évoquée toujours sous la forme verbale : tel arc « échange l'hémisphère visible » pendant le temps que tel point traverse tel arc etc.

Pour un arc (il s'agira toujours d'un arc d'écliptique), « l'échange d'hémisphère visible » se produit entre le moment où l'origine de l'arc se lève et le moment où son extrémité se couche. Il est donc composé de trois parties : le lever de l'arc, sa traversée de la voûte céleste et, enfin, son coucher complet. L'échange de l'hémisphère invisible, quant à lui, est composé de même des trois parties suivantes : le coucher de l'arc, sa traversée de l'hémisphère situé au-dessous de la Terre et son lever complet à l'horizon.

L'expression « échange d'hémisphère » nous semble renvoyer à l'usage d'une sphère matérielle : pour effectuer l'opération indiquée, l'arc d'écliptique étant solidaire de la sphère, il faut faire effectuer à la sphère une rotation produisant un échange complet, une permutation, entre les hémisphères visible et invisible, supposés délimités par un cercle matériel fixe figurant l'horizon.

Euclide donne, dans les propositions 14 à 18 des *Phénomènes*, des relations entre les temps d'échange d'hémisphère par des arcs égaux en fonction de leurs positions par rapport aux points solsticiaux ou aux points équinoxiaux, ou bien pour des arcs diamétralement opposés.

Théodose utilise le temps d'échange d'hémisphère pour évaluer la durée du jour ou de la nuit, en tenant compte du mouvement annuel du Soleil le long de l'écliptique : en raison de ce mouvement le Soleil, entre son lever et son coucher, a glissé le long de l'écliptique, d'ouest en est, de sorte qu'il prend du retard sur le mouvement diurne d'est en ouest. Ainsi supposons, par exemple, que le Soleil, à son lever, se trouve en un point A

---

38 Bien entendu, les mêmes remarques valent, *mutatis mutandis*, pour la notion « d'échange d'hémisphère invisible ».

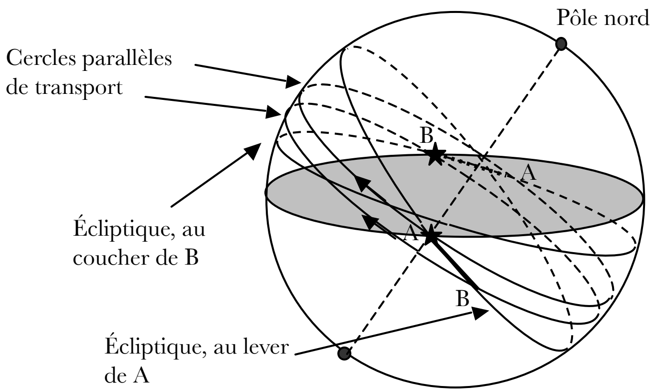


FIGURE 2.

de l'écliptique. Quand le point A de l'écliptique se couche, le Soleil ne se couche pas encore, car il a « glissé » en arrière, et il va se coucher un peu plus tard, se trouvant en un autre point, B, situé « après » A sur l'écliptique. Le temps écoulé entre le lever de A et le coucher de B, est précisément le temps de l'échange d'hémisphère visible par l'arc AB. La notion permet de considérer simultanément les deux types de temporalité : diurne et annuelle, de convertir l'une dans l'autre.

Soit à évaluer le temps d'échange d'hémisphère visible par un arc d'écliptique AB (fig. 2). On considère le moment où le point A se lève à l'horizon. L'arc du cercle de transport de B compris entre la position initiale de B (à l'instant où A se lève) et son intersection avec le cercle de l'horizon, à son coucher, « mesure » le temps d'échange.

4.2. *Les « formules » du temps*

G. Aujac a mis en évidence la stabilité terminologique et grammaticale des énoncés par lesquels, dans *De la sphère en mouvement* d'Autolycos, les *Phénomènes* d'Euclide et les *Sphériques* de Théodose, les divers théorèmes invoqués sont cités dans les démonstrations. Cet auteur parle à ce propos de « langage formulaire »[39]. Cette remarque vaut en fait pour nos six traités. Mais au-delà de la simple citation des théorèmes, il faudrait, plus généralement, parler d'une extrême codification des formules langagières utilisées. Les notions relatives au temps, en particulier, y sont notées à l'aide d'un vocabulaire et de tournures grammaticales récurrentes aisément repérables. Nous allons en donner les éléments essentiels en explicitant leurs contextes.

4.2.1. *Le temps comme 'instant'*

La notion de temps peut d'abord être considérée simplement selon l'ordre de deux événements. On veut indiquer, par exemple, que des astres se lèvent ensemble à l'horizon ou qu'un astre se lève avant tel autre. Si, par exemple, il s'agit de signifier la simultanéité d'un lever et d'un coucher, on emploie une formule telle que : « τοῦ Α δύνοντος, τὸ Γ ἀνατέλλει » (quand le <point> A se couche, le <point> Γ se lève), utilisant le génitif absolu. S'il s'agit d'événements de même nature (deux levers ou deux couchers) on peut aussi rencontrer les verbes signifiant « se lever » ou « se coucher » affectés du préfixe « συν- » signifiant « avec », « ensemble » : συνανατέλλειν (« se lever en même temps que... »), συνδύνειν (« se coucher en même temps que... »). On trouve également couramment la préposition ἅμα (en même temps que), dans un contexte indiquant qu'une étoile se lève (ou se couche) « en même temps » qu'une autre.

La succession s'exprimera, par l'adverbe « πρότερον » (avant), si un lever, par exemple est antérieur à un autre ou, dans le cas contraire, par « ὕστερον » (après) pour un événement postérieur.

Quand, dans notre commentaire, nous voudrons évoquer la notion de temps dans ces contextes de simultanéité ou de succession, nous emploierons le mot « instant » (même si c'est pour désigner des événements qui ne sont pas « instantanés » au sens strict, comme des levers du Soleil ou d'astres...).

4.2.2. *Le temps comme 'durée'*

Dans le traité *De la sphère en mouvement* d'Autolycos le terme χρόνος intervient dans la seule expression « en un temps égal » (ἐν ἴσῳ χρόνῳ) dont

39 [Aujac 1984].

la première occurrence est celle de la définition[40] qui figure en tête du traité. L'occurrence suivante est dans la proposition 2 qui stipule que, sous l'hypothèse du mouvement uniforme de la sphère, en un temps égal, les différents points de ladite sphère, parcourent des arcs « semblables ». Le corps de la démonstration fait intervenir le temps (χρόνος) ainsi : « en un temps égal (ἐν ἴσῳ χρόνῳ), le point Γ parvient (παραγίγνεται) au <point> E et le <point> Δ au <point> Z »[41]. Ce qu'Autolycos vise ici n'est pas la simultanéité des mouvements[42] de Γ et de Δ, qui serait décrite comme simultanéité des départs et simultanéité des arrivées des points Γ et Δ (simultanéité accessoirement réalisée dans ce cas particulier), c'est plutôt l'égalité des temps de parcours de ces points dans leurs mouvements considérés globalement en tant que mouvements achevés, d'un point à un autre. Ainsi, par exemple, dans les *Phénomènes,* Euclide utilise la même expression (ἐν ἴσῳ χρόνῳ) pour signifier que des signes du zodiaque effectuent leurs levers en un temps égal et, dans ce cas, il est clair que les signes ne se lèvent pas simultanément. De même dans *Des jours et des nuits,* Théodose utilise l'expression pour indiquer que le Soleil, en un temps égal, traverse des arcs de l'écliptique, égaux mais différemment situés.

Dans les *Phénomènes* d'Euclide (ainsi que dans les ouvrages de Théodose, à l'exception des *Sphériques*), on trouve, outre l'expression ἐν ἴσῳ χρόνῳ, l'expression : « ἐν ᾧ χρόνῳ ... ἐν τούτῳ... » (pendant le temps que ... pendant ce <temps>...). Dans ce cas il est question de mouvements concomitants, simultanés. Un contexte fréquent est celui ci : « pendant le temps (ἐν ᾧ χρόνῳ) que A, parti (ἀρξάμενον) de A arrive (παραγίγνεται) en B... pendant ce temps (ἐν τούτῳ) C, parti de C, arrive en D... ». L'expression est utilisée notamment pour la description du mouvement d'ensemble de l'écliptique par l'intermédiaire du mouvement concomitant de plusieurs points pris sur ce cercle (c'est le cas dans la proposition 12 des *Phénomènes,* étudiée ci-dessous, § 6.3).

40 Dans cette définition (deuxième phrase) se trouve l'unique occurrence, dans ce traité, du mot « χρόνος » hors de l'expression « ἐν ἴσῳ χρόνῳ » (voir § 4.1.1).

41 Autolycos*, De sph.* 2, l. 15.

42 C'est-à-dire, pour reprendre la formule d'Aristote, évoquée ci-dessus, des mouvements « accomplis simultanément ».

Dans ces mêmes ouvrages d'Euclide et de Théodose, s'il s'agit de comparer des temps inégaux (toujours par l'intermédiaire d'arcs) les formules utilisées seront : « ἐν πλείονι χρόνῳ ... ἤπερ... » (dans un temps plus important ... que...), ou « ἐν πλείστῳ χρόνῳ... » (dans le temps le plus important) ; de même : « ἐν ἐλάσσονι χρόνῳ ... ἤπερ... » (dans un temps plus petit ... que...), ou « ἐν ἐλαχίστῳ χρόνῳ... » (dans le temps le plus petit)[43]. Dans l'ouvrage de Théodose, *Des jours et des nuits*, on rencontre la notion du « temps d'un jour » (ou « temps d'une nuit », ou encore « temps d'un nycthémère ») dans des contextes dont un exemple[44] est : « ἡμέρας ἄρα χρόνος ἐστίν, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος τὴν ZH περιφέρεια, διαπορεύεται... », « le temps pendant lequel le Soleil traverse l'arc ZH est donc d'un jour... ».

Dans ces contextes où le mot χρόνος indique le temps, qui intervient alors sous la forme d'une durée, nous nous efforcerons de réserver le mot « temps » à la traduction de ce mot χρόνος.

5. DEUX TYPES DE DIAGRAMMES

5.1. *Le cercle « de base »*

La quasi-totalité des diagrammes de nos traités (en mettant à part les *Sphériques*) se configure à partir du tracé d'un cercle[45]. Ce cercle est

---

43 Il est remarquable de constater que, comme nous l'indiquons, pour comparer des temps on utilise le couple « πλείων / ἐλάσσων » tandis que pour comparer des longueurs d'arcs on utilise le couple « μείζων / ἐλάσσων ». Le second terme (« ἐλάσσων », « plus petit ») est identique pour les deux cas. Le premier terme est distinct : « πλείων » qui signifie « plus grand en nombre », « plus considérable » renvoie d'abord à l'idée de nombre. « μείζων » (comparatif de « μέγας ») signifie « plus grand selon la taille ». On observe une différence analogue pour les superlatifs. Cette distinction terminologique est rigoureusement observée, par exemple, dans les *Phénomènes* (prop. 9,10, 12, 13, 14). Elle est généralement respectée dans *Des jours et des nuits*, bien qu'il arrive que, dans des raisonnements où alternent comparaisons d'arcs et comparaisons de temps, par attraction, « μείζων » puisse être utilisé pour un temps.

44 *Des jours et des nuits*, prop. I,1.

45 Les exceptions sont les suivantes. Dans les propositions 1 et 2 du traité *De la sphère en mouvement*, les diagrammes comportent des demi-cercles présentés comme moitiés de la section de la sphère par un plan ; dans le diagramme de la proposition 3 seul l'axe de la sphère est représenté ainsi que deux arcs de cercles parallèles. Dans le traité *Des habitations* les diagrammes des propositions 7 et 9 s'organisent non pas autour d'un cercle mais de deux, lesquels sont des horizons correspondant à deux

systématiquement le premier objet géométrique instancié, dans la démonstration, en tête de la partie exposition (ecthèse). Nous appellerons, ce cercle, premier objet instancié, « cercle de base ». Son instanciation s'effectue par une formule telle que : « soit le cercle (κύκλος) séparateur (ὁρίζων) ΑΒΓ... ». Mises à part des variantes mineures, la forme générale de cette expression est génériquement : « soit le cercle <expression qualificative> <lettres> »... c'est-à-dire un renvoi à un cercle en tant que « figure »[46], affecté d'une expression qualificative[47] et une référence conjointe à un tracé sur le diagramme par le moyen de trois (en général) lettres désignatrices. Sur le diagramme, ce cercle s'offre donc à nous comme un tracé, munis de lettres (idéalement réalisé au compas[48]). En tant que figure de la géométrie sphérique, ce cercle est implicitement considéré comme intersection de la sphère et d'un plan[49].

Le cercle de l'horizon est cercle de base de pratiquement tous les diagrammes de *La sphère en mouvement* d'Autolycos et de la totalité de ceux des *Phénomènes* d'Euclide. C'est également le cas pour le traité *Des levers et couchers* d'Autolycos, à l'exception des diagrammes des propositions II,1-3

observateurs situés à la même latitude, mais à des longitudes différentes ; de même pour la proposition 8, pour des observateurs à la même longitude, mais à des latitudes différentes. Pour les *Sphériques*, on a très souvent des diagrammes configurés autour d'un cercle (l'intersection de la sphère avec un plan, un cercle de la sphère sur lequel porte l'énoncé...) mais leur aspect est plus variable en fonction des propositions géométriques mises en jeu. Pour une approche spécifique de la signification des diagrammes dans les *Sphériques* de Théodose, voir Malpangotto [2010].

46 Rappelons qu'en géométrie ancienne un cercle est ce que nous appellerions plus précisément un « disque ». De même une sphère serait une « boule », de sorte que son intersection avec un plan est bien un « cercle-disque ». Mais ces distinctions n'interviennent pas dans notre présent propos.

47 Il s'agit, très majoritairement, comme ici, dans notre exemple, du participe présent, ὁρίζων, du verbe signifiant « séparer », origine de notre mot « horizon » (voir § 4.1.3).

48 Rappelons que les diagrammes du manuscrit *Vatic. gr.* 204, sont effectivement réalisés à la règle et au compas.

49 Cela est implicite, en général, au fil des traités ; cela est explicite quand il s'agit de « définir », par exemple, le cercle de l'horizon. Ainsi, dans le préambule des *Phénomènes*, le rédacteur définit l'horizon : « *que soit appelé* horizon *le plan passant par notre œil mené dans le cosmos et « délimitant »* [ἀφορίζων] *la portion <du cosmos> vue au-dessus de la Terre ; c'est un cercle ; si, en effet, une sphère coupe un plan, la section est un cercle* ».

(pour ces trois propositions le cercle de base est le cercle des signes, c'est-à-dire l'écliptique)[50].

Pour le traité *Des habitations* de Théodose, le cercle de base est le méridien pour les propositions 1, 2, 3, 4. Il est l'horizon pour 5 et 6. Deux horizons (relatifs à deux positions d'observation différentes) sont présents dans les diagrammes des propositions 7, 8, 9, et *instanciées en même temps,* au pluriel : « ἔστωσαν ὁρίζοντες οἱ ΑΒΓ ΑΔΓ... », (« soient deux horizons ΑΒΓ et ΑΔΓ »), il y a donc deux cercles de base, selon notre définition : ils sont bien premiers instanciés, ensemble. Dans les propositions 10, 11, 12, le cercle de base est de nouveau le méridien. Pour les *Jours et les nuits,* les diagrammes des dernières propositions (livre II,16-17-18) comportent deux cercles sécants : le « cercle du Soleil » (l'écliptique) sur lequel est mené tout le raisonnement, et un autre cercle, le cercle de l'horizon, pourvu de lettres désignatrices qui n'apparaissent pas dans la démonstration. Cette dernière ne fait intervenir l'horizon en aucune manière. Ce dernier cercle n'est pas instancié ; mais la raison de sa présence dans les diagrammes pourrait justement être d'assumer une fonction implicite de « cercle de base ». Ces trois propositions sont suspectées, par Neugebauer[51], d'être des additions postérieures.

Donc, mis à part 3 propositions sur 31 des *Levers et couchers* d'Autolycos, 3 propositions (sur 18) des *Jours et des nuits* et 7 propositions (sur 12) des *Habitations* de Théodose, les diagrammes sont basés sur le cercle de l'horizon, au sens où ce cercle est le premier objet instancié (cette base est double pour 3 propositions des *Habitations*). Le cercle de base est l'écliptique pour 3 occurrences, relatives à des propositions suspectées, du traité

---

50 G. Aujac [1979a, p. 22] considère que ces trois propositions sont « étrangères au projet d'Autolycos », car « elles concernent le lever des signes du zodiaque (...) qu'on ne s'attendrait pas à voir traité dans cet ouvrage consacré, avant comme après, aux levers et couchers héliaques ». Bien qu'en effet ces propositions portent sur les signes du zodiaque, le cercle de l'horizon y est bien instancié (et représenté sur le diagramme par un diamètre de l'écliptique), mais en second lieu, après l'écliptique. Par ailleurs plusieurs propositions des *Phénomènes* d'Euclide portent aussi sur des arcs d'écliptique (notamment 12 et 13), mais le cercle de base n'y est jamais l'écliptique. Nous pensons donc que la particularité diagrammatique des trois propositions d'Autolycos, est de nature à renforcer l'argument de G. Aujac.

51 [Neugebauer 1975, p. 754].

Des levers et couchers. Dans 3 occurrences relatives à des propositions, également suspectées d'interpolation, du traité *Des jours et des nuits* l'horizon semble figurer à titre de cercle de base implicite.

Ayant constaté que pratiquement tous nos diagrammes se configurent à partir d'un cercle de base, nous en distinguerons deux types aisément repérables : les diagrammes que nous dénommerons « à base séparatrice » et ceux que nous dénommerons « à base orientée », pour des raisons que nous expliciterons. Cela n'exclura évidemment pas qu'il se rencontrera quelques diagrammes « mélangés » ou spécifiques ; nous décrirons notamment des spécificités que l'on trouve dans le traité *Des habitations*.

5.2. *Les diagrammes à « base séparatrice »*

Une première série de diagrammes se distingue par le fait que le cercle de base est une limite séparatrice ; nous désignerons ce type comme « à base séparatrice ». Dans les traités que nous examinons, cette limite est pratiquement toujours le cercle de l'horizon, en effet cercle « séparateur ». Mais ce que nous visons par notre dénomination est plus généralement la fonction de « séparation », par le cercle de base, du plan du diagramme en deux régions (interne et externe) marquant une division de la sphère en deux hémisphères. Ainsi, dans les cas, rares dans notre corpus, où il ne s'agit pas de l'horizon[52], le cercle de base code néanmoins la division géométrique de la sphère en deux hémisphères par le cercle de l'écliptique, par exemple, ou encore par le méridien[53].

---

52 Parmi les exceptions, énumérées plus haut, à la règle selon laquelle le cercle de base est l'horizon, les diagrammes des trois dernières propositions du traité *Des jours et des nuits*, ressortissent nettement de notre type « à base séparatrice », soit que le cercle de base s'identifie au premier objet instancié, l'écliptique, soit qu'on attribue au cercle de l'horizon le rôle de base implicite (voir § 5.1). On peut, sans que cela s'impose nettement, inclure dans la même classe des diagrammes « à base séparatrice » ceux des trois premières propositions du livre II du traité *Des levers et couchers*. Ils sont identiques entre eux (à la littération près) et uniquement constitués d'un cercle (écliptique) qui est la base et d'un diamètre figurant l'horizon.

53 Hors du corpus qui est ici l'objet de notre attention, dans l'*Almageste* de Ptolémée (II,11), l'exposé d'un problème — consistant à trouver l'angle que fait l'écliptique avec l'horizon lors du lever du Taureau (*Alm.* p. 158 ; [Toomer 1984, p. 113]) — fournit un exemple d'un diagramme que l'on peut, sans ambiguité par rapport aux

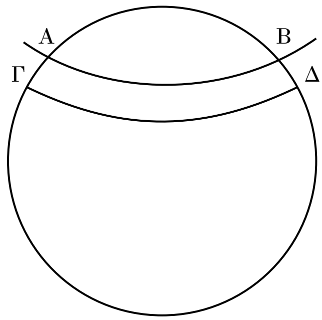


FIGURE 3.

Dans la situation quasi-générale où le cercle de base est l'horizon, l'intérieur de ce cercle contient ce qui a lieu dans l'hémisphère visible, tandis que son extérieur contient ce qui a lieu dans l'hémisphère invisible. En particulier, les cercles de transport sont représentés par des arcs ou cercles coupant (ou non) le cercle de base, les intersections éventuelles (par ex. A, B, Γ, Δ, sur la figure 3) représentant, des levers ou couchers des astres portés par ces cercles. La partie de ces arcs intérieure au cercle de base (horizon) représente la partie de la trajectoire, située dans l'hémisphère visible. Les intersections d'arcs ou de cercles à l'intérieur du cercle de base, sur le diagramme, sont des intersections effectives de ces arcs ou cercles sur la sphère elle-même.

Le plus souvent seule la partie pertinente pour la démonstration est représentée sous forme d'un arc de cercle, intérieur au cercle de l'horizon (partie visible, arc ΓΔ sur la figure 3), éventuellement débordant dans la partie invisible (arc AB, sur la figure 3), si le raisonnement considère l'astre relatif au cercle de transport avant son lever ou après son coucher ; sur le cercle de l'horizon on distingue une zone des « levers » (le levant) et une zone des « couchers » (le couchant). La première est en règle générale à droite du diagramme, la seconde à gauche.

Autolycos introduit dans son traité *De la sphère en mouvement* (proposition 6) deux cercles parallèles, perpendiculaires à l'axe de rotation de la

critères que nous exposons, rapporter au type « à base séparatrice », avec le méridien comme cercle de base.

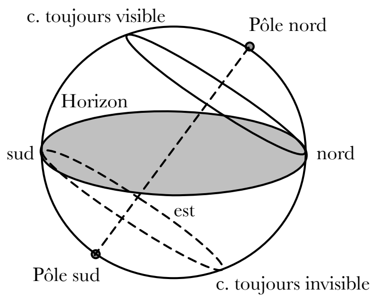


FIGURE 4.

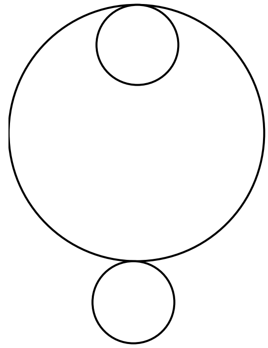


FIGURE 5.

sphère, dont l'un est « toujours visible », au cours de la rotation et l'autre « toujours invisible » et tous deux tangents au cercle de l'horizon (fig. 4)[54]. Sur le diagramme ils sont représentés par des cercles tangents au cercle de l'horizon, l'un intérieurement, l'autre extérieurement (fig. 5) : la propriété de tangence est ainsi conservée et mise en évidence tandis que leurs visibilités sont traduites par leur localisation, intérieure pour ce qui est du visible, extérieure pour l'invisible.

Le diagramme est (souvent) symétrique par rapport à un diamètre « vertical », qui pourra éventuellement représenter le méridien. La dimension des cercles représentatifs des cercles toujours visible et invisible n'est pas pertinente, l'égalité entre les deux n'est pas obligatoire (voir, par exemple, sur la figure 6 (b), où ils sont représentés, par rapport aux autres éléments du diagrammes, à la même échelle que sur le manuscrit).

Les *cercles des tropiques* sont représentés en tant que cercles parallèles, ou cercles de transport. Il faut d'ailleurs noter qu'ils sont parfois définis comme cercles de transport des points de « conversion » (solstices) du Soleil[55]. Ils sont souvent représentés par des arcs (fig. 6 (a)), comme par

---

54 Autolycos omet de dire et de montrer que ces deux cercles sont les plus grands qui soient toujours visibles pour l'un, invisibles pour l'autre. Nous les désignerons, dans la suite, par « cercle toujours visible » et « cercle toujours invisible », en omettant (comme Autolycos) la précision du fait qu'ils sont les plus grands à être tels.

55 Les cercles des tropiques sont les cercles parallèles tangents, au nord et au sud, au cercle de l'écliptique. Les points de contact, sont les points de l'écliptique où se trouve le Soleil au moment des solstices. Au solstice d'été, la position du Soleil commence à redescendre, pour atteindre, au solstice d'hiver sa position la plus basse et

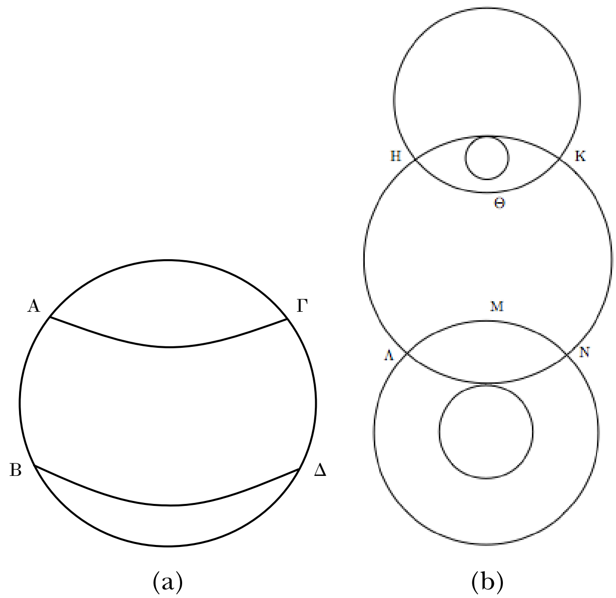


FIGURE 6.

exemple, dans la proposition 8 des *Phénomènes*, ou par des cercles entiers (fig. 6 (b)) comme dans la proposition 2 du même traité (ΗΘΚ et ΛΜΝ coupant le cercle de l'horizon ΗΛΝΚ). La figure 6 (b) représente un « extrait » du diagramme de la proposition 2 des *Phénomènes* (*Vatic. gr.* 204) dans lequel nous avons, en plus des tropiques ΗΘΚ et ΛΜΝ, fait figurer les deux cercles visible et invisible tangents à l'horizon ΗΛΝΚ qui sont présents sur le diagramme du manuscrit *Vatic. gr.* 204.

La représentation de l'équateur céleste se fait suivant le même mode, par un arc (comme sur la figure 6 (a)).

Ce type de représentation soutiendra les démonstrations pour lesquelles le temps est « mesuré » sur les cercles de transport.

---

ensuite remonter. La position des levers du Soleil à l'horizon oscille entre deux positions extrêmes, atteintes aux solstices. Aux solstices, le Soleil effectue donc un retournement, ou une conversion. C'est le sens du mot « tropê » (τροπή) qui, employé au pluriel, signifie « solstice ». D'où, l'adjectif « tropikos » pour qualifier un cercle du tropique.

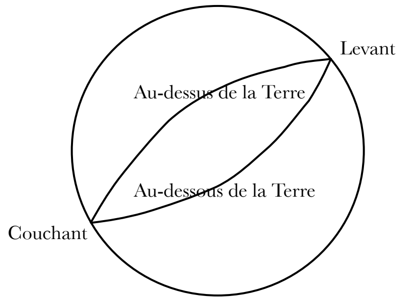


FIGURE 7.

5.3. *Les diagrammes « à base orientée »*

Le second type de diagrammes (fig. 7) est toujours fondé sur le tracé d'un cercle de base, mais les autres cercles, et particulièrement l'écliptique, sont représentés (en général) tout entiers, chacun sous la forme d'une « lentille » *à l'intérieur* de ce cercle. On perd donc, ici, l'idée de séparation des deux hémisphères. La « lentille » représentant un cercle de la sphère (hormis le cercle de base) est constituée de deux arcs de cercle en regard. Dans le cas majoritaire où le cercle de base est l'horizon[56], l'un de ces arcs est dit « au-dessus de la Terre » ; l'autre « au-dessous de la Terre ». Les deux « pointes » de la figure formée sont situées sur la circonférence du cercle de l'horizon.

La pointe à droite du diagramme est en position de lever, la pointe à gauche en position de coucher. Dans ce cas, le rôle essentiel de la base est, d'une part de repérer l'horizon du levant (droite) ou du couchant (gauche), d'autre part la partie de la sphère au nord de l'écliptique et sa partie sud. Pour cela nous dénommerons cette représentation : « à base orientée ». À l'appui de cette manière de considérer ces diagrammes, nous remarquons que le livre II du traité *Des levers et couchers* présente exclusivement (à l'exception des trois propositions justement suspectées par G. Aujac, voir note 50) des diagrammes semblables à notre figure 7,

56 Parmi les exceptions que nous avons déjà signalées à la règle de l'horizon comme cercle de base, seuls ceux du traité Des *habitations* ressortissent, selon nous, de la catégorie « à base orientée », avec des spécificités (voir plus loin § 5.4).

uniquement constitués de la forme lenticulaire associée à l'écliptique et du cercle de base (horizon). Le seul rôle de ce dernier est « d'orienter » le diagramme ; les démonstrations ne font en effet intervenir que des arcs d'écliptique, ce qui pourrait rendre inutile la représentation du cercle de l'horizon (il serait d'ailleurs aisé d'exposer la théorie d'Autolycos, en n'utilisant, graphiquement, que le cercle de l'écliptique) ; mais alors la situation des levers et couchers par rapport à l'horizon ou bien le nord et le sud de l'écliptique ne serait plus lisibles sur le diagramme.

Cette fois-ci, l'intérieur du cercle de base est divisé en trois zones : le nord de l'écliptique, le sud de l'écliptique et une zone centrale sans référence astronomique explicite.

Les cercles de transport peuvent être représentés par le même type de « lentille » (cela est fréquent, par exemple, dans les *Phénomènes*), de sorte que chacun de ces cercles est également doté de son « au-dessus de la Terre » et de son « au-dessous de la Terre ». Ce genre de diagramme est utilisé dans des démonstrations dans lesquelles le temps est « mesuré » par le trajet du Soleil le long de l'écliptique. Le traité d'Autolycos *Des levers et couchers* utilise très massivement ce type de diagrammes associé à la démonstration de propositions sur la succession annuelle des premières ou dernières apparitions ou disparitions d'étoiles. Bien que ce traité ne concerne que des phénomènes à périodicité annuelle, il arrive (livre I) que soit évoquée la rotation diurne de l'écliptique, sous la forme d'une rotation qui fait passer un point de ce cercle de la position de lever à celle de coucher. C'est le cas dans la proposition I,4 du traité *Des levers et couchers* qui concerne l'intervalle (annuel) entre le lever héliaque du matin et le coucher héliaque du matin pour une étoile, en fonction de sa situation (sur l'écliptique, au sud de celui-ci ou bien au nord). Un premier diagramme est le suivant (fig. 8) :

Le demi-cercle d'écliptique ΑΕΓ est déclaré « au-dessous de la Terre », ce qui implique que le demi-cercle opposé ΑΖΓ est « au-dessus de la Terre ». Le texte d'Autolycos décrit le mouvement par la formule « *soit,*

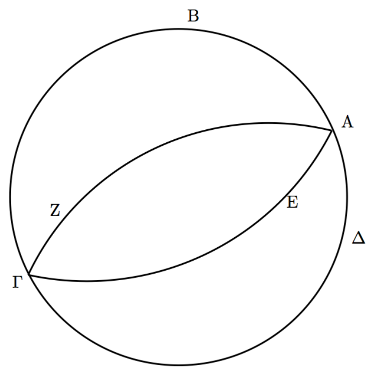


Figure 8. *Vatic. gr.* 204. *Les levers et couchers*, I,4.

au-dessous de la Terre, le demi-cercle ΑΕΓ (…) donc lorsque A se couche, Γ, diamétralement opposé [57]*, se lève et le demi-cercle ΑΕΓ sera au-dessus de la Terre, tandis que ΑΖΓ sera au-dessous de la Terre* »[58]. La rotation de la sphère céleste est ainsi indiquée comme un mouvement de « bascule » après lequel la partie de l'écliptique « au-dessus » de la Terre devient « au-dessous » et inversement ; les points en position de lever deviennent en position de coucher et réciproquement. Plus loin, dans une autre partie de la démonstration, relative à une autre situation de l'étoile (au sud de l'écliptique), avec un autre diagramme (fig. 9) on lit : « … *quand A se couche, Γ se lève et le cercle des signes aura une position telle ΗΛΚΜ ; l'arc ΑΕ aura une position telle ΗΞ* etc. »[59]. C'est-à-dire que la position de coucher de A est H, celle de lever de Γ est K[60]. Dans le premier cas (fig. 8) l'opération de bascule était indiquée

57 La proposition 6 des *Phénomènes* d'Euclide démontre que deux points diamétralement opposés sur l'écliptique se lèvent et se couchent « en conjugaison » (κατὰ συζυγίαν). Cette proposition est d'ailleurs donnée dans le traité d'Euclide avec un diagramme « à base orientée ».

58 *De ort.* I,4 : ἔστω ὑπὸ γῆν τὸ ΑΕΓ ἡμικύκλιον […] τοῦ ἄρα Α δύνοντος τὸ κατὰ διάμετρον αὐτῷ τὸ Γ ἀνατέλλει, καὶ ἔσται τὸ μὲν ΑΕΓ ἡμικύκλιον ὑπὲρ γῆν, τὸ δὲ ΑΖΓ ὑπὸ γῆν.

59 ibid. : τοῦ Α δύνοντος τὸ Γ ἀνατέλλει καὶ ὁ τῶν ζῳδίων κύκλος θέσιν ἕξει ὡς τὴν ΗΛΚΜ, ἡ δὲ ΑΕ περιφέρεια θέσιν ἕξει ὡς τὴν ΗΞ.

60 Sur le diagramme (fig. 9), l'arc AH est un demi-cercle de tropique du Cancer, « au-dessus » de la Terre, tandis que l'arc ΓK est un demi-cercle de tropique du Capricorne « au-dessous ». Ainsi, pour chacun de ces tropiques, seul un demi-cercle est représenté. C'est souvent le cas, pour les tropiques, mais cela n'empêche pas, selon

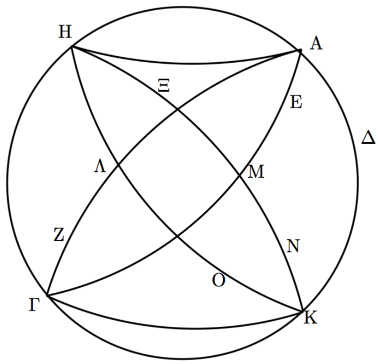


FIGURE 9. *Vatic. gr.* 204. *Les levers et couchers*, I,4.

dans le texte, sans contrepartie sur le diagramme, dans le second cas, le diagramme représente les deux « positions » de l'écliptique. Nous voyons dans ce type de description par une « bascule » entre le « dessus » et le « dessous » de la Terre la marque de l'utilisation d'une sphère matérielle, par exemple, ici, on pourrait imaginer une sphère armillaire.

5.4. *Les diagrammes du traité* **Des habitations**

Certains diagrammes du traité *des Habitations* de Théodose présentent des particularités qui ne permettent pas de les classer de manière univoque suivant les deux catégories précédentes.

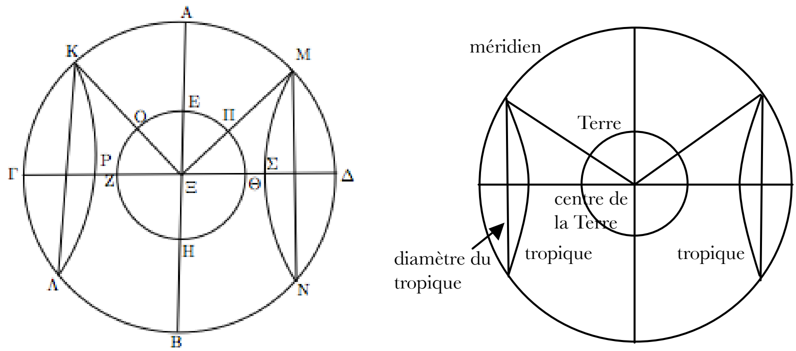
Nous avons déjà remarqué que ce traité contient d'une part des diagrammes à deux cercles de base, et d'autre part des diagrammes avec le méridien comme cercle de base.

Dans le premier cas le diagramme « fonctionne » selon les principes du type « à base séparatrice ». Dans le second cas, le diagramme s'apparente au type « à base orientée », avec des particularités.

Nous donnons (fig. 10 (a)) le diagramme de la proposition 3 du traité de Théodose, qui correspond à une position « sphère droite » (l'axe des pôles est dans le plan de l'horizon, ce qui correspond à une position de l'observateur située sur l'équateur terrestre), en explicitant ses éléments

---

nous, ce type de diagramme d'être de type « à base orientée », précisément parce que les arcs représentatifs sont « au-dessus » ou « au-dessous » de la Terrre.



(a) : *Vatic. gr.* 204. *Habitations*, 3 (b)

FIGURE 10.

sur le schéma de la figure 10 (b). Le raisonnement est mené dans le plan de la figure, des droites sont éventuellement tracées, comme c'est le cas ici.

Il y a bien un cercle de base, en tant que premier objet instancié, qui est le méridien, déclaré « dans le cosmos ». Le point remarquable est que la seconde instanciation est celle d'un cercle, non qualifié autrement que par des lettres, déclaré « dans la Terre » ; dans la suite est instancié le « centre de la Terre », que l'on constate, sur le diagramme, être le centre de ce dernier cercle. Le début de l'exposition (ecthèse) se présente ainsi, dans le cas de cette proposition 3 : « *soit, dans le cosmos, un <cercle> méridien ΑΒΓΔ et dans la Terre un <cercle> ΕΖΗΘ, soient les tropiques, ΚΡΛ et ΜΣΝ, autour des diamètres ΚΛ et ΜΝ et le centre de la Terre, au point Ξ* »[61].

Puis, au début de la démonstration, est instancié une « habitation » (οἴκησις) « vers E ». Il n'est pas précisé que E est un point de la périphérie du cercle dit « dans la Terre », ce qui doit se constater sur le diagramme.

61 « Ἔστω ἐν κόσμῳ μεσημβρινὸς ὁ ΑΒΓΔ, ἐν δὲ γῇ ὁ ΕΖΗΘ, τροπικοὶ δὲ ἔστωσαν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΚΛ ΜΝ, οἱ ΚΡΛ ΜΣΝ, κέντρον δὲ τῆς γῆς τὸ Ξ σημεῖον ».

Les cercles remarquables (polaires, tropiques, équateur...) sont représentés par leur diamètre situé dans le plan méridien, éventuellement complété d'un arc en joignant les deux extrémités (comme si, à partir de la représentation de l'écliptique, on remplaçait une « lentille » par une demi-lentille). Dans ce cas la droite représente un diamètre du cercle remarquable, l'arc représente la circonférence[62].

6. TEMPS ET MOUVEMENT DANS LES DIAGRAMMES « À BASE SÉPARATRICE »

Dans la démarche démonstrative, la fonction principale des diagrammes, consiste non pas à représenter les configurations géométriques, mais à mettre en scène le mouvement lui-même, objet véritable de la démonstration. Cet objet est donc aussi le temps, puisque ce temps n'est que l'expression, ou la « mesure » comme dit Aristote, du mouvement toujours supposé uniforme. C'est ainsi que des éléments de diagramme liés au mouvement (situations relatives de points, arcs parcourus) peuvent être associés à l'enchaînement des relations temporelles. Nous allons nous attacher à mettre en évidence les régularités de ce type d'association. Il s'agit d'une géométrisation ou d'une spatialisation du temps. Comme nous l'avons déjà suggéré, les diagrammes à base séparatrice sont particulièrement utilisés pour évoquer les relations temporelles relatives à la rotation diurne du cosmos : simultanéité, succession des levers et couchers, durée d'ascension des signes du zodiaque etc. Nous allons ainsi voir se mettre en place les démonstrations, sur la base des notions temporelles que nous avons dégagées dans la partie 4.2.

6.1. *La simultanéité : le demi-cercle des points à levers ou couchers simultanés*

Sur les diagrammes « à base séparatrice », les cercles « obliques » mobiles sont, le plus souvent, schématisés en tant qu'ils restent tangents à des cercles parallèles fixés et que, par conséquent, leurs différentes positions sont transformées les unes des autres par rotation autour de l'axe de la

62 Cette représentation d'un cercle (souvent un parallèle) par une droite et un arc se trouve ailleurs, par exemple chez Autolycos, *De sph.* 7.

sphère. Il s'agira de l'écliptique toujours tangent aux cercles tropiques ou bien des grands cercles tangents aux cercles toujours visible et invisible. La proposition 8 de la *Sphère en mouvement* d'Autolycos donne la propriété : « *Les grands cercles qui sont tangents aux cercles parallèles auxquels le <cercle> séparateur est tangent* [cercles toujours visible et invisible]*, quand la sphère tourne, viendront à coïncider avec le <cercle> séparateur* ».

Cette propriété est cruciale lorsqu'il s'agit de déterminer, pour un astre donné, les points de l'écliptique qui se lèvent ou se couchent *au même instant* que lui : il suffit de savoir déterminer les grands cercles (il y en a deux) tangents aux cercles toujours visible et invisible passant par l'astre donné (voir § 6.2). L'un des deux supporte un demi-cercle de points à levers simultanés, l'autre un demi-cercle de points à couchers simultanés (en termes modernes, ils sont transformés, par rotation, des demi-cercles du levant et du couchant).

Cette distinction repose sur un théorème de Sphérique, tel que le théorème II,13 des *Sphériques* de Théodose, qui, par ailleurs, établit des similitudes d'arcs (sur les cercles de transport) qui seront fondamentales pour établir la *simultanéité* d'événements *se déroulant sur des cercles de transport différents* :

« *S'il y a dans une sphère des cercles parallèles et que soient décrits des grands cercles tangents à l'un d'entre eux et coupant les autres, les arcs des cercles parallèles <situés> entre les demi-cercles non-concourants des grands cercles sont semblables, tandis que les arcs des grands cercles <situés> entre les parallèles sont égaux* » [63].

Notre figure 11, reproduit, dans son principe, le diagramme du manuscrit, associé à la démonstration de Théodose[64]. Notre littération est également spécifique. En particulier, nos points *d* et *e* ne sont pas repérés dans les manuscrits. Le diagramme montre trois cercles concentriques, renvoyant aux cercles parallèles sur la sphère et deux cercles, *gcd* et *hef*, tangents, extérieurement, au plus petit des cercles concentriques et coupant les deux autres. Ils se coupent également entre eux comme ils doivent obligatoirement le faire s'ils représentent des grands cercles d'une sphère.

63 Théodose, *Sphaer.*, II,13 ; traduction Czinczenheim [2000].

64 Nous l'avons allégé des éléments qui ne concernent pas notre présent propos, en utilisant, à des fins d'explication, des pointillés qu'on ne rencontre jamais dans les manuscrits.

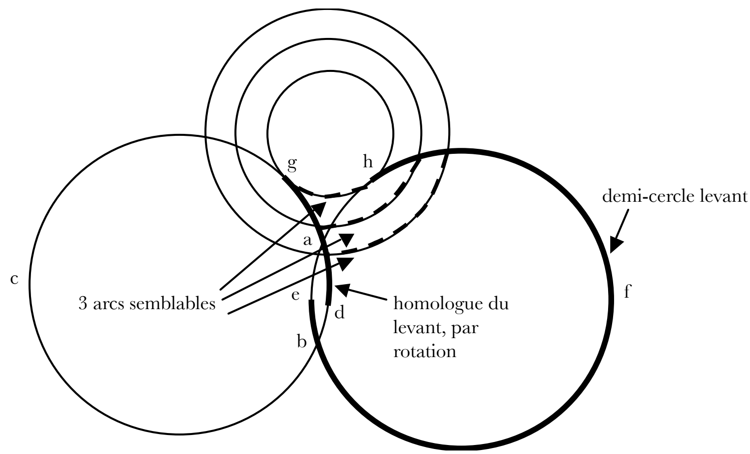


FIGURE 11.

L'exposition (ecthèse) de la démonstration détaille ce qu'il faut entendre par « *demi-cercles non-concourants des grands cercles* », ce qui est effectivement crucial pour l'utilisation de ce théorème en astronomie sphérique. Le point essentiel consiste à préciser que les deux grands cercles se coupent selon un diamètre (*ab*, non tracé, fig. 11). Il est évidemment impossible que cette intersection soit un diamètre, sur la représentation plane : deux cercles d'un plan ne sauraient se couper selon un diamètre sans être confondus. L'affirmation du fait que les deux grands cercles se coupent selon un diamètre permet de situer, sur le diagramme, quatre demi-cercles (*acb*, *adb*, *aeb*, *afb*) dont, cependant, les tracés ne peuvent, en aucune manière, revêtir la forme de demi-cercles. Les points de contact avec le cercle parallèle de référence (par exemple, le cercle toujours visible, sur lequel, de fait, s'appuie la « rotation » des cercles autour de l'axe de la sphère, *g* et *h* sur la figure 11) se trouvent chacun sur l'un de ces demi-cercles. En prenant ces points de contact comme origines on peut introduire des nouveaux demi-cercles dont les extrémités pourront également être repérées par rapport aux quatre demi-cercles évoqués. Il est alors aisé de constater les intersections ou absences d'intersection et le fait que les demi-cercles « non-concourants » (*gd* et *hfe*) correspondent à des points (homologues dans la rotation) qui soit se lèvent au même instant, soit se couchent au même instant (un demi-grand-cercle ne se recoupe pas lui-même durant sa rotation).

Ainsi, la simultanéité des levers (ou couchers) et la progression simultanée des étoiles sont repérées par la coprésence sur un demi-cercle homologue, par rotation, d'un demi-horizon, restant tangent aux cercles toujours visible et invisible. Nous avons une référence « co-mobile ». Nous trouverons des exemples d'utilisation de ces demi-cercles, dans la suite (§ 6.2 et 6.3).

On peut en outre remarquer que ce demi-cercle « de coprésence » peut aisément se tracer sur une sphère matérielle, si l'horizon fixe est lui aussi matérialisé : il suffit d'amener l'étoile sur l'horizon et de reporter sur la sphère la trace de l'horizon fixe.

6.2. *La succession : ordre des points sur un cercle de transport*

Toujours dans le contexte d'une temporalité diurne, le même type de schématisation, fondé sur la représentation d'un hémisphère à l'intérieur d'un cercle de base, et le repérage du mouvement de rotation sur des arcs de « cercles de transport », permet de traiter la notion de succession temporelle. Nous prendrons comme exemple l'ensemble des propositions 4 et 5 des *Phénomènes* d'Euclide. La proposition 4 s'énonce :

« *De toutes les étoiles qui sont sur la circonférence d'un grand cercle qui, ni ne coupe le plus grand des cercles toujours visibles, ni ne lui est tangent, celles qui se lèvent en premier se couchent aussi en premier et celles qui se couchent en premier se lèvent en premier* »[65].

Il s'agit, pour un grand cercle oblique[66], d'établir l'ordre selon lequel les étoiles qu'il contient se lèvent ou se couchent.

Après instanciation du cercle de l'horizon ΑΒΓ (comme nous l'avons déjà précisé, par convention tacite le demi-cercle de Α vers Γ est le levant, le demi-cercle de Α vers Β est le couchant) sont donnés le plus grand cercle toujours visible ΑΔΕ, puis un grand cercle oblique ΓΖΒ (fig. 12). Ζ est un point « courant » de ce grand cercle (dans l'hémisphère visible) figurant

65 Euclide, *Phaen.* 4.

66 Il s'agira du cercle de l'écliptique, dénommé « cercle des signes » dans les propositions suivantes, à partir de la proposition 6.

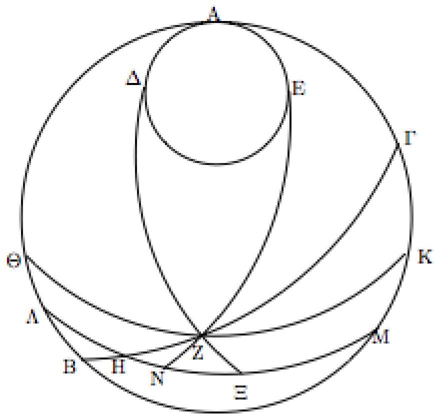


FIGURE 12. *Vatic. gr.* 204. *Phénomènes*, 4.

une étoile quelconque. L'hypothèse de la proposition 4 est que ce cercle ne coupe pas le cercle toujours visible.

Le grand cercle oblique est représenté (dans l'hémisphère visible) par un arc (ΓΖΒ) coupant le cercle de l'horizon en deux parties, partant du haut à droite pour aller vers le bas à gauche, sans couper le cercle toujours visible. Sur ce cercle (cet arc) on prend deux points quelconques Ζ et Η, et il s'agit de montrer que, de ces deux points, celui qui se lève le premier se couche aussi le premier.

Puisqu'il s'agit de mouvement diurne, de lever et de coucher, on trace les « cercles de transport » de ces deux points (ΘΚ et ΛΜ). Pour comparer les préséances dans les levers et couchers, l'idée sous-jacente de la démonstration est de choisir un des deux cercles de transport — Euclide prend celui de Η — et de repérer sur ce cercle le point qui se lève *au même instant* que le point — ici Ζ — situé sur l'autre cercle, et de même le point qui se couche au même instant. Il reste alors à comparer les levers et couchers des points ainsi déterminés. Tout se passe donc comme si on décidait de choisir un cercle de transport comme « base de temps » ; le mouvement uniforme sur ce cercle va servir en quelque sorte « d'horloge » pour déterminer l'avant et l'après. Pour déterminer les points qui vont se lever ou se coucher simultanément à Ζ, on trace, par Ζ, les deux cercles tangents au cercle toujours visible, ΔΞ et ΕΝ, qui coupent le cercle de transport de H en Ξ et N. On trace ces deux cercles tangents de part et d'autre du cercle représentant le cercle toujours visible (cette disposition est topologiquement équivalente, en géométrie plane, au tracé de deux tangentes à un cercle, par un point extérieur à ce cercle) ; cette disposition peut se déduire de l'observation d'une sphère matérielle (et aussi de l'habitude de placer, sur une telle représentation des demi-circonférences non-concourantes homologues du levant et du couchant). On sait alors que le demi-cercle E vers N (qui n'est pas concourant avec le demi-cercle A vers Γ) contient les points qui se lèvent au même instant que Z et que le demi-cercle Δ vers Ξ (non-concourant avec le demi-cercle A vers B) contient les points qui se couchent au même instant que Z. Donc, *sur le cercle de transport de* H, N se lève au même instant que Z et Ξ se couche au même instant que Z.

La topologie du tracé montre alors l'ordre nécessaire de lever et coucher des trois points H, N, Ξ : H se lève puis N, c'est-à-dire Z ; H se couche puis Ξ, c'est-à-dire Z. D'où la proposition.

C'est donc la disposition topologique des tracés effectués suivant des règles implicites qui fournit la « démonstration ». Le texte d'Euclide qui détaille beaucoup plus la démonstration que nous ne le faisons ici, fait bien apparaître le rôle de « base de temps » joué par les cercles de transport ; il précise en effet que les arcs KZ et MΞ sont semblables et qu'il en est de même des arcs qui forment compléments à la circonférence, c'est-à-dire ZΘ et la partie « sous la Terre » d'une part et NΛ et la partie « sous la Terre » d'autre part et donc que « *dans le même temps* » les points Z et N parcourent les arcs correspondants. Cette considération est répétée pour la simultanéité des couchers de Z et Ξ.

Venons en maintenant à la proposition 5 :

« *De toutes les étoiles qui sont sur la circonférence d'un grand cercle qui coupe le plus grand des cercles toujours visibles, celles qui sont du côté du nord se lèvent en premier, tandis qu'elles se couchent en dernier* »[67].

La procédure est strictement la même que précédemment sauf que, selon l'hypothèse de la proposition 5, le grand cercle oblique (écliptique) coupe le cercle toujours visible, ce qui entraîne nécessairement que le

67 Euclide, *Phaen.* 5.

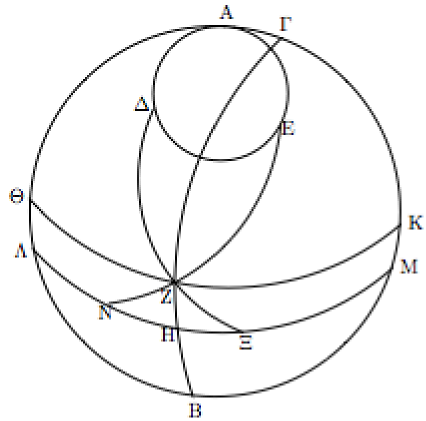


FIGURE 13. *Vatic. gr.* 204. *Phénomènes*, 5.

point Η soit entre Ν et Ξ (fig. 13) : la démonstration de la proposition reprend pratiquement mot pour mot celle de la proposition 4, *mutatis mutandis*.

Berggren et Thomas[68] considèrent dans leur commentaire de la proposition 5, qu'Euclide fait jouer au diagramme, dans la preuve, le rôle que devrait assumer l'argument suivant. Le grand cercle ΓΖΒ passe par le point d'intersection des grands cercles ΔΖΞ et ΕΖΝ ; il passe alors par leur autre point d'intersection. Autrement dit les trois cercles forment un « faisceau »[69] de trois grands cercles passant par les extrémités d'un même diamètre ; il est dès lors aisé de repérer les positions relatives des intersections de ces trois cercles avec un cercle parallèle[70] tel que ΛΗΜ. Berggren et Thomas font ce commentaire pour la proposition 5, mais il est tout aussi pertinent pour la proposition 4. Les arguments nécessaires de Sphérique ne sont cependant pas directement disponibles dans les propositions des

68 [Berggren & Thomas 1996, p. 65].

69 Ce terme n'est pas utilisé par Berggren et Thomas.

70 En acceptant néanmoins un minimum de recours à une « évidence » visuelle, pour passer de l'hypothèse « le grand cercle oblique coupe le plus grand des cercles toujours visibles » à la position relative des trois cercles de ce que nous avons appelé « faisceau ».

Sphériques de Théodose, mais ils peuvent s'en déduire. L'argument suppléé par Berggren et Thomas permet en effet de « justifier » la topologie adoptée dans les diagrammes. Mais aucune allusion à la possibilité de cette justification n'est présente dans le texte des démonstrations. Ces auteurs semblent admettre l'idée qu'à l'inverse les diagrammes tiennent lieu du recours aux arguments de Sphérique, ce qui est compatible avec notre point de vue.

On voit bien sur ces deux exemples que les critères de la preuve ne sont pas tout à fait de même nature que ceux qui valent dans les *Éléments* d'Euclide. Il ne s'agit pas tant de construire un enchaînement déductif fondé sur l'application successive de théorèmes que de disposer une « scène » géométrique et de constater les relations entre les objets (points, cercles...) de cette scène. Entre la proposition 4 et la proposition 5, c'est la disposition de cette scène qui est modifiée. Cette variation conduit à des résultats d'astronomie sphérique distincts, parce que les relations de succession temporelle des levers et des couchers sont traduites en relations entre éléments géométriques (positions relatives de points sur un arc ce cercle de transport). Plus que de montrer une vérité géométrique, ce qui semble fondamental pour le rédacteur des démonstrations est de mettre en évidence des relations entre arcs « parcourus dans le même temps ».

6.3. *La comparaison des durées : le report sur un cercle de transport de référence*

La schématisation consiste à repérer sur un même cercle de transport (souvent l'équateur, mais pas toujours) des arcs dont les longueurs puissent être associées aux durées des phénomènes considérés. Dans la mesure où les durées de levers et couchers des signes constituent un sujet essentiel de l'astronomie grecque, ces phénomènes seront le plus souvent des levers ou couchers d'arcs d'écliptique.

Soit l'exemple de la proposition 12 des *Phénomènes* d'Euclide (recension *b*) :

« *Sur le demi-cercle après le Cancer, les arcs égaux se couchent en des temps inégaux, et <en des temps> plus longs pour ceux proches des points de contact avec les tropiques, plus courts pour ceux qui les suivent, les plus courts pour ceux qui sont*

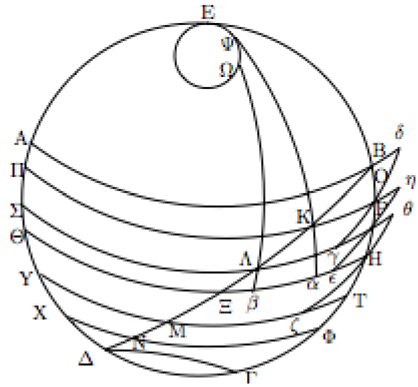


FIGURE 14. *Vatic. gr.* 204. *Phénomènes*, 12.

proches de l'équateur ; ceux également éloignés de l'équateur se lèvent et se couchent en des temps égaux »[71].

Il s'agit, dans cette proposition, de comparer les temps de coucher des signes situés après le Cancer[72].

Comme à l'habitude, le cercle de l'horizon[73] est d'abord instancié, puis le cercle toujours visible (fig. 14 et 15) et enfin les deux cercles tropicaux BA et ΔΓ sont donnés.

Le cercle de l'écliptique est représenté comme arc de cercle oblique (toujours en sa partie visible, il s'agit donc d'un demi-cercle) joignant les

71 Euclide, *Phaen.*, 12.

72 L'écliptique est divisée en 12 parties égales, les dodécatémories, dont chacune prend le nom du signe du zodiaque le plus proche. Ces « signes » (au sens de « dodécatémories ») se lèvent successivement tous les jours. Ainsi, un signe est dit situé « après » un autre, s'il se lève après cet autre. Le Cancer suit immédiatement le point solsticial d'été, puis viennent dans l'ordre : le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion, le Sagittaire, le Capricorne (juste après le point solsticial d'hiver), le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau et les Gémeaux.

73 S'il faut adopter la même convention que dans le reste du traité, selon laquelle les levers se font à droite et les couchers à gauche, la disposition du diagramme du manuscrit (fig. 14) est incorrecte ; le bon diagramme (tel qu'il est donné par l'édition Menge et dont nous restituons en figure 15, dans son principe, la partie qui intéresse notre commentaire) en serait symétrique. Cependant une démonstration alternative est donnée, dans la recension *b*, qui, elle, est dotée d'un diagramme « correct ».

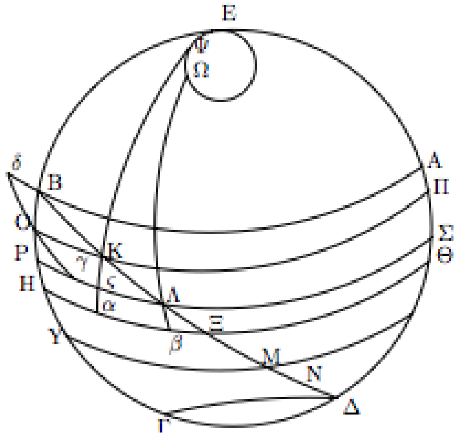


Figure 15.

extrémités alternes des arcs de tropique, B et Δ, qui sont les points solsticiaux. L'équateur (HΘ) est représenté de la même manière que les tropiques.

Le demi-cercle de l'écliptique est divisé en 6 parties égales (BK, KΛ, ΛΞ, ΞM, MN, NΔ) qui sont les 6 signes[74] se trouvant simultanément dans l'hémisphère visible, au coucher du point solsticial d'été B. Ainsi, l'arc BK représente le Cancer.

Comme plus haut (6.2), les instants de coucher des extrémités des arcs figurant les signes seront comparés en prenant des bases de temps sur les parallèles correspondants. On utilise les similitudes d'arcs dans la rotation diurne, à savoir les arcs délimités par le tracé de grands cercles (tangents au cercle toujours visible) contenant les points qui se couchent au même instant que les extrémités des arcs figurant les signes. Si l'on prend toujours la convention selon laquelle la partie gauche du cercle de l'horizon figure le couchant, il faut que les demi-cercles tracés, à partir des points de contact avec le cercle toujours visible soient « non-concourants » avec le demi-cercle du couchant : ainsi ΨKςα et ΩΛβ.

74 La recension *a* précise qu'il s'agit des signes. La recension *b* ne le fait pas et parle de trois parties égales pour chaque quadrant.

Ainsi, selon la base de temps donnée par le cercle de l'équateur, on sait que les couchers de B, K, Λ, Ξ, se font *simultanément* à ceux de H, α, β, Ξ, respectivement. Les *temps de coucher* des arcs correspondants BK, KΛ, ΛΞ sont les mêmes que ceux des arcs tous situés sur l'équateur : Hα, αβ, βΞ, ils sont « mesurés » par les grandeurs de ces arcs, dont les relations doivent être estimées par des considérations géométriques. En raison de l'égalité des arcs sur l'écliptique, ces grandeurs sont par *ordre décroissant* : Hα, αβ, βΞ, selon le théorème (III,8) donné par Théodose[75] [Czinczenheim 2000, p. 829].

Le texte explicite soigneusement la transmission de cet ordre à partir de l'équateur vers les arcs d'écliptique par les relations de similitude sur les cercles de transport. La relation de supériorité de longueur pour des arcs de l'équateur se transmet sur des cercles parallèles selon une relation « *supérieur à un arc semblable...* ». Ainsi, on place sur l'arc un point γ de sorte que Λγ soit semblable à OK. « Dans le même temps » K se déplace de K en O (c'est le temps de coucher de l'arc BK), et Λ se déplace de Λ en γ. À la fin de ce mouvement l'arc d'écliptique ΛKB est venu sur la position γOδ (δ est obtenu par prolongement du cercle de transport AB dans la partie invisible, le point B est en effet couché et est devenu invisible). La description du mouvement continue : K parcourt KO en plus de temps que γ ne parcourt γP (en fonction des positions relatives des points de l'arc de cercle de transport ΛςγP, elles aussi soigneusement énoncées). Mais pendant le temps que K parcourt KO, BK se couche ; pendant le temps que γ parcourt γP, KΛ se couche.

Et la démonstration se poursuit selon le même principe.

75 Les hypothèses de ce théorème décrivent d'ailleurs la situation envisagée par cette proposition d'Euclide. Nous les donnons ci-après, sans reprendre le texte mot à mot, en indiquant entre parenthèses les termes d'astronomie sphérique correspondants, non donnés par Théodose : soit un grand cercle (l'horizon) tangent à un cercle (le cercle toujours visible) ; soit un autre grand cercle (l'écliptique) oblique, tangent à un cercle plus grand que le premier cercle (le cercle toujours visible) ; soient des arcs égaux découpés sur ce cercle oblique jusqu'au plus grand des parallèles (équateur), etc... Ce théorème de géométrie sphérique est en réalité construit « sur mesure » pour l'astronomie sphérique...

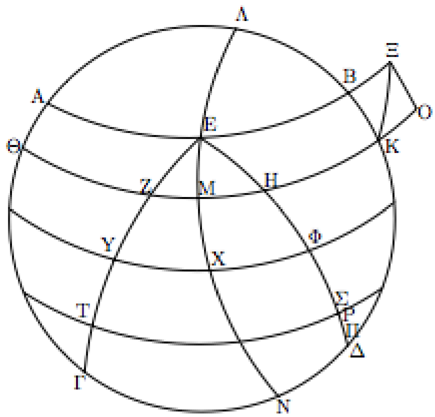


FIGURE 16. *Vatic. gr.* 204. *Des jours et des nuits*, I,2.

Il apparaît ainsi qu'au long de cette procédure le temps est repéré ou « mesuré » par des arcs de cercles de transport. Les durées sont comparées en étant reportées (par similitude) sur un seul cercle de transport.

6.4. *Connexion du temps diurne et du temps annuel par « l'échange d'hémisphère »*

L'usage de la notion d'échange d'hémisphère se caractérise, sur le diagramme, par la présence d'un seul et même arc (de l'écliptique) qui sera évoqué suivant deux points de vue différents, renvoyant aux deux temporalités mises en jeu : selon le premier point de vue, l'arc est parcouru par le Soleil, ce qui fait intervenir le temps annuel ; selon le second point de vue l'arc effectue un échange d'hémisphère, ce qui fait alors allusion au temps diurne.

Prenons ainsi l'exemple d'un énoncé de Théodose, dans la première partie de la proposition 2, livre I, du traité *Des jours et des nuits* : « *si, un certain jour, le Soleil fait son lever et son coucher, en étant à égale distance* [sur l'écliptique] *du point de contact avec l'un quelconque des tropiques, la conversion*[76] *du Soleil sera au milieu du jour, sur le méridien* [du lieu] »[77].

---

76 Passage au point solsticial (voir note 55).

77 Théodose, *De dieb.*, I,2.

Le diagramme (fig. 16) introduit toujours le cercle de l'horizon, ΑΒΓΔ, le tropique d'été sous la forme d'un arc de cercle de transport, AB, le cercle de l'écliptique, ΓΕΔ, dans sa position à la mi-journée, représenté, comme cela est fréquent, sous forme de deux arcs de cercles se rejoignant au point de contact avec le tropique (d'été) représentant la partie « visible » de ce cercle. Sur ce dernier cercle sont nommés les points où se trouve le Soleil à son lever (Z) et à son coucher (H) ; E étant le « point de contact » (point solsticial), l'hypothèse de l'énoncé est que les arcs ZE et EH sont égaux (évidemment toujours sous la supposition que le mouvement du Soleil sur l'écliptique est uniforme). À la mi-journée, le point de contact E avec le cercle du tropique, est situé « quelque part » entre A et B ; il s'agit de montrer d'une part que le Soleil est bien en E, sur l'écliptique, à l'instant indiqué et d'autre part que la position de l'écliptique est telle que E est sur le méridien du lieu.

L'égalité des temps de parcours du Soleil sur l'écliptique va se « mesurer » sur les arcs adéquats des cercles transport, supports du mouvement diurne.

Z et H sont sur un même cercle de transport ΚΘ[78].

Quand le Soleil se lève, il est en Z (sur l'écliptique, mais l'écliptique est mobile !), donc il se lève quand, sur son cercle de transport, Z est en K, à l'horizon. Quand il se couche, il est, sur l'écliptique, en H, donc il se couche quand H est, sur son cercle de transport (le même que celui de Z), ΘΚ, en Θ. La durée du jour est le temps de parcours du Soleil le long de ZEH. Par hypothèse, E est au milieu de l'arc, donc, à la mi-journée, le Soleil est en E, position solsticiale ; ce qui établit la première assertion de notre extrait de l'énoncé.

On trace un grand cercle ΛΝ par les pôles de la sphère, passant par E (un « cercle horaire », en langage moderne) et qui coupe le cercle de transport ΘΚ en M.

78 Cela est affirmé dans le texte du traité ; il faut supposer que le corpus de Sphérique fournissait un théorème adapté, ou permettait de le démontrer. Ce résultat peut se démontrer à partir des propositions II,5 et II,9 des *Sphériques* de Théodose, mais il faudrait anticiper la construction qui suit dans la présente proposition.

Par le théorème (II,5) des *Sphériques*, le cercle ΛN passe par les pôles de l'écliptique. Cette propriété permet d'appliquer un autre théorème de *Sphériques* (II,9) pour conclure que les arcs ZM et MH sont égaux.

On a vu qu'à son lever, le Soleil est en K. Mais il est aussi en Z, sur l'écliptique, qu'il faut imaginer, penser (νοήσωμεν), dans une position antérieure à celle qui est représentée, qui est celle de la mi-journée. En revanche, à la mi-journée, il est bien au point E du diagramme (puisque l'écliptique est représenté dans sa position à la mi-journée et que le point K est la position de Z à son lever). Donc, le temps de parcours, sur l'écliptique, de ZE, correspond à l'arc de cercle de transport KZ. On met en relation des quantités de type différents : d'une part un temps (une demi-journée) est mis en correspondance avec un arc (de l'écliptique) et d'autre part ce même temps est mis en correspondance avec un arc (KZ) d'un autre cercle (cercle de transport).

Au coucher, le Soleil est, sur l'écliptique, en H, mais l'écliptique est alors dans une position postérieure telle que ce point H coïncide avec Θ. Donc, de même que plus haut, la seconde demi-journée s'écoule selon un temps qui est « mesuré » par l'arc HΘ ; donc les arcs KZ et HΘ sont égaux. De l'égalité déjà démontrée ZM = MH, on déduit la suivante : ZΘ = HK, d'où MΘ = MK et M (donc E) est bien sur le méridien du lieu.

Le diagramme (ainsi que le texte) propose un tracé de la position matinale de l'écliptique qu'il faut « penser » (KΣO), bien que sa présence effective ne soit pas nécessaire au raisonnement, dont la rédaction, par ailleurs, est très verbeuse. Cette partie du diagramme, bien qu'inutile ici, met en évidence que la durée du jour est précisément le temps de l'échange de l'hémisphère visible par l'arc ZEH dont la position initiale est KΣO. Cependant, de telles représentations seront utilement données dans la suite du traité.

Ainsi un même arc d'écliptique est utilisé dans deux contextes différents. Dans un premier contexte, celui de la temporalité annuelle, il « mesure » un temps du cycle annuel : il « mesure » le temps entre deux positions du Soleil dans sa marche le long de l'écliptique. Dans ce cas il y a correspondance directe et réciproque entre le temps et un élément géométrique, l'arc d'écliptique : si deux arcs sont égaux, alors les temps qu'ils « mesurent » le sont. Mais on peut, dans l'autre contexte, celui de la temporalité diurne, lui associer un autre temps, le temps qu'il met à effectuer l'échange d'hémisphère visible ou invisible. Dans ce cas la correspondance entre l'arc et le temps varie en fonction de la position de l'arc sur l'écliptique ; si deux arcs sont égaux, les « temps d'échange » ne le sont pas nécessairement, ils dépendent de la position de cet arc. Théodose montre que si l'arc considéré se trouve être l'arc parcouru par le Soleil entre un lever et le coucher suivant, alors pendant le temps de ce parcours, l'arc lui-même effectue un échange d'hémisphère : il y a coïncidence entre le temps de parcours de l'arc par le Soleil et le temps d'échange d'hémisphère visible par cet arc. Nous dirions qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un arc d'écliptique puisse être la « mesure » de la durée d'un jour (temps écoulé entre le lever et le coucher du Soleil) est qu'il « mesure » le temps de son propre échange d'hémisphère visible[79].

7. CONCLUSION

De l'ensemble de traités, appelé généralement « Petite astronomie », transmis de manière assez stable dans la tradition grecque, et dont une version « de référence » se trouve en première partie du manuscrit *Vatic. gr.* 204, nous avons distingué six ouvrages en fonction de leur cohérence thématique. Ces six ouvrages constituent une astronomie géométrique élémentaire dévolue à l'explication de phénomènes célestes qui, par ailleurs, depuis au moins Hésiode, interviennent comme repères fondamentaux dans l'organisation de la vie agricole et maritime : levers et couchers d'étoiles, de constellations, des signes du zodiaque, rythmes saisonniers etc. Cette astronomie se fonde sur l'idée d'un cosmos sphérique et s'appuie ainsi sur une géométrie de la sphère. Le traité des *Sphériques* de Théodose est d'abord un exposé de géométrie, au sens de l'étude des propriétés de figures idéales ; son sujet principal est en effet la figure sphérique. Mais sa raison d'être est ultimement l'astronomie sphérique. Une importante partie du traité est dévolue à l'étude de configurations

79 Nous aurons de même : une condition nécessaire et suffisante pour qu'un arc d'écliptique « mesure » la durée d'une nuit est qu'il « mesure » le temps de son propre échange d'hémisphère invisible.

géométriques qui n'ont d'autre intérêt que d'intervenir dans des situations de l'astronomie sphérique. Il contient probablement les principaux aspects d'un Sphérique antérieure aux ouvrages d'Autolycos et Euclide. En revanche, pour les cinq autres traités, la visée essentielle est, au-delà de la géométrie, l'astronomie sphérique. Pour ces cinq traités, l'aspect géométrique est supposé déjà résolu (il est souvent évoqué par la formule : « il est évident que... »). Ils ajoutent à cette géométrie la notion de mouvement, se limitant cependant à la considération de deux composantes des mouvements célestes, dans le cadre du géocentrisme : le mouvement d'ensemble, diurne, du cosmos et le mouvement du Soleil, annuel, le long de l'écliptique, mouvements « uniformes » circulaires de périodicités différentes, l'une diurne, l'autre annuelle.

C'est ainsi que l'objet du traité *De la sphère en mouvement* semble être d'introduire la notion de mouvement, en l'occurrence le mouvement uniforme de la sphère en rotation autour d'un axe, dans des propositions de géométrie, avant toute allusion explicite à l'astronomie, laquelle intervient dans le traité des *Phénomènes* d'Euclide. Ainsi est mise en œuvre une méthode d'investigation géométrique des phénomènes attribuables à la rotation de la sphère des fixes, tels les levers et couchers d'étoiles, les temps de lever (ou de coucher) des signes du zodiaque, c'est-à-dire des phénomènes dont l'inscription dans le temps relève du mouvement diurne ou encore d'une temporalité diurne. D'autres phénomènes, essentiellement la succession dans l'année des premiers ou derniers levers (ou couchers) d'étoiles ou de constellations (levers et couchers héliaques), ou bien la durée du jour, dépendent du mouvement du Soleil le long de l'écliptique, c'est-à-dire d'une temporalité annuelle à laquelle ressortit exclusivement le traité *Des levers et couchers* d'Autolycos. Enfin les deux traités de Théodose (*Des jours et des nuits* et *Des habitations*) concernent les deux temporalités.

Les démonstrations de ces traités sont inséparables des diagrammes qui y sont inclus. Au regard des diagrammes présents dans les traités grecs de géométrie plus fondamentale (les *Éléments* d'Euclide, les traités d'Archimède...), les diagrammes de l'astronomie sphérique présentent cependant des spécificités. Ils renvoient à des figures situées sur la surface d'une sphère. Il ne s'agit ni de « projections » ni de représentations de la sphère céleste. En revanche, ils sont partie intégrante d'un dispositif déductif dont le but est d'expliquer ou démontrer, sur la base de la géométrie, des relations temporelles entre les événements astronomiques examinés. Ainsi, si les diagrammes renvoient bien à des situations géométriques, ils s'attachent surtout à établir ces relations temporelles qui sont caractérisées, dans le texte, par l'usage d'un vocabulaire « temporel » formalisé de manière relativement stable. La « scène géométrique » a pour fonction de contribuer à établir les relations temporelles et les démonstrations associées. C'est pourquoi la structure de ces diagrammes dépend du type de temporalité mise en jeu.

Les deux mouvements répondent à la spécification du mouvement uniforme : deux *arcs égaux* sont parcourus en un *temps égal*, par un astre fixe sur son « cercle parallèle de transport » ou par le Soleil sur l'écliptique. Cette définition associe deux entités hétérogènes : le temps (de parcours) et l'espace parcouru. Cette correspondance permet d'établir des relations temporelles à partir de relations de grandeur portant sur les arcs. Si l'on vient à comparer des mouvements ayant lieu sur des cercles parallèles différents, il faut faire intervenir des relations de similitudes. Les classes d'arcs semblables sont alors en relation réciproque avec des mouvements que l'on doit entendre comme Aristote, c'est-à-dire des mouvements considérés en bloc, comme des touts, achevés, caractérisés par leurs points de départ et leurs points d'arrivée. On peut alors invoquer les formules du même Aristote pour qui le temps est « mesure » du mouvement de même que, réciproquement, le mouvement est « mesure » du temps. Ainsi, dans nos ouvrages, les arcs figurés sur les diagrammes seront « mesures » de temps écoulé entre deux événements (entre passages d'étoiles à l'horizon, entre lever du début d'un signe du zodiaque et coucher de son point ultime...).

Presque tous les diagrammes de cette astronomie sphérique ont en commun d'être structurés autour d'un cercle que nous avons désigné comme « cercle de base » et défini comme le premier objet géométrique instancié dans la partie « exposition » de la démonstration. Ce cercle renvoie dans la majorité des cas au cercle de l'horizon. En relation avec les deux temporalités mises en jeu, deux grands types de schématisation se rencontrent dans les diagrammes : l'un (« à base séparatrice ») est fondé sur un cercle (horizon) séparant, selon son intérieur et son extérieur, l'hémisphère céleste visible de l'hémisphère invisible ; l'autre indiquant, à l'intérieur du cercle de base, les cercles de la sphère (principalement l'écliptique) sous une forme « lenticulaire », réunion de deux arcs, l'un représentant la partie « au-dessus », l'autre la partie « au-dessous » de la Terre. Ce qui importe alors est que l'ensemble de l'écliptique est représenté, avec sa partie au-dessus de la Terre et sa partie au-dessous de la Terre. Le premier type de diagrammes est privilégié quand il s'agit de temporalité diurne (*De la sphère en mouvement* d'Autolycos, les *Phénomènes* d'Euclide), le second (« à base orientée ») quand il s'agit de temporalité annuelle (*Les levers et couchers* d'Autolycos). Il ne faut cependant pas opérer cette distinction d'une manière stricte : dans les *Phénomènes,* Euclide utilise des diagrammes à base orientée pour des démonstrations qui utilisent, directement ou de manière dérivée, la propriété selon laquelle un point de l'écliptique se lève quand le point diamétralement opposé se couche et qui permet de transposer des énoncés « par symétrie ». Dans ce cas la vertu importante de ces diagrammes est que l'écliptique est présent dans son ensemble. Un mixte des deux types de diagrammes est, par ailleurs, possible, comme dans les *Jours et les Nuits* de Théodose, de même que l'existence de particularités telles celles que l'on rencontre dans *Des habitations* de Théodose.

Dans les diagrammes « à base séparatrice » les arcs destinés à comparer les temps sont les arcs des cercles parallèles. Leurs intersections avec la « base », qui est le plus souvent le cercle de l'horizon, dénotent alors les instants de levers et de couchers. La partie d'un cercle parallèle à l'intérieur du cercle de base correspond au temps que passe un astre, porté par ce parallèle, dans le ciel visible ; la partie représentée hors de ce cercle, censée se trouver hors de l'hémisphère visible, représente les moments avant le lever et après le coucher. Ainsi peuvent être représentés les différents aspects de la temporalité diurne. La simultanéité est envisagée sous la forme d'une coprésence de points sur un demi grand cercle qui, au cours de sa rotation, viendra coïncider soit, pour les levers simultanés, avec la partie est de l'horizon (levant) soit, pour les couchers simultanés, avec sa partie ouest (couchant). La succession temporelle, des levers (resp. couchers) d'astres (par exemple, *Phénomènes,* 4 et 5) est représentée par la succession spatiale de points sur un seul cercle parallèle. Le tracé de demi-cercles de levers (resp. couchers) simultanés permet de donner, à leurs intersections avec le parallèle, des points pouvant être insérés dans une succession temporelle. Enfin, ce procédé appliqué à des points qui représentent non plus les astres, mais les extrémités des signes du zodiaque, permettra de donner des propriétés portant sur les durées des levers et couchers des signes.

L'usage de la notion d'échange d'hémisphère est lié, chez Théodose, à l'usage coordonné des deux types de temporalité, à l'occasion de l'étude de la durée du jour ou de la nuit. Cela se fait dans une représentation « à base séparatrice ». Un seul arc, figurant sur le diagramme, est associé tantôt à un temps (annuel) mis par le Soleil pour le parcourir, tantôt à un temps diurne mis par cet arc lui-même à effectuer son échange d'hémisphère. La coïncidence de ces deux temps signale la possibilité, pour cet arc, d'avoir pour extrémités les positions de lever et de coucher du Soleil relatif à un seul et même jour.

Il est raisonnable de supposer que l'usage de sphères matérielles a pu servir de guide pour l'établissement des conventions à l'œuvre dans les diagrammes. Nous pensons, par exemple, à la manière de figurer les demi-cercles de levers ou couchers simultanés (cf. § 6.1) ou bien au tracé des deux cercles passant par un point et tangents au plus grand cercle toujours visible dans les propositions 4 et 5 des *Phénomènes* d'Euclide (cf. § 6.2). Dans ces cas, il semble nécessaire d'avoir la « garantie » d'une observation d'une maquette pour pouvoir assurer la correction du placement relatif des éléments de tracés. Nous avons également cru déceler une trace de l'utilisation de telles sphères dans l'expression « échange d'hémisphère » pour décrire la traversée du firmament par un arc d'écliptique ou encore, pour les diagrammes « à base orientée », dans la description du mouvement de l'écliptique comme une « bascule » entre la partie « au-dessus de la Terre » et une partie « au-dessous de la Terre ». L'efficace de ces diagrammes tient en grande partie au fait que le jeu de conventions qui les gouverne *de facto* est adossé, en dernière instance, à l'usage de sphères matérielles. Dans ce système diagrammatique se trouvent néanmoins développées des règles et des conventions qui ne doivent rien à la référence à une sphère matérielle. Par exemple, il semble difficile de rapporter le mode de représentation du plus grand cercle toujours invisible *sous le cercle* *de l'horizon*, à l'observation d'une sphère. De même que la présence sur un diagramme unique de deux positions distinctes de l'écliptique.

Le diagramme ne convoque pas, à proprement parler, une intuition géométrique. Il vient comme un maillon d'une démarche démonstrative elle-même centrée sur des relations temporelles. Ce sont ces dernières qui, mises en scène par les diagrammes, doivent être saisies, à travers eux, dans la logique de la démonstration.

.

Remerciements

L'auteur remercie François De Gandt qui a attiré son attention sur ce corpus et guidé sa recherche, Micheline Decorps et Fabio Acerbi pour des discussions enrichissantes ainsi que Bernard Vitrac pour la relecture du manuscrit et des critiques extrêmement stimulantes.

ANNEXE
LES TROIS CORPUS ASTRONOMIQUES

Petite astronomie *Vatic. gr.* 204 (ordre du manuscrit)	Livre VI de la *Collection Mathématique* de Pappus (ordre des commentaires de Pappus)	« Astronomie sphérique avant Ménélaüs » [Neugebauer 1975, p. 748] (ordre de la présentation de Neugebauer)
les *Sphériques* de Théodose	les *Sphériques* de Théodose	Autolycos : *De la sphère en mouvement* *Des levers et couchers*
De la sphère en mouvement d'Autolycos	*De la sphère en mouvement* d'Autolycos	Euclide : les *Phénomènes*
l'*Optique* d'Euclide	*Des jours et des nuits* de Théodose	Théodose : *Des habitations* *Des jours et des nuits* les *Sphériques*
les *Phénomènes* d'Euclide	*Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune*, d'Aristarque de Samos	
Des habitations de Théodose	l'*Optique* d'Euclide	
Des jours et des nuits de Théodose	les *Phénomènes* d'Euclide	
Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune, d'Aristarque de Samos		
Des levers et couchers d'Autolycos		
Anaphoricos d'Hypsiclès		
+ selon certains érudits : la *Catoptrique* d'Euclide (inauthentique)		

BIBLIOGRAPHIE

Textes anciens

Archimède :

Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii, ed. J.L. Heiberg, 3 vol., Leipzig, Teubner, 1910-1915.

Aristote :
Phys. = *Physica*, ed. W. D. Ross, Oxford Classical Texts, 1950.

Autolycos :
De sph., De ort. = *De la sphère en mouvement, Des levers et couchers* ed. Mogenet [1950].

Cicéron :
De Rep. = *De republica librorum sex quae manserunt septimum recognivit* K. Ziegler, Leipzig, Teubner, 1969.

Euclide :
Opt., Catoptr. = *Euclidis opera omnia*, VII *Optica, Catoptrica*, ed. J.L. Heiberg, Leipzig, 1895.
Phaen. = *Euclidis opera omnia*, VIII *Phaenomena*, ed. Menge, Leipzig, 1916.

Géminos :
Isag. = *Elementa astronomiae*, ed. C. Manitius, Leipzig, Teubner, 1898.

Pappus :
Coll. = *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt*, ed. Hultsch, 3 vol. Berlin, 1876-1878.

Proclus :
Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum comentarii, ed. Friedlein, Leipzig, Teubner, 1873.

Ptolémée :
Alm. = *Claudii Ptolemaei Opera quae extant omnia*, Vol. 1, *Syntaxis mathematica*, ed. J.L. Heiberg. 2 vol. Leipzig, Teubner, 1898, 1903.

Théodose :
De hab., De dieb. = *De habitationibus liber, De diebus et noctibus libri duo*, ed. Fecht, in *Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Phil. Hist. Kl. N.F., bd. XIX, 4, Berlin, 1927, pp. I-XVI, 1-176.
Sphaer. = *Theodosii sphaericorum libri tres*, ed. Heiberg, in *Abhandlungen der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Phil. Hist. Kl. N.F., bd. XIX, 3, Berlin, 1927, pp. I-XVI, 1-199.

Éditions, traductions, commentaires

Acerbi (Fabio)
[2007] *Euclide, tutte le opere, A cura di Fabio Acerbi*, Bompiani, 2007.

Acerbi (Fabio), Vinel (Nicolas) & Vitrac (Bernard)
[2010] Les Prolégomènes à l'Almageste, une édition à partir des manuscrits les plus anciens : introduction générale – Parties I-III, *SCIAMVS*, 11 (2010), p. 53–210.

AUJAC (Germaine)

[1979a] *Autolycos de Pitane : La sphère en mouvement, levers et couchers héliaques*, Les Belles Lettres, 1979.

[2002a] *Géminos : Introduction aux phénomènes*, Paris : Les Belles Lettres, 2002.

BERGGREN (J. Lennart) & THOMAS (R. S. D.)

[1996] *Euclid's Phaenomena : a Translation and Study of a Hellenistic Treatise in Spherical Astronomy*, Garland Pub. Inc., 1996.

BRÉGUET (Esther) & YON (Albert)

[1994] *La République (traduit par Esther Bréguet), Le Destin (traduit par Albert Yon)*, collection Tel, Gallimard, 1994.

CZINCZENHEIM (Claire)

[2000] *Edition ; traduction, et commentaires des Sphériques de Théodose*, Thèse, Lille, 2000.

EVANS (James) & BERGGREN (J. Lennart)

[2006] *Geminos's Introduction to the Phenomena*, Princeton Univ. Press, 2006.

HEATH (Thomas)

[1981] *Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus*, Dover Pub. Inc., 1981.

HEIBERG (Johan Ludvig)

[1903] Paralipomena zu Euklid, *Hermes*, 38(1) (1903), p. 46–74.

JONES (Alexander), éd.

[1986] *Pappus of Alexandria Book VII of the Collection*, Springer, 1986.

MOGENET (Joseph)

[1948] La traduction latine par Gérard de Crémone du Traité de la Sphère en Mouvement d'Autolycus, *Archives internationales d'histoire des sciences*, 5 (1948), p. 139–164.

[1950] *Autolycos de Pitane, Histoire du texte suivie de l'édition critique des traités De la sphère en mouvement et Des levers et couchers*, Louvain : Bibliothèque de l'université, 1950.

MUGLER (Charles)

[1971] *Archimède, Œuvres : Des Spirales, De l'équilibre des figures planes, L'arénaire, La quadrature de la parabole, vol. II, texte et traduction*, Paris : Les Belles Lettres, 1971.

NETZ (Reviel)

[2004] *The works of Archimedes : Translated into English, together with Eutocius' commentaries, with commentary, and critical edition of the diagrams*, vol. I, Cambridge Univ. Press, 2004.

PELLEGRIN (Pierre)

[2000] *Aristote, Physique, Traduction et présentation,* Paris : Flammarion, 2000.

ROME (Adolphe), éd.

[1931–43] *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste,* Rome : Biblioteca Apostolica Vaticana, 1931–43 ; 3 vol.

TOOMER (Gerald J.)

[1984] *Ptolemy's Almagest,* Londres : Duckworth, 1984.

VER EECKE (Paul)

[1959] *Les Sphériques de Théodose de Tripoli,* Paris : Albert Blanchard, 1959.

[1982] *Pappus d'Alexandrie, La collection mathématique,* Paris : Albert Blanchard, 1982.

Études

AUJAC (Germaine)

[1970] La Sphéropée, ou la mécanique au service de la découverte du monde, *Revue d'histoire des sciences,* 33 (1970), p. 93–107.

[1979b] Regards sur l'astronomie grecque, dans *L'astronomie dans l'Antiquité classique (Actes du colloque tenu à Toulouse, 21-23 octobre 1977)* Les Belles Lettres, 1979.

[1984] Le langage formulaire dans la géométrie grecque, *Revue d'histoire des sciences,* 37(2) (1984), p. 97–109.

[2002b] *La sphère, instrument au service de la découverte du monde, d'Autolycos de Pitanè à Jean de Sacrobosco,* Caen : Paradigme, 2002.

DECORPS-FOULQUIER (Micheline)

[1999] Sur les figures du traité Des coniques d'Apollonius de Pergè édité par Eutocius d'Ascalon, *Revue d'histoire des mathématiques,* 5 (1999), p. 61–82.

[2000] *Recherches sur les Coniques d'Apollonius de Pergè et leurs commentateurs grecs,* Klincksieck, 2000.

DE YOUNG (Gregg)

[2008] DRaFT Software – A User Report, dans *Report of Grants-in-Aid for Scientific Research by Japan Society for Promotion of Science (id. number 17300287),* 2008 ; `http://www.hs.osakafu-u.ac.jp/~ken.saito/`.

EVANS (James)

[1998] *The History and Practice of Ancient Astronomy,* Oxford Univ. Press, 1998.

GOLDSCHMIDT (Victor)

[1982] *Le temps physique et le temps tragique chez Aristote*, Bibliothèque d'Histoire de la Philosophie, Vrin, 1982.

HERRMANN (Joachim)

[1995] *Atlas de l'astronomie*, La Pochothèque, 1995.

KNORR (Wilbur R.)

[1982] Infinity and Continuity : The Interaction of Mathematics and Philosophy in Antiquity, dans Kretzman (N.), éd., *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought* Cornell University Press, 1982, p. 112–145.

MALPANGOTTO (Michela)

[2010] Graphical Choices and Geometrical Thought in the Transmission of Theodosius' Spherics from Antiquity to the Renaissance, *Archive for History of Exact Sciences*, 64 (2010), p. 75–112.

NETZ (Reviel)

[1999] *The Shaping od Deduction in Greek Mathematics*, Cambridge Univ. Press, 1999.

NEUGEBAUER (Otto)

[1975] *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, Springer, 1975.

PINGREE (David)

[1968] Recension de « Hypsicles : Die Aufgangszeiten der Gestirne », *Gnomon*, 40 (1968), p. 13–17.

SAITO (Ken)

[2006] A preliminary study in the critical assessment of diagrams in Greek mathematical works, *SCIAMVS*, 7 (2006), p. 81–144.

SCHMIDT (Olaf)

[1952] Some critical remarks about Autolycus' on ridings and settings, dans *Actes du XI^e congrès des mathématiciens scandinaves*, Oslo, 1952.

SUZUKI (Takanori)

[2008] The diagrams of the Phaenomena in Greek and Arabic manuscript, dans *Report of Grants-in-Aid for Scientific Research by Japan Society for Promotion of Science (id. number 17300287)*, 2008 ; `http://www.hs.osakafu-u.ac.jp/~ken.saito/`.

TANNERY (Paul)

[1893] *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, 1893.