REVUE FRANÇAISE D'AUTOMATIQUE, INFORMATIQUE, RECHERCHE OPÉRATIONNELLE. RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

J. AGARD

J. SUDAROVICH

F. HEMMER

Sélection et affectation optimales d'une flotte d'avions

Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 7, n° V2 (1973), p. 3-26

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1973__7_2_3_0>

R.A.I.R.O.
(7e année, mai 1973, V-2, p. 3-26)

SELECTION ET AFFECTATION OPTIMALES D'UNE FLOTTE D'AVIONS

par MM. J. Agard, J. Sudarovich, F. Hemmer (1)

Résumé. — *Cet article présente une synthèse des études d'investissements en avions moyen-courriers sur un horizon d'environ cinq ans. La méthode utilisée découle des programmes linéaires de transport employés depuis très longtemps par les pétroliers pour déterminer les affectations et la taille optimale des bateaux pour le transport du pétrole. L'originalité de la méthode retenue à Air France est d'avoir résolu par le biais de variables de travail l'affectation en nombres entiers de vols hebdomadaires à des lignes aériennes, et d'avoir relié les affectations optimales de diverses périodes sous les contraintes (paramétrables) des nombres d'avions disponibles chaque année, assurant ainsi une continuité dans l'évolution des flottes. La sensibilité des résultats aux divers facteurs est étudiée et les défauts du modèle sont évoqués. Cette approche a été utilisée à plusieurs reprises par Air France pour étudier l'introduction de l'Airbus et du Mercure dans sa flotte.*

1. LE PROBLEME DE LA SELECTION ET DE L'AFFECTATION D'UNE FLOTTE

Toute compagnie aérienne doit régulièrement examiner l'évolution de son marché, l'adaptation de sa flotte à ce marché, et sélectionner le type et le nombre d'avions nouveaux destinés à la modernisation et à l'expansion. La difficulté est que les divers types d'avions sont plus ou moins rentables en fonction de la densité du trafic par relation et de la longueur d'étape. Le choix dépend donc de la nature du réseau exploité et du trafic à assurer par ligne. Au cours d'une période fixée, étant donné une composition de flotte déjà acquise (avions anciens) et un certain nombre d'avions nouveaux à acquérir éventuellement, on doit maximiser le bénéfice. Pour cela on affecte les avions anciens, ainsi que les nouveaux avions disponibles de façon à satisfaire la demande et les contraintes commerciales et techniques en minimisant les dépenses d'exploitation. En modifiant les compositions de flotte pour une même période, on peut rechercher la composition dont le bénéfice brut d'exploitation, diminué des coûts de financement des avions, est maximum.

(1) Direction du Programme et du Développement de la Compagnie Nationale Air France.

L'ennui est que les compositions de flotte de plusieurs périodes consécutives peuvent conduire à des évolutions incohérentes, certains types d'avions pouvant être bien adaptés au trafic de quelques périodes, puis surclassés. Comme il est difficile d'acheter et de revendre ces avions, il faudrait effectuer des choix optimaux sur la durée de vie de chaque avion, ou, étant donné le renouvellement permanent il faudrait rechercher une évolution cohérente de la composition de la flotte qui maximise le revenu actualisé du capital investi sur l'horizon très long de 10 à 15 ans qui couvre la durée de vie des nouveaux avions acquis au cours des premières années. Étant donné l'incertitude concernant les tarifs, les trafics et l'environnement, des études à si long terme sont très discutables. On risque même de faire dépendre les premiers investissements des hypothèses concernant le long terme, et de réduire les revenus probables du moyen terme pour des gains incertains à long terme, en dépit de l'effet atténuateur des coefficients d'actualisation. La recherche d'un optimum sur 5 ans semble donc une approche réaliste.

Autrefois, le nombre des avions disponibles en moyen-courriers était assez réduit, et les choix pouvaient être menés après des calculs manuels. Dans l'avenir, Air France se trouve devant cinq types d'avions en moyen-courriers : Caravelle, B. 727, B. 707, Airbus, Mercure, après avoir éliminé d'autres avions de caractéristiques voisines, mais dont l'introduction ne pourrait qu'aggraver les coûts dus à la diversification des moyens d'exploitation.

Pour fixer nos choix et affecter la flotte au mieux entre près de 150 relations, pour plusieurs périodes, un modèle sur ordinateur est indispensable. Ce modèle dont nous exposerons le principe se déroule en deux étapes :

— une phase d'affectation maximise le bénéfice brut d'exploitation sous contraintes pour une flotte de composition donnée. Plusieurs compositions sont étudiées paramétriquement pour cette même période;

— l'autre phase recherche, au cours des périodes successives, une succession de compositions de flotte compatibles maximisant le bénéfice brut d'exploitation après déduction des annuités de financement des avions.

Nous présenterons ici successivement un historique des méthodes utilisées, l'exposé du modèle d'affectation, les problèmes de collecte de données, la recherche des meilleurs avions par enchaînement des affectations de plusieurs périodes, l'analyse de sensibilité et l'application faite à la comparaison du Mercure et de l'Airbus.

2. HISTORIQUE DES METHODES UTILISEES

La première étude d'affectation d'avions par la programmation linéaire a été une thèse d'une université américaine sur le prix des avions d'occasion [1] faite en 1959. Elle avait pour but d'affecter les divers types d'avions pour satisfaire la demande globale segmentée par secteurs. On affectait les heures de vol pour satisfaire des productions exprimées en sièges × kilomètres. Le but de l'étude était de déterminer les achats de flottes en avions nouveaux et d'obtenir par le biais des valeurs marginales du programme linéaire la valeur d'occasion des avions anciens.

En fusionnant toutes les demandes et toutes les flottes, l'étude simplifiait beaucoup la réalité. En 1963, nous avons tenté d'utiliser une approche analogue en nous restreignant au cas de la Compagnie Air France et de sa demande sur une période de pointe [2]. Les résultats étaient exprimés en heures de vol d'un type avion affectées à la demande de chaque secteur, avec des variables continues. A cette époque, il n'existait en fait que 2 ou 3 types d'avions, et les résultats de la programmation linéaire négligeaient certaines contraintes, et apportaient peu de choses par rapport à des calculs manuels.

Une amélioration a consisté ensuite à étudier la demande par ligne et à prendre comme variables xij les nombres de fréquences d'un avion j sur une ligne i. Ce programme linéaire introduisait des contraintes plus fines comme le nombre de fréquences minimum sur une ligne. Mais les solutions étaient en variables continues et pouvaient mélanger jusqu'à trois types d'avions sur quelques relations. La fonction économique ne comportait que les coûts à minimiser, car on supposait que tous les passagers prévus étaient transportés, donc la recette était connue. Ce modèle a l'avantage de résoudre à la fois le problème d'investissements (choix des avions) et le programme d'exploitation (affectation des avions par ligne), mais son grand défaut est de ne donner les résultats qu'en nombres fractionnaires, ce qui rend délicates l'interprétation et l'appréciation des résultats.

Une approche de caractère combinatoire fut ensuite développée par M. Peyrelevade au Secrétariat Général à l'Aviation Civile, et MM. Gretz, puis Millan, stagiaire à Air France [3, 4].

Dans un premier temps, ce modèle, pour une année donnée, cherche par ligne le meilleur mixage de deux avions au plus, et réalise la somme de ces optimums locaux, sans tenir compte des contraintes sur l'utilisation des flottes, c'est-à-dire des nombres minimaux et maximaux de chaque type d'avion que l'on peut employer (soit qu'on ait déjà à notre disposition certains avions, soit qu'on ne puisse plus en acheter). Puis, dans un second temps, il cherche la modification qui rapprochera au mieux de cette contrainte de flotte, tout en entraînant une dégradation aussi petite que possible de la fonction économique.

Il compare donc le nombre d'avions de chaque type qui serait utilisé dans le seul but de minimiser les dépenses d'exploitation, au nombre d'avions disponibles dans ce type. Certaines flottes sont dites suremployées lorsque le nombre d'avions calculé dépasse le nombre d'avions disponibles; d'autres flottes au contraire sont dites « sous-employées ».

Ainsi, par exemple, si le type d'avion j est suremployé, il faut l'éliminer de certaines relations où il apparaît dans le modèle. Sur chaque liaison i où l'avion j

est employé avec f_{ij} fréquences pour un coût C_j, on envisage toutes les valeurs f'_{ij} telles que $0 \leqslant f'_{ij} \leqslant f_{ij}$ et on associe à chaque f'_{ij} le meilleur type d'avion (différent de j) avec f'_{ik} fréquences, qui permettra de vérifier les contraintes, et donnera un coût C'_j.

On retient ensuite la solution qui fournit la plus petite valeur de

$$\frac{C'_j - C_j}{f_{ij} - f'_{ik}}$$

Puis on recommence s'il y a lieu, et par retouches successives, la contrainte de flotte sera vérifiée.

Ces différentes méthodes ne sont valables que pour l'étude d'une année. Un nouveau modèle a l'avantage d'étudier une longue période (10 ans) d'un seul bloc, en introduisant les notions du financement, de la fiscalité, des investissements et des amortissements. Il s'agit du modèle mis au point au SGAC MM. Peyrelevade et Gervais [4].

Décrivons brièvement ce modèle :

• Dans une première partie, on recherche pour chaque année de la période étudiée la composition de flotte optimale, celle qui dégage la meilleure marge brute d'exploitation, par la même méthode que précédemment.

• Puis dans la seconde partie, la fonction économique ajoute aux marges brutes annuelles (recettes — dépenses d'exploitation), les investissements effectués, les frais financiers, etc... Des améliorations par rapport à la solution de la première partie sont réalisables, puisque les affectations étaient fondées sur la maximisation de la seule marge brute d'exploitation, tandis que la fonction économique plus complète inclut les coûts de financement des avions. On retouche donc les affectations année par année de manière à améliorer cette dernière fonction, de la façon suivante :

— pour une année donnée, sur la ligne i où l'avion j est affecté, on cherche quel avion k $(k \neq j)$ peut le remplacer, en conduisant à un meilleur bilan d'exploitation;

Le programme ne retient que la meilleure de ces modifications pour l'année, rectifie alors les affectations, la marge brute d'exploitation et l'échéancier d'investissements. Et on passe à l'année suivante, et ainsi de suite... A la dernière année, on revient à la première...

— en même temps, le modèle détermine les types d'emprunts possibles pour acquérir les nouveaux avions découlant des affectations et détermine les impôts et le bénéfice,

— grâce à la donnée des valeurs des avions en fin d'horizon, il est possible de calculer la valeur actualisée du plan d'investissements.

Entre temps, MM. Agard et Sudarovich ont combiné les approches de la programmation linéaire et de la combinatoire pour résoudre le problème des affectations des avions aux lignes en nombres entiers de fréquences, pour une période donnée, à l'image de la résolution des rotations d'équipage [5].

Dans ce but, chaque relation est étudiée comme dans l'approche combinatoire, en envisageant différentes combinaisons de types avions. A chaque combinaison on associe une variable y qui devra prendre la valeur 0 ou 1, et cette solution, si elle est retenue, consommera des heures des avions qu'elle utilise, avec un certain coût. Le programme linéaire a pour but de choisir l'une de ces solutions par relation (choix des variables y) en restant dans les limites des flottes disponibles, et en optimisant la fonction économique. La quasi totalité des variables y seront nulles ou égales à 1 et il leur correspondra des nombres entiers de fréquences des divers avions affectés aux lignes.

Par paramétrisation sur les contraintes des flottes sur une période, on obtient facilement les conséquences de la disponibilité de quelques avions de plus ou de moins.

En effet, la composition de flotte optimale dépend des enveloppes de flotte que l'on a fixées de façon un peu arbitraire. C'est pourquoi il est utile de paramétrer le nombre d'avions disponibles pour chaque flotte, et mesurer l'incidence du nombre d'avions sur la fonction économique. Pour l'achat d'un nouvel avion, on fera varier le nombre possible entre 0 et le maximum que l'on puisse acheter. Cela permet en particulier d'étudier l'importance relative du n-ième avion par rapport au $(n - 1)$ ième.

La paramétrisation permet en outre de calculer un grand nombre de solutions possibles, sans résoudre chaque fois un nouveau programme linéaire. Par exemple, si on paramètre par rapport au nombre d'avions du type i, chaque année, on trouve la composition des autres flottes, et la fonction économique.

3. MODELE D'AFFECTATION DES AVIONS AUX LIGNES

Avant de sélectionner la meilleure composition de flotte possible, il faut savoir affecter une flotte donnée sur les lignes au cours d'une période de manière à satisfaire toutes les contraintes en maximisant le bénéfice brut. Nous décrivons ici cette première phase.

Sur le secteur des moyens-courriers, on dispose d'éléments prévisionnels assez sûrs pour que les compagnies recherchent une optimisation des investissements à réaliser à partir de méthodes sophistiquées.

Il existe une grande variété d'appareils sur le marché, variété qui se caractérise au niveau des capacités offertes, des rayons d'actions, des coûts au siège-kilomètre. (Nous ne parlerons pas de la vitesse car la plupart des appareils moyen-courriers modernes ont des vitesses comparables.)

Pour choisir un avion, le raisonnement le plus simple semble indiquer qu'il faut choisir l'appareil ayant le coût au siège-kilomètre le moins élevé, compte tenu du rayon d'action et des longueurs d'étapes sur lesquelles on veut l'affecter.

Or ce raisonnement simple ne suffit pas, et peut même conduire à des décisions éloignées de l'optimum économique.

Afin de bien montrer les raisons profondes de ceci, nous allons illustrer ce fait par un exemple simple, volontairement caricatural.

Supposons qu'une Compagnie ait un réseau réduit à une seule ligne de 1 000 km, sur laquelle elle prévoit un trafic hebdomadaire de 700 personnes dans chaque sens. Elle a le choix entre un avion de 100 places qui revient à 0,20 F du siège kilomètre et un avion de 700 places qui revient à 0,10 F. Si elle achète le premier avion le coût paraît à première vue être le double de celui qu'elle aurait avec l'avion de 700 places. Donc, le raisonnement simpliste serait d'acheter ce dernier avion. Mais, pour que ce raisonnement soit valable, il faudrait qu'on puisse acheminer les 700 personnes en un seul vol par semaine. Ceci est manifestement illusoire car les personnes ne pourront pas attendre le seul vol hebdomadaire, à moins qu'elles soient confinées sur une île, que la Compagnie ait le monopole du transport, et que l'on fasse peu de cas de la notion de qualité de service, trois hypothèses qui sont peu vraisemblables.

Ainsi apparaît la nécessité de définir un niveau minimum de fréquences sur chaque liaison, tenant compte de la concurrence et de la qualité du service. Dans l'exemple précédent, si on se fixe une fréquence minimum de 7 services hebdomadaires, la meilleure solution est d'acheter l'avion de 100 places, qui a un coût au siège double de celui de l'avion à 700 places!

Dans la réalité les choses ne sont pas aussi évidentes : les coûts au siège kilomètre diffèrent peu, le réseau des Compagnies est très complexe. Pourtant, la conclusion à laquelle nous sommes arrivés dans l'exemple schématique demeure valable : le choix d'un avion ne peut être fait par simple comparaison des coûts au siège kilomètre.

La validité du jugement économique nous impose en quelque sorte l'échelle d'observation du problème : il est nécessaire de descendre au niveau des trafics par ligne, et ceci d'autant plus que les flux de trafics sont faibles par rapport aux capacités des appareils.

Pour une période donnée, en général une semaine de la saison d'été, nous avons estimé le nombre de passagers à transporter par la Compagnie pour tous les itinéraires moyen-courriers i à exploiter. Il est même possible de se fixer le minimum d_i de passagers à transporter (service public), ainsi qu'un maximum D_i correspondant au potentiel de clientèle que l'on peut obtenir en accroissant l'offre (si cela apparaît rentable et si la flotte est suffisante). On peut aussi se donner la demande potentielle en tonnes de fret par ligne. Dans le cas où un itinéraire comporte plusieurs escales (Paris/Rome/Athènes), on prend la demande sur le tronçon dominant, car elle déterminera l'offre.

a) Sur chaque itinéraire, nous admettrons qu'on ne peut affecter qu'un ou deux types d'avions : la diversification conduirait à un accroissement des coûts et à une complication inutiles.

b) Soit x_{ij} le nombre entier de fréquences de l'avion de type j sur l'itinéraire i, pendant une semaine. Les inconnues x_{ij} doivent satisfaire certaines contraintes :

si S_j est le nombre de sièges de l'avion j et ρ_{ij} le coefficient de remplissage moyen acceptable, chaque vol pourra transporter $Q_{ij} = S_j \rho_{ij}$ passagers, et la demande d_i devra être satisfaite :

$$\sum_j x_{ij} \cdot Q_{ij} \geqslant d_i \qquad \forall \text{ itinéraire } i$$

Il est facile d'exprimer la même satisfaction pour la demande fret, ainsi que de plafonner les recettes dans la fonction économique à la demande $t_i D_i$ réalisable en accroissant l'offre (t_i étant le tarif moyen d'un passager transporté sur cet itinéraire).

c) Sur chaque itinéraire, le nombre total de fréquences des avions affectés doit être compris entre deux bornes : l'une correspond au nombre minimum de dessertes pour satisfaire la clientèle sur le plan commercial, l'autre peut correspondre à un maximum découlant de la saturation des aéroports :

$$f_i \leqslant \sum_j x_{ij} \leqslant F_i \qquad \forall \text{ itinéraire } i$$

d) Sur le réseau moyen-courrier, le nombre d'avions de chaque type doit se situer entre deux bornes : un maximum N_j correspondant aux avions disponibles, et un minimum n_j qui peut être nul, ou qui correspond à une contrainte : introduction nécessaire d'avions nouveaux non rentables la première année, ou nécessité d'utiliser un type d'avions moins rentable que d'autres, utilisable seulement en moyen-courrier, et qui libérera d'autres avions d'emploi compatible en long-courriers.

La limitation du nombre d'avions s'exprime en volume d'heures disponibles à affecter sur les itinéraires. Si h_{ij} est le nombre d'heures affectées de l'avion j pour un vol sur l'itinéraire i et H_j le nombre d'heures affectables par période pour l'avion j, (heures de vol + temps passé en escale) nous aurons :

$$H_j \cdot n_j \leqslant \sum_i h_{ij} \cdot x_{ij} \leqslant H_j N_j \qquad \forall \text{ avion } j$$

e) La fonction économique peut intégrer les recettes des passagers et du fret transportés, moins les coûts directs d'exploitation résultant des affectations. On peut même y inclure les coûts avions lorsqu'on se place à un horizon suffisamment éloigné pour que le nombre des nouveaux avions soit variable. En général, nous supposons que nous devons prendre les demandes, d_i, de sorte que la recette est constante. Pour une flotte donnée, il reste donc seulement à minimiser les coûts directs d'exploitation. Les coûts de financement et d'amortissement des avions sont pris en compte dans la seconde phase.

Si C_{ij} est le coût d'un vol aller et retour de l'avion j sur l'itinéraire i, nous chercherons à minimiser :

$$z = \sum_{ij} C_{ij} x_{ij}$$

Nous avons donc à résoudre le programme linéaire :

$$\begin{cases} (1) \sum_j Q_j X_{ij} \geqslant d_i & \forall_i \text{ tous les passagers transportés} \\ (2)\ f_i \leqslant \sum_j X_{ij} \leqslant F_i & \forall_i \text{ contraintes de fréquences} \\ (3)\ n_j H_j \leqslant \sum_j h_{ij} X_{ij} \leqslant N_j H_{j'} & \forall_j \text{ contraintes de flotte} \end{cases}$$

$$\text{Min } z = \sum_{ij} C_{ij} X_{ij}$$

31. Décomposition du calcul

Dans la pratique, le calcul s'effectue comme suit :

On remarque tout d'abord que seules les contraintes de flotte de type (3) relient les différentes relations entre elles, et empêchent de faire la somme des optimums locaux. D'où l'idée d'oublier dans un premier temps ce type de contrainte, et de l'introduire plus tard.

Pour cela nous allons diviser le problème principal P en sous-problèmes locaux Pi, qui sont les recherches d'optimums par relation i

$$Pi \begin{cases} \sum_j Q_{ij} X_{ij} \geqslant d_i & (1)' \\ f_i \leqslant \sum_j X_{ij} \leqslant F_i & (2)' \end{cases}$$

$$\text{Min } Z_i = \sum_j C_{ij} X_{ij}$$

Les sommations sur j ne doivent faire intervenir qu'un ou deux types d'avions pour un itinéraire i, avec des Xij entiers. Pour résoudre ce problème, nous allons échantillonner un ensemble K de toutes les combinaisons de 1 ou 2 types d'avion sur chaque itinéraire. Pour chaque combinaison, nous retiendrons l'affectation optimale satisfaisant les contraintes précédentes.

32. Optimum local pour un itinéraire et un couple d'avions

Il faut envisager tous les cas possibles :

• *pour un seul type d'avion* j sur la ligne i, le calcul est simple : on prend le premier entier supérieur ou égal à la fréquence minimum et qui permette de vérifier la contrainte de demande des passagers. Ce nombre est le nombre optimal de fréquence pour l'avion j sur la ligne i. On calcule son coût C_{ij}, et on le garde en mémoire, pour comparaison avec les autres possibilités pour la même ligne ;

- *mixage de deux types d'avions.*

Soit un itinéraire i et deux types d'avions j_1 et j_2.

Représentons en abscisse le nombre de fréquences de j_1 et en ordonnées celles de j_2. Traçons les droites correspondantes aux contraintes envisagées :

$$x_{j1} + x_{j2} \geqslant f_i \text{ contrainte de fréquence}$$

$$Q_{j1}x_{j1} + Q_{j2}x_{j2} \geqslant d_i \text{ contrainte de passagers}$$

En outre, on peut envisager une demande maximum D_i, c'est le nombre que l'on ne pourra dépasser.

Au delà de la demande minimale d_i que l'on s'impose de transporter, on suppose que le nombre de passagers transportés varie comme le nombre de sièges offerts (des études sont en cours pour corriger cette hypothèse d'un éventuel effet du nombre de fréquences, qui pourrait influer sur le nombre de passagers transportés). Au-delà de la demande maximum, le nombre de passagers transportés ne varie plus.

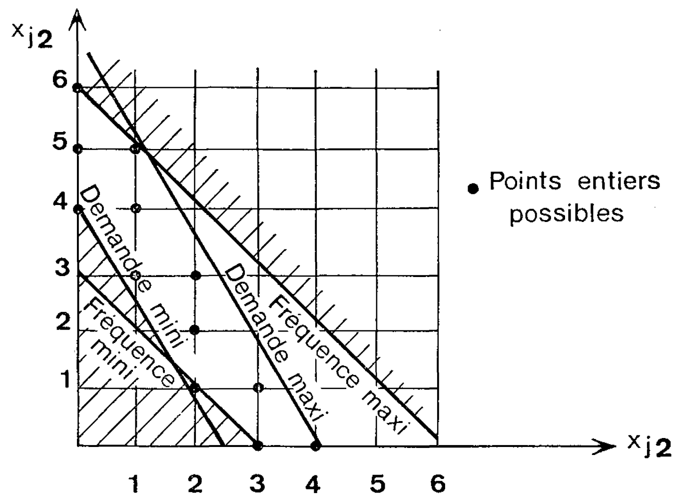

Figure 1

Puis on calcule la fonction économique pour chaque point entier, afin de retenir le meilleur (au-delà de la demande maxi, la fonction économique se dégrade, puisque la recette est fixée, et les coûts augmentent avec le nombre de fréquences.

Ce procédé assez simple peut être amélioré, en introduisant les contraintes supplémentaires qui paraissent utiles. Par exemple :

. contraintes de fréquence maximum,

. contraintes de transport de fret, compte tenu de la capacité fret de chaque avion.

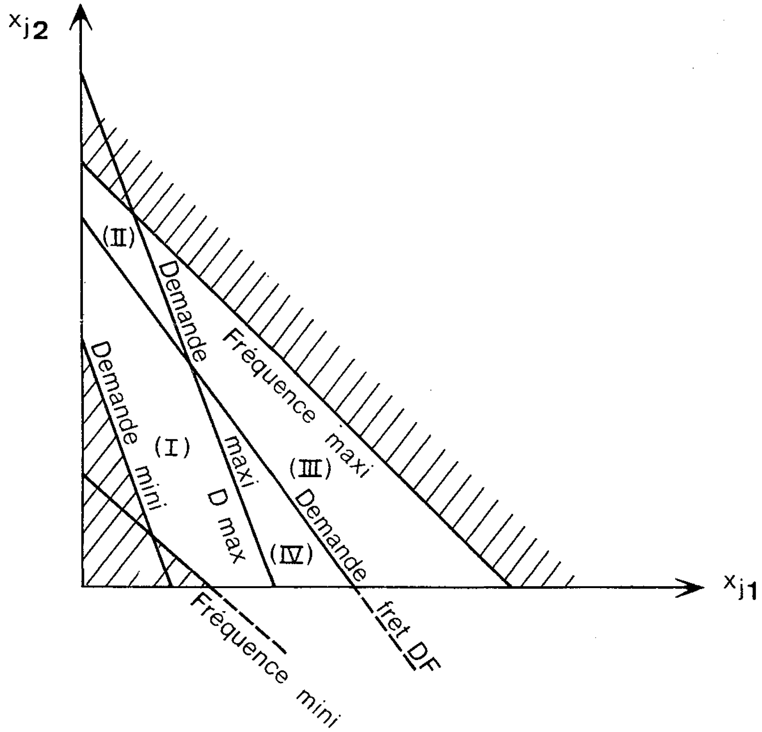

Figure 2

Dans le domaine des fréquences x_{j1} et x_{j2} autorisées, on distingue quatre domaines.

En effet, soit D_{max} la demande maximum potentielle en passagers et DF la demande potentielle en fret.

La droite $\rho_{j1}\ S_{j1}\ x_{j1}\ +\ \rho_{j2}\ S_{j2}\ x_{j2} = D_{max}$ (1) sépare le domaine autorisé en deux (domaines marqués (I) et (II) d'une part, et domaines marqués (III) et (IV) d'autre part).

En dessous de la droite (1) on ne satisfait pas toute la demande potentielle, au-dessus de la droite (1) on a « saturé » la demande.

De façon analogue la droite $T_{j1}\ x_{j1} + T_{j2}\ x_{j2} = DF$ (2) sépare le domaine en une région où la demande de fret n'est pas entièrement satisfaite (I) et (IV) et une région où on sature la demande (II et III).

Dans chacun des domaines I, II, III, et IV nous avons donc une fonction économique différente. Le coût total est toujours de la forme $C_{j1}\, x_{j1} + C_{j2}\, x_{j2}$, mais la recette en fonction des fréquences est différente suivant le domaine.

Par exemple en (III) la recette est une constante puisque les demandes en passagers et en fret sont saturées.

• en (I) la recette est une fonction croissante de x_{j1} et x_{j2} car elle croît à la fois avec le nombre de passagers et avec le fret,

• en (II) c'est une fonction du nombre de passagers (qui croît avec x_{j1} et x_{j2}),

• en (IV) c'est une fonction du fret (qui croît avec x_{j1} et x_{j2}).

Pour simplifier nous avons pris des fonctions linéaires des offres, c'est-à-dire que la recette passagers est de la forme

$$RP = \rho_{j1}\, S_{j1}\, x_{j1} + \rho_{j2}\, S_{j2}\, x_{j2}$$

et pour le fret

$$RF = T_{j1}\, x_{j1} + T_{j2}\, x_{j2}$$

mais on pourrait trouver des formes plus adéquates, surtout en ce qui concerne les passagers.

Enfin, nous avons encore amélioré le réalisme des résultats en imposant que le rapport des fréquences x_{j1} et x_{j2} ne dépasse pas un certain seuil (par exemple 1/4), ceci afin d'éviter les disproportions qui seraient irréalistes (par exemple $x_{j1} = 32$ et $x_{j2} = 3$).

Il suffit d'imposer $x_{j1} \leqslant \alpha x_{j2}$ et $x_{j2} \leqslant \alpha x_{j1}$. Comme on le voit, on peut ainsi chercher l'optimum dans une zone choisie à l'avance, et que l'on sait plus propice et plus réaliste. On peut également imposer qu'il n'y ait pas de mélange, si le nombre de fréquences est faible (< 3 ou 4).

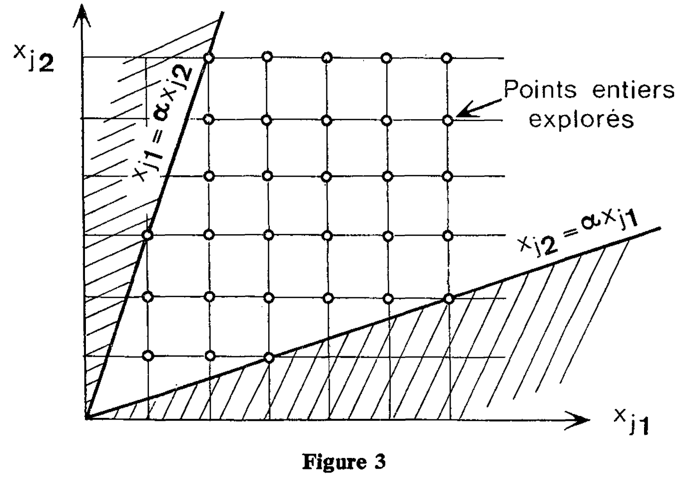

Figure 3

33. Retour sur les limitations d'avions

Pour résoudre le problème général P, il faut retenir une et une seule de ces K solutions par relation de manière à vérifier les contraintes de flotte de type (3), et à minimiser la fonction économique z.

C'est ici que se place l'artifice de calcul qui permet d'obtenir les solutions en nombres entiers.

Appelons y_{ik} une variable bivalente (0,1)

$y_{ik} = 1$, si on retient la k-ième solution du problème Pi

$y_{ik} = 0$ dans le cas contraire.

Le nouveau problème est de choisir sur chaque relation une et une seule des K solutions possibles de manière à minimiser le coût total, tout en respectant les contraintes de flotte (3).

Le nouveau modèle s'écrit alors de la manière suivante, en prenant y_{ik} pour nouvelles inconnues :

$$\begin{cases} y_{ik} = 0 \text{ ou } 1 & \\ \sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1 \quad \forall_i & (1)'' \text{ choix d'une solution sur chaque itinéraire} \\ n_j H_j \leqslant \sum_{ik} h^j_{ik} y_{ik} \leqslant N_j H_j \quad , \quad \forall_j \ (2) & \text{limitation des flottes} \\ \text{Min } z = \sum_{ik} C_{ik} y_{ik} & \text{optimum économique} \end{cases}$$

avec les données : C_{ik} = coût de la solution k du problème Pi

h^j_{ik} = nombre d'heures utilisées par l'avion j dans la solution k du problème Pi

Ce modèle fournit les solutions y_{ik} en nombres entiers, sauf pour autant de variables qu'il y a de contraintes de type (2) qui sont atteintes. Leur nombre est limité (4 au plus pour 5 types d'avions). On obtient donc des affectations en nombres entiers de vols sur presque toutes les lignes. Quelques remarques s'imposent déjà au sujet de ce procédé :

• tout d'abord, on ne retient qu'un nombre fini K (autant que de combinaisons possibles avec 1 ou 2 avions) de solutions possibles pour chaque itinéraires. *Ceci peut éliminer certaines solutions non optimales* pour le problème local Pi, mais intéressantes pour le problème global P.

Ce risque est assez faible et la perte peu sensible, mais il nous est arrivé de constater qu'en ne retenant que les K meilleures combinaisons du problème Pi, nous obtenions un sous-optimum du problème P. En ajoutant les contraintes α de seuil de fréquences, nous avons paradoxalement amélioré la solution de P. L'explication est la suivante : si un avion 1 est « meilleur » que les autres, dans les combinaisons 2 à 2 avec d'autres avions sur un itinéraire, il va être combiné avec 0 ou 1 fréquence de l'autre type. Les variables y_{ik} qui font intervenir cet avion introduiront donc de grosses consommations de ce type avion. Or, comme il est rare, il pourrait être avantageux de réduire son emploi sur l'itinéraire i pour libérer son potentiel rare sur d'autres itinéraires où sa rentabilité est supérieure. L'échantillon réduit K de solutions y_{ik} sur l'itinéraire i nous a privé des variables y qui seraient entrées dans la solution optimale.

Paradoxalement, nous voyons donc que l'obtention d'une bonne solution globale passe par un échantillonnage de K solutions locales utilisant un peu tous les types d'avions, au lieu de n'inclure que les combinaisons conduisant au meilleur résultat économique sur les problèmes locaux Pi.

• L'avantage de la résolution séparée des problèmes Pi est de *pouvoir introduire des conditions non linéaires*, comme le fait de ne combiner que deux types d'avions pour un itinéraire i, ou d'introduire un nombre de passagers transportés variant de façon non linéaire avec le nombre de fréquences — dans la mesure où une telle loi serait constatée —, et surtout d'obtenir une solution en nombres entiers de vols. On pourrait également introduire des coûts non linéaires en fonction du nombre de fréquences obtenu, car le coût unitaire de traitement d'un avion dans une escale peut dépendre du nombre de mouvements quotidiens dans cette escale.

• *L'utilisation Hj* d'un avion j dans une période est supposée donnée a priori. Elle peut en fait dépendre des *affectations retenues dans le problème P.* En effet, dans le problème P, nous n'avons pas abordé le problème des horaires. Or, il peut arriver que les fréquences affectées à un itinéraire nécessitent des horaires particuliers laissant des « rompus » d'utilisation.

Avec de telles affectations, la construction des horaires peut amener à obtenir plus ou moins de Hj heures affectées par période pour un avion de type j (6). Si c'est le cas, il conviendra de réitérer la résolution du problème P en modifiant la valeur de Hj.

• De même, nous avons fait remarquer un peu plus haut que quelques y_{ik} (autant que de flottes moins un) pouvaient être fractionnaires. En général, il suffira de modifier le Hj des flottes « rares » de ε pour arriver à une valeur entière de tous les y_{ik}.

• La fonction économique du problème général P est plus complète que celle du problème local Pi. Au niveau du problème local Pi, il est impossible de savoir si l'avion qui est alloué est un avion déjà présent dans la flotte ou un appareil qu'il faut acheter. Les frais financiers ne peuvent donc intervenir à ce niveau.

En revanche, pour le problème P, il suffit de calculer le nombre q_j d'appareils du type j nécessaires. Si la compagnie en possède r_j anciens, il est facile de calculer après coup de façon précise les frais financiers correspondant aux appareils supplémentaires.

• On peut imposer l'affectation d'un nombre donné d'appareils d'un certain type en donnant la même valeur aux bornes inférieure et supérieure de cette flotte. Cela permet de mesurer l'intérêt de l'introduction d'une flotte une année plutôt qu'une autre, et permet également des comparaisons entre tactiques : développement de telle flotte plutôt que telle autre par simple modification de ces bornes.

34. Présentation des sorties et paramétrisation

Les sorties du programme linéaire sont résumées en un tableau synthétique présentant le nombre d'avion de chaque type utilisé et la fonction économique. Nous accompagnons chaque passage d'une paramétrisation de la containte sur le niveau de chaque flotte (nj, Nj). Nous avons ainsi simultanément les résultats d'affectation optimale de plusieurs compositions de flotte pour une période donnée. Il est donc rapide de combiner ces informations pour déterminer les investissements optimaux de plusieurs périodes.

D'autre part, lorsqu'on étudie les affectations d'une nouvelle période, les données de trafic et de coût peuvent aisément être extrapolées à partir des données de la période antérieure par des coefficients adaptés. On repartira également de la solution basique en y du programme précédent pour accélérer les itérations du programme linéaire pour obtenir une solution réalisable. On économise ainsi beaucoup de temps ordinateur.

Une sortie sur listing s'effectue sous forme d'un « fréquencemètre » qui attribue à chaque ligne le couple d'avions retenus (ou l'unique type d'avion) avec le nombre de fréquences pour chacun d'eux, et le coût direct d'exploitation. Puis apparaissent au total les nombres d'avions de chaque type, avec comme coût total la somme des coûts partiels, et la somme des frais financiers des différents types d'avions.

35. Analyse marginale

Notons au passage que l'un des sous-produits fort instructif des programmes linéaires est l'analyse des valeurs marginales qui nous renseignent sur le coût marginal des contraintes, le coût marginal de substitution d'une variable à une autre, et l'analyse postoptimale. Dans la présentation du problème en variables x_{ij} indiquée dans le § 3, nous pouvons ainsi apprécier le coût des fréquences minimum, de la satisfaction de la demande... Au contraire, la présentation en variables binaires du § 32 va bloquer toutes les contraintes relatives à un itinéraire sur le coût de substitution d'une combinaison y_{ik} à une autre, et sur le coût de satisfaction de cet itinéraire $\sum y_{ik} = 1$.

Il reste cependant le coût marginal relatif aux contraintes de limitation de chaque type avion.

36. Passage des résultats d'une période à ceux d'une année

La dimension de la flotte dépend de la période de pointe. C'est pourquoi nous choisissons une semaine moyenne de la saison d'été pour optimiser les affectations et fixer le niveau de la flotte. Pour bien faire, il conviendrait, à l'aide des enveloppes de flotte fixées sur la pointe, de réitérer l'application du modèle d'affectation à la période de creux (ou à plusieurs périodes caractérisant la demande d'une année). Pour une composition de flotte donnée, on pourrait donc examiner les affectations optimales par période. En pondérant chaque période par le nombre des semaines qui s'y rattachent, on obtiendrait le cash flow annuel, c'est-à-dire la différence entre les recettes et les dépenses directes d'exploitation. Pour obtenir le revenu, il faudrait retirer les coûts annuels résultant du financement et de l'amortissement des avions.

Cette méthode pourrait poser des problèmes si elle conduisait en particulier à changer les types d'avions affectés à un itinéraire au fil des périodes.

En fait, nous avions observé qu'en donnant le poids 40 à la semaine de pointe, on reconstitue l'offre, la demande et le cash flow de l'année. Nous pouvons ainsi nous contenter de chercher l'affectation optimale de la flotte sur la période de « pointe moyenne ».

4. COLLECTE DES DONNEES

Comme nous le remarquions plus haut, cette étude sera d'autant plus intéressante que les données seront plus précises.

Toutefois, afin de ne pas surcharger inutilement le calcul, il convient d'effectuer des simplifications sans entraîner une trop grande approximation sur les résultats. D'autre part l'extrapolation de données statistiques dans un avenir de plusieurs années est fort délicate, de même que l'introduction de considérations subjectives comme l'attitude de la concurrence, les préférences des clients, etc...

Ce sont ces difficultés que nous allons étudier plus en détail par catégories.

41. Données par type d'avions

D'une manière générale, le nombre de flottes étudiées est assez limité (de l'ordre de 5 ou 6). Parmi celles-ci, certaines sont anciennes, les données les concernant sont donc faciles à trouver, par consultation des statistiques, et extrapolation après avis des techniciens.

Par contre, d'autres sont nouvelles (certaines n'existent que sur le papier); c'est alors le constructeur qui fournit les chiffres des coûts d'exploitation et la prévision des performances de l'appareil. Ces chiffres sont soumis à de fréquentes modifications, en particulier après la critique des futurs exploitants. Il peut y avoir lieu d'étudier plusieurs variantes de ces données des avions nouveaux.

• *Le nombre de sièges par appareil* doit être déterminé, encore qu'il existe différentes versions d'un même appareil. C'est la version la plus courante qui est retenue pour chaque type d'avion de façon à ne pas privilégier une solution où un avion serait plus économique que d'autres parce qu'on y offrirait aux passagers un espace vital plus réduit.

• *Le prix de chaque appareil* neuf inclut les pièces de rechange mais pour les appareils en construction, le prix d'achat n'est pas encore parfaitement fixé et il peut y avoir de grandes différences entre les premières estimations et la réalité.

• *Les coûts à l'heure de vol* comprennent les frais du personnel navigant de l'entretien et du carburant. Pour les avions anciens, ces chiffres sont connus avec précision, et facilement reconductibles dans le futur, avec des taux de variation connus. Pour les avions neufs, il s'agit d'estimations, par analogie avec d'autres appareils, et prévision de leurs performances.

Ces chiffres sont fournis par le constructeur lui-même, et éventuellement retouchés par les services techniques de la Compagnie. La projection dans le futur augmente encore les risques d'erreurs à leur sujet.

De plus, il s'agit de frais en période de croisière, ce qui n'est pas valable pour les avions nouveaux, car durant les premières années, il faut roder les méthodes de travail, et engager des frais initiaux importants pour un parc encore réduit.

• *Les frais financiers à l'heure affectée.* L'affectation d'un avion à un vol consomme le potentiel d'heures disponibles de ce type d'avion. L'heure affectée comporte le temps de vol réel, et le temps d'immobilisation au sol en escales. L'expérience des années passées montre qu'on peut tirer d'un avion moyen-courrier un nombre H d'heures par semaine.

On calcule par ailleurs le coût annuel d'un avion à partir de son prix d'achat, de sa durée économique de vie, du taux d'intérêt de l'argent et du calcul de l'annuité correspondante, dont on tire finalement le coût à l'heure affectée.

• *Les capacités techniques de l'avion :* dans le cas d'étapes trop longues, la limitation de charge marchande peut intervenir. On l'introduit en limitant le remplissage ρ_{ij} de l'avion j sur la relation i, compte tenu du nombre de sièges normal S_j. Dans certains cas, on prendra un remplissage nul, car le rayon d'action de l'avion j est trop court pour un itinéraire.

En ce qui concerne le fret, on donne le tonnage T_{ij} de fret transportable en moyenne.

42. Données par relations

Certaines de ces données ne soulèvent aucun problème, c'est le cas :

- des distances entre étapes,
- du nombre d'escales par itinéraire,
- des heures de vol par avion j itinéraire i.

D'autres, au contraire, dépendent étroitement de l'évolution du marché et de la politique de la compagnie. Ainsi :

- le nombre de passagers à transporter. Les statistiques sont projetées dans le futur, avec augmentation moyenne d'environ 10 % par an. Dans le réseau moyen-courrier qui nous intéresse, les Compagnies sont souvent en duopole, ce qui facilite l'estimation de la clientèle. Il en irait tout autrement en cas de concurrence « sauvage », comme c'est le cas sur l'Atlantique Nord. Toutefois, si les estimations des deux ou trois premières années sont assez bonnes, la prévision du trafic dans cinq ans reste hasardeuse.
- Le nombre de fréquences minimum que la compagnie s'impose d'effectuer sur chaque itinéraire. Ce chiffre dépend de l'importance de la ligne, de son type (touristique ou ligne d'affaires). Par exemple, Air France s'impose au moins 98 rotations par semaine sur Paris/Londres, tandis que ce chiffre n'est que de 1 ou 2 sur certaines lignes touristiques d'Afrique du Nord. Ces chiffres sont fournis par le service commercial.

Notons que l'influence du nombre de fréquences sur le nombre de passagers (qualité de service) n'est pas prise en compte, ce qui pourrait être une intéressante amélioration.

- Le nombre de fréquences maximum a été fixé à 150 par semaine pour toutes les lignes. En réalité, cette mesure de sécurité joue assez peu, sauf peut-être pour Paris/Londres.

43. Données par relation et type d'avion

Pour coller le plus près possible à la réalité, on détermine un coefficient de remplissage maximum par types d'avions et par ligne. Ceci permet d'éviter que le modèle ne remplisse les avions à 100 % alors que dans la réalité ils ne le seront qu'à 60 % environ.

En effet, il ne faut pas oublier qu'on traite une semaine moyenne d'été et que les fluctuations de la demande par rapport à l'offre ne permettent pas de dépasser un certain coefficient de remplissage.

Ces coefficients ρ_{ij} permettent de pondérer le nombre de sièges S_j de l'avion j, et de donner le nombre de passagers que l'avion j est susceptible de transporter.

Par exemple, trois rotations de 707 (150 places) remplis à 100 % transportent 450 passagers. Dans la réalité, les avions étant chargés à 60 %, ils transportent 90 passagers chacun, et il faut donc 5 rotations. Ces coefficients sont tirés des statistiques de ligne. Ils varient entre 50 et 70 %.

De même, s'il est préférable de placer sur une relation un avion particulier, pour des raisons commerciales (l'avion neuf attirera de la clientèle sur certaines lignes), on le favorisera en lui accordant un coefficient de remplissage supérieur aux autres. Ce peut être le cas de l'Airbus sur le parcours Paris/Londres, où sa présence peut être jugée plus attirante que sur d'autres lignes, et au contraire, sur un itinéraire à faible trafic, sa présence sera peu souhaitable du fait de la réduction des fréquences dommageable sur le plan concurrentiel et son remplissage estimé sera plus faible.

44. Données par escale

Chaque fois qu'un avion se pose dans une escale, il faut payer des coûts de stationnement et de main-d'œuvre. Il est possible d'obtenir un tableau de ces coûts par escale et type avion. En fait, ces coûts dépendent pour une large part des types d'avions utilisant cette escale, de leur nombre de vols et des horaires. Ces coûts dépendent donc en partie de l'affectation retenue, du moins en théorie.

Pour simplifier on a adopté la même valeur pour toutes les escales (valeur moyenne pour le type avion) ce qui permet une importante simplification sans modifier le résultat global de façon notable (d'autant que Paris est de loin l'escale la plus utilisée par Air France).

45. Données initiales

Un certain nombre de données initiales comme le nombre d'avions déjà achetés, le nombre d'heures utilisables par semaine et par appareil, etc... sont également introduites.

On peut remarquer qu'il n'est tenu aucun compte des horaires journaliers, avec les horaires de pointe qui favorisent les gros porteurs, ni de l'effet saisonnier qui entraîne une grande variation de passagers entre l'hiver et l'été, sur certaines lignes. C'est le trafic de pointe qui a été pris en compte pour la raison que la compagnie s'impose de transporter tous les passagers prévus.

Le réseau moyen-courrier Air France comporte 130 relations et prévoit 5 types d'appareils, ce qui représente un grand nombre de données à collecter avec précision, malgré les simplifications prévues.

En définitive, les problèmes soulevés par l'obtention des données sont de deux ordres :

- matériels parce qu'il faut projeter un grand nombre de données actuelles dans un futur assez lointain et incertain ce qui est risqué dans le domaine de l'aviation civile qui est en perpétuelle évolution, d'autant que les types d'appareils nouveaux sont finalement peu connus ;

• philosophiques parce que de nombreux facteurs inconnus interviennent, conjoncture future, concurrence, désirs de la clientèle, évolution de la compagnie, etc... Autant de facteurs qu'il faut évaluer avec le maximum de précision.

En dernier lieu, il convient de sélectionner, parmi toutes les données accessibles les plus importantes, et de faire les simplifications utiles en les justifiant par l'incertitude des données économiques.

Malgré ces réserves, il est raisonnable de penser que les résultats de l'étude demeurent valables, car c'est une étude essentiellement comparative entre plusieurs types d'avions dans les mêmes circonstances.

Enfin il est possible d'effectuer une étude de sensibilité, en modifiant systématiquement certaines des données pour étudier la stabilité des résultats. C'est ce qui a été fait et exposé au § 6.

5. EVOLUTION OPTIMALE DE LA FLOTTE

L'étude que nous venons de décrire permet donc de déterminer, pour une année fixée, la composition de flotte optimale, dans les contraintes imposées.

Il faut passer désormais de ce stade à celui d'une période plus longue, de l'ordre de 5 années. La méthode adoptée ici comporte des défauts, sur le plan théorique mais a le mérite de la simplicité et de l'efficacité.

Pour dégager une stratégie cohérente pour la compagnie dans les années étudiées, il convient de retenir de nouvelles contraintes :

• décroissance d'une année sur l'autre du nombre de vieux avions selon un plan de dégagement prévu;

• non décroissance du nombre des avions neufs (afin de ne pas revendre des avions achetés récemment).

Le but est de déterminer quelle stratégie cohérente sur les quelques années étudiées permettra le bénéfice maximum sur cette période.

Pour cela, nous adoptons une démarche voisine de la programmation dynamique. Pour chaque année, nous résolvons le problème des affectations optimales (maximisation du cash flow) pour diverses compositions de flotte. Le temps ordinateur est réduit du fait des méthodes de paramétrisation du second membre. On met 6 mn d'unités centrales pour résoudre les affectations paramétrées d'une année sur IBM 370-155.

On peut alors dresser le graphe suivant (voir fig. 4).

Sur ce graphe, nous retiendrons seulement les branches correspondant à une évolution logique de chaque type avion. De ce fait, on n'a en général le choix qu'entre des croissances variables des 2 ou 3 types d'avions nouveaux.

Il est donc facile d'examiner à la main les quelques cheminements intéressants, et de retenir le meilleur, après avoir pris en compte les coûts financiers des nouveaux avions.

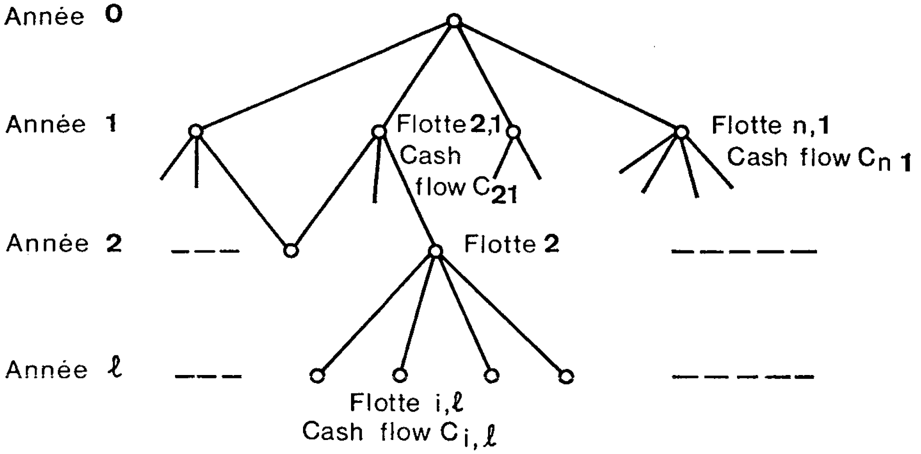

Figure 4

Ce procédé assez simple comporte toutefois une lacune : il demeure de conception statique, car les liens entre années ne sont pas d'ordre financier, c'est-à-dire que l'état financier de l'entreprise, le volume des dettes, l'autofinancement ne sont pas pris en compte ; il serait fort délicat puisque l'étude porte sur un tiers environ de la durée de vie des appareils, et que l'amortissement s'effectue sur toute la durée de vie du matériel.

La succession de programmes chaque année peut paraître peu pratique, mais un grand programme est impossible à réaliser vu le nombre d'inconnues et de paramètres qui grandirait démesurément. L'étude d'une période courte (un an) est plus réaliste et plus précise. Cette technique a aussi l'avantage de la maniabilité, bien que des progrès doivent être accomplis en ce domaine afin d'améliorer le dialogue entre la machine et son utilisateur. Ceci favoriserait l'étude de sensibilité qui consiste à faire varier certaines données, pour étudier la stabilité des résultats.

Du reste, lorsque quelques programmes d'investissements ont été présélectionnés, leurs implications financières sont étudiées à fond dans le cadre de la planification.

6. ETUDE DE SENSIBILITE

Comme nous l'avons remarqué à propos de l'obtention des données nécessaires au calcul, le risque d'erreur est assez important pour un certain nombre de données (coûts) tandis que d'autres informations peuvent être sujettes à des variations imprévues (nombre de passagers par ligne). C'est pourquoi il est nécessaire d'effectuer une étude de sensibilité qui permette de tester l'influence des données sur les résultats, et d'apprécier les risques pris en adoptant telle ou telle solution.

En principe, toutes les données peuvent être testées. Dans la pratique on ne peut en retenir que quelques unes, les plus importantes. Nous adopterons trois catégories d'analyse de sensibilité :

- sensibilité à l'horizon;
- sensibilité aux contraintes;
- sensibilité aux coûts.

61. Sensibilité à l'horizon

La première idée qui s'impose est que l'incertitude augmente au fur et à mesure que l'horizon s'éloigne. Une étude à trop court terme (2-3 ans) est inutile car les choix d'investissements doivent se faire quelques années à l'avance. Une étude à trop long terme (10 ans) risque d'être irréaliste et de faire commettre de graves erreurs. C'est pourquoi un horizon moyen doit être adopté, le chiffre de 5-6 ans paraît souhaitable. L'étude Air France de 1972 porte sur les années 1976 à 1980. Les résultats sur ces 5 années ont montré une remarquable homogénéité en ce sens que les résultats fournis séparément aboutissent à la même sélection, compte tenu de la croissance du trafic d'une année sur l'autre favorisant les gros porteurs.

62. Sensibilité aux contraintes

Nous avons vu qu'il y avait trois types de contraintes. Nous allons les étudier successivement.

• *Contraintes de la demande passagers :* une erreur d'appréciation de la demande entraînera en général une modification des affectations donc des types d'avions nouveaux sélectionnés. S'il s'agit d'une erreur systématique, sous-estimation ou surestimation sur toutes les relations, cela se traduira par une erreur sur le nombre total d'avions à acquérir.

Sans commettre une telle erreur sur la demande totale, il peut se faire qu'on se trompe légèrement sur chaque itinéraire. Nous avons donc appliqué des variations aléatoires de $\pm$ 10 % sur la demande de chaque itinéraire, et nous avons recommencé le processus d'affectation optimale. On note bien des modifications au niveau du fréquencemètre (nombre de vols affectés d'un type avion sur une ligne), mais la répartition globale des types d'avions dans la flotte n'est pratiquement pas modifiée, et c'est le résultat fondamental pour un problème d'investissement.

63. Contraintes de fréquences

Ces contraintes imposent d'offrir plus de places qu'il n'y a de passagers prévus. Il arrive parfois que le remplissage maximum prévu ne soit pas atteint pour respecter la contrainte sur les fréquences minimum. Ce sera souvent le cas sur des itinéraires à faible trafic.

Une récente étude a montré qu'une diminution d'une unité sur chaque nombre de fréquences minimum supérieur à 1 entraînerait une économie correspondant à un gain de 3 Caravelle pour transporter la même demande.

On voit donc l'importance primordiale de ce phénomène, et l'extrême attention qu'il faut lui accorder.

En comparant des évolutions de flotte entre 1976 et 1978 où les seuls nouveaux avions ajoutés seraient soit l'Airbus à 269 places soit le Mercure à 141 places on a constaté que dans le premier cas, les fréquences ne progresseraient que de 6 %, alors qu'elles augmenteraient de 29 % dans l'autre. Cela vient de ce qu'en 1976, l'Airbus est contraint par le nombre de fréquences minimums. Il a ainsi un remplissage très bas, et peut absorber la croissance du trafic en restant souvent au-dessous du remplissage admissible.

64. Contraintes d'enveloppe de flottes

Comme nous l'avons dit, nous pouvons modifier aisément ces contraintes, ce qui permet de faire différentes hypothèses quant à l'état de la flotte en début de période.

Ainsi on peut mesurer l'intérêt de faire disparaître des avions anciens. Pour cela, il suffit de supposer que la compagnie en possèdera par exemple 20 une année, puis recommencer en en supposant 18, et de comparer les achats d'avions à effectuer, la différence de coût, etc...

C'est tout le but de l'évolution optimale de la flotte vu au § 5.

65. Sensibilité aux coûts

L'incidence des coûts est évidemment primordiale, d'une part parce que pour les avions neufs, les coûts ne sont pas fixés avec certitude, et d'autre part cela permet de mesurer la fragilité de l'intérêt d'un avion et de mesurer sa marge de supériorité, afin d'en discuter éventuellement avec les constructeurs.

Soient deux tactiques, A et B.

Tactique A

Développement avec les avions du type X ce qui nécessite x avions X.

Tactique B

Développement avec les avions de type Y ce qui nécessite y avions Y.

Si la tactique A coûte ΔC de plus que B, on peut calculer de combien le coût de l'avion X devrait baisser pour que les deux solutions soient équivalentes.

Chaque avion volant en moyenne 2 400 heures par an, la diminution du coût d_x à l'heure de vol de l'avion X doit être :

$$d_x\, 2\,400x = C \qquad \text{soit} \qquad d_x = \frac{C}{2\,400x}$$

Ce calcul approché permet de juger si la solution B est solidement plus valable que la solution A, et si une variation sur les données ne risque pas de provoquer un renversement de tendance.

De la même façon, on peut calculer la variation du prix global d'un avion pour avoir les mêmes effets. On voit donc la grande utilité de ce procédé. Or sa maniabilité est grande, puisqu'il suffit de changer quelques chiffres. Pour l'étude Mercure/Airbus, il a suffit de changer deux chiffres par an, pour connaître les conditions d'équivalence entre les deux tactiques.

7. UTILISATION DU MODELE A L'ETUDE AIRBUS/MERCURE

Nous allons maintenant considérer le cas plus précis du réseau moyen-courrier d'Air France pour les années 1976, 1977, 1978. Seules cinq flottes sont envisagées :

— les B. 707 et 727, la Caravelle, l'ABU et le MER.

Or les effectifs des trois premières flottes sont pratiquement connus :

• les Caravelle, dont Air France possèdera environ 20 exemplaires en 1976, et dont le nombre devrait diminuer au rythme de deux par an, pour cause d'obsolescence commerciale;

• les B. 727 dont le nombre est limité à 20;

• les B. 707 déclassés des routes long-courrier par la modernisation en B. 747 et en Concorde. Leur nombre varie de 10 à 12 entre 1976 et 1978;

• 6 Airbus déjà commandés pour 1975.

Le complément ne peut donc se faire qu'en Airbus ou en Mercure. C'est donc essentiellement en une étude comparative entre ces deux avions qu'a consisté cette étude. C'est pourquoi nous avons adopté trois tactiques :

• dans la première, développement en Airbus seuls. Pour cela nous bloquons chaque année le nombre de Mercure à 0, nous calculons le nombre d'Airbus nécessaires, et le coût d'exploitation par année ;

• dans la seconde, c'est le même calcul, mais avec le Mercure seul;

• dans la troisième enfin, nous laissons chaque année la possibilité d'un mixage Airbus-Mercure, ce qui donnera pour chaque année le mélange optimum. Cela permet de comparer les avantages respectifs des deux avions, et de mesurer les risques encourus par chaque tactique.

En 1976, sur presque toutes les relations le modèle fournit juste le nombre de fréquences minimum, ce qui indique qu'une baisse générale de ces fréquences minimums entraînerait d'importantes économies de dépenses, mais sans doute aussi une réduction des recettes difficile à estimer.

L'examen des fréquences de vols affectées par le modèle a paru réaliste. On a pu ébaucher les horaires correspondants, ce qui a permis cependant de constater que l'utilisation en heures disponibles par période (*Hj*) était un peu optimiste pour les nouveaux avions dont le petit nombre ne permet pas des combinaisons d'horaires les plus efficaces. Il faut alors étudier les rotations des avions à l'aide d'autres modèles (6).

L'utilisation du modèle décrit ici a permis à la Direction dè la Compagnie Air France d'éclairer ses décisions d'investissements, et de les justifier auprès de son autorité de tutelle.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Northwestern University, *Price of used commercial aircraft.* Transportation Center of N.V. Evanston, 1959.

[2] J. AGARD, *Linear programming and its applications in air transportation* (AGIFORS Symposium, 1964).

[3] D. GRETZ et M. BAKLOUTI, *Optimisation d'une flotte aérienne.* Document interne du SGAC et BCEOM Déc, 1969.

[4] J. PEYRELEVADE, G. GERVAIS, *Modèle de choix d'investissements d'une compagnie aérienne,* Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, V-2, 1973.

[5] J. AGARD, J. P. ARABEYRE, J. VAUTIER, *Génération automatique de rotations d'équipage,* Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, n° 6, 1967.

[6] A. CHAMORRO, *Optimisation d'une flotte aérienne par la méthode ATEM,* Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, V-3, 1969.

[7] M. ANDREFF et A. BOURGOGNE, *Les modèles et leur méthodologie.* Étude des flux et moyens dans le transport aérien. Institut du Transport Aérien, 1972.