

EDOUARD ROSSIER

**Pour un schéma de lecture des modèles économiques complexes application à Mini-DMS**

*RAIRO. Recherche opérationnelle*, tome 17, n° 1 (1983), p. 21-41

[http://www.numdam.org/item?id=RO\\_1983\\_\\_17\\_1\\_21\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RO_1983__17_1_21_0)

© AFCET, 1983, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « RAIRO. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**POUR UN SCHÉMA DE LECTURE  
DES MODÈLES ÉCONOMIQUES COMPLEXES :  
APPLICATION A MINI-DMS (\*)**

par Edouard ROSSIER † <sup>(1)</sup>

*Résumé.* — *Le présent travail fait état d'une méthode de compréhension globale des grands modèles interdépendants — également utile pour leur résolution numérique — qui peut être appliquée automatiquement à l'aide d'un ordinateur. Les principaux concepts à la base de l'analyse sont exposés dans une première partie, la deuxième partie étant dévolue à une étude des mécanismes du modèle Mini-DMS, comme exemple d'illustration.*

**Mots clés :** Modèles interdépendants; simplification optimale de mécanismes; force de cohésion.

*Abstract.* — *This article deals with a method of understanding large scale interdependent models, which proves also useful for their numerical computation. It can be automatically applied with the help of a computer. The first part of the paper is devoted to the main basic concepts, while the second part deals with the analysis of the Mini-DMS model, as an illustration.*

**Keywords:** Large scale interdependent models; optimal simplification of mechanisms; cohesion.

<i>Introduction.</i> . . . . .	21
1. <i>Méthodes proposées et principes d'interprétation.</i> . . . . .	23
1. 1. <i>Notions générales.</i> . . . . .	23
1. 2. <i>Les formes récursives.</i> . . . . .	25
1. 3. <i>Les modèles interdépendants.</i> . . . . .	27
1. 4. <i>Remarques algorithmiques.</i> . . . . .	29
2. <i>Application à Mini-DMS.</i> . . . . .	30
2. 1. <i>Introduction.</i> . . . . .	30
2. 2. <i>Ensembles de cohésion et mécanismes du sous-modèle interdépendant.</i> . . . . .	31
2. 3. <i>Les principaux circuits de Mini-DMS.</i> . . . . .	35
<i>Conclusion.</i> . . . . .	37
<i>Bibliographie.</i> . . . . .	38
<i>Annexe : Liste des variables endogènes du sous-modèle interdépendant de Mini-DMS, Version 3.</i> . . . . .	39

**INTRODUCTION**

La taille et la complexité grandissantes des modèles économétriques élaborés ces dernières années n'ont pas été sans soulever de nombreux problèmes, tant de maîtrise technique — en particulier de résolution numérique de systèmes

(\*) Reçu novembre 1980.

<sup>(1)</sup> Université de Genève, Département d'Économétrie, rue de Candolle, 12, 1211 Genève 4. Pour toute correspondance prière de s'adresser à Daniel Royer, même adresse.

d'équations non linéaires à plusieurs centaines d'inconnues — que de maîtrise conceptuelle des mécanismes de base régissant la structure interne des modèles.

Si les problèmes techniques ont pu être surmontés relativement facilement par l'utilisation systématique d'ordinateurs à grande capacité et de plus en plus performants, l'automatisation d'un processus de compréhension global du fonctionnement d'un grand modèle ne semble pas encore avoir été réalisée de manière définitive. Il existe ainsi, trop souvent encore à notre avis, un écart important entre la façon dont les auteurs de ces modèles perçoivent leur construction, notamment par la très grande pratique qu'ils en ont, et la façon dont le fonctionnement du modèle peut être perçu par un utilisateur potentiel, dans l'incapacité bien naturelle où il se trouve en général de saisir clairement le jeu des interdépendances liant un grand nombre de variables endogènes.

Les maquettes, ou formes condensées et simplifiées des grands modèles qui les représentent de manière opératoire, sont dès lors apparues comme un instrument privilégié de clarification visant à combler cet écart en permettant, notamment, une meilleure compréhension et une plus grande communication entre constructeurs et utilisateurs.

Le modèle Mini-DMS (version 3) élaboré par le Service des programmes de l'I.N.S.E.E. s'inscrit dans ce contexte et fournit une représentation synthétique du modèle DMS qui comporte quelque 2 000 équations. Or, s'il convient de souligner la transparence relative du fonctionnement des mécanismes de Mini-DMS, sa compréhension n'en a pas été rendue automatique pour autant. Il contient en particulier un sous-modèle statique de type interdépendant de 108 équations, et la ou les façons dont peut se déterminer l'équilibre statique correspondant n'est pas immédiate, quand bien même elle apparaît grandement facilitée par la description fournie par les auteurs du modèle de deux schémas itératifs simplifiés qui se superposent, l'un sur l'équilibre en volume et l'autre sur les salaires et les prix.

Cela justifie la présente analyse des interdépendances de Mini-DMS, comme illustration d'un processus automatique de compréhension des grands modèles économétriques, selon des méthodes et algorithmes qui ont été développés ces dernières années dans le cadre du Département d'économétrie de l'Université de Genève. Le point 1 ci-après résume ces méthodes tout en discutant des principes d'interprétation retenus, et le point 2 rapporte de leur application à Mini-DMS.

Il convient de bien souligner le caractère illustratif de cette analyse qui, fondée sur des procédures d'ordonnancement efficaces, aurait pu être envisagée au niveau même du modèle DMS. C'est en effet le grand avantage d'un processus automatique que de s'appliquer à des modèles de grande taille, tout

en conduisant à une compréhension sans simplification inutile, en étant par ailleurs assuré que chacun peut comprendre la même chose. Au demeurant, les méthodes proposées fournissent également un ordre optimal des équations et inconnues pour la résolution numérique des modèles non linéaires, permettant de minimiser le nombre d'équations à résoudre simultanément.

## 1. MÉTHODES PROPOSÉES ET PRINCIPES D'INTERPRÉTATION

### 1. 1. Notions générales

Les modèles envisagés sont des systèmes de relations fonctionnelles différentiables de la forme :

$$h_i(y; z) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

qui définissent, pour une période générique, les variables endogènes  $y = \|y_i\|_{i=1,2,\dots,n}$ , en fonction de variables exogènes ou prédéterminées  $z = \|z_j\|_{j=1,2,\dots,m}$ . Nous nous limiterons à considérer le problème de la détermination de l'équilibre statique  $y$  en fonction de  $z$ , car au niveau périodique de l'observation où le modèle s'inscrit, (l'année, le trimestre), les mécanismes dynamiques sont explicités par la présence de variables endogènes retardées et leur compréhension est, en général, aisée.

Dans ce cadre, nous dirons du modèle (1) qu'il est *de forme récursive*, lorsque la matrice jacobienne :

$$H = \left\| \left\| \frac{\partial h_i}{\partial y_j} \right\|_{i,j=1,2,\dots,n} \right\|, \quad (2)$$

peut être écrite comme une matrice décomposable, triangulaire par blocs, de la forme :

$$H = \left\| \left\| \begin{array}{ccc} H_{11} & \dots & 0 \\ H_{21} & & \\ \vdots & & \\ H_{q1} & \dots & H_{qq} \end{array} \right\| \right\| \quad (3)$$

grâce à des permutations appropriées de ses lignes et colonnes, les sous-matrices  $H_{ii}$ ,  $i=1, 2, \dots, q$  étant supposées carrées et  $q \geq 2$ . Dans le cas contraire, nous dirons que le modèle est *interdépendant*.

Le premier problème qui se pose, et qui est fondamental pour l'interprétation des modèles interdépendants, consiste à *coupler* variables endogènes et relations en précisant, pour chaque variable endogène, la relation qui la définit, ce qui conduit à récrire les relations (1) sous la forme :

$$y_i = g_i(y; z), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

En considérant l'expression suivante du déterminant de la matrice  $H$  :

$$|H| = \Sigma (-1)^{k_p} \prod_{i=1}^n h_{i p_i}$$

où le signe  $\Sigma$  porte sur les  $n!$  permutations possibles  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  de l'ensemble d'indices  $\{1, 2, \dots, n\}$  et  $k_p$  est le nombre d'inversions de la permutation  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , on peut remarquer qu'un tel couplage des variables et des relations doit nécessairement exister pour un modèle régulier, car il équivaut à la donnée d'une permutation  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , telle que :

$$\prod_{i=1}^n h_{i p_i} \neq 0.$$

Dans le cas contraire, il viendrait en effet  $|H| \equiv 0$ .

On peut également souligner que, lorsque  $q=n$  dans l'expression (3) ci-dessus — c'est-à-dire lorsque le modèle est *complètement récursif* — le couplage, s'il existe, est unique, ce qui ne sera pas le cas en général. Comme conséquence, les résultats mis en évidence au point 1.2 ci-après sur les formes récursives seront invariants par rapport à tous les couplages possibles.

Par contre, les conclusions établies pour les modèles ou sous-modèles interdépendants, seront le plus souvent relatives au couplage retenu, dont on devrait normalement s'attendre à ce qu'il soit donné par les auteurs du modèle. En effet, les modèles interdépendants en économie ne se justifient, d'un point de vue théorique, que comme approximation limite de modèles séquentiels sous-jacents, inscrits dans un temps *intrapériodique* par rapport au temps de l'observation, temps rythmé par les délais de réaction nécessaires pour que les influences entre variables soient manifestes. La donnée d'un couplage apparaît alors comme une première spécification partielle de cette dynamique sous-

jacente, qui conditionne l'interprétation du modèle quant aux mécanismes conduisant à la détermination de l'équilibre statique.

Compte tenu du choix d'un couplage, les diverses influences entre variables que traduisent les relations (4) peuvent être représentées par un graphe orienté  $G$  dont les  $n+m$  sommets correspondent aux variables  $y, z$  et tel que l'arc  $y_j \rightarrow y_i$  (ou  $z_k \rightarrow y_i$ ) existe dans  $G$  si et seulement si la variable  $y_j$  (ou  $z_k$ , respectivement), est un argument de la fonction  $g_i$  définissant la variable  $y_i$ , soit, formellement :

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_j} \neq 0 \quad \left( \text{ou } \frac{\partial g_i}{\partial z_k} \neq 0, \text{ respectivement} \right).$$

Envisagé comme simple schéma fléché, le graphe  $G$  conduit notamment à expliciter non seulement les influences directes représentées par les arcs, mais également les influences indirectes entre variables représentées par des *chemins* ou séquences d'arcs de la forme :

$$z_k \rightarrow y_j \rightarrow \dots \rightarrow y_i \rightarrow y_i.$$

Il constitue par ailleurs un instrument privilégié pour la mise en évidence et l'analyse des formes récursives.

## 1. 2. Les formes récursives

Considérons la relation binaire suivante, dite de *causalité immédiate* par référence au modèle dynamique séquentiel sous-jacent, et qui sera supposée, par convention, réflexive :

$$\begin{aligned} y_i C y_j &\Leftrightarrow G \text{ contient un chemin de } y_i \text{ à } y_j, \\ z_k C y_i &\Leftrightarrow G \text{ contient un chemin de } z_k \text{ à } y_i. \end{aligned}$$

Par transitivité de la notion de chemin,  $C$  est évidemment une relation de préordre et conduit, sur l'ensemble des variables endogènes  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , à la relation d'équivalence :

$$y_i E y_j \Leftrightarrow y_i C y_j \text{ et } y_j C y_i,$$

qui traduit, en particulier, l'existence de *circuits* entre certaines variables du modèle.

D'après la forme (3) et pour  $q=n$ , un modèle complètement récursif est caractérisé par l'absence de circuits entre ses variables. Par conséquent, la

forme récursive la plus fine que nous pouvons obtenir dans le cas général, doit coïncider avec la partition de l'ensemble  $Y$  en classes d'équivalence d'après la relation  $E$  :

$$Y = \{s_1, s_2, \dots, s_q\},$$

où les  $s_l$ ,  $l=1, 2, \dots, q$  sont appelées les *composantes fortement connexes* du graphe  $G$ , telles que :

$$y_i, y_j \in s_l \Leftrightarrow y_i E y_j.$$

les variables de  $s_l$  étant définies par le  $l$ -ième sous-système de matrice jacobienne  $H_{ll}$ ,  $l=1, 2, \dots, q$ .

Il reste à déterminer l'ordre  $(1, 2, \dots, q)$  dans lequel il convient de ranger les différentes composantes  $s$  afin d'obtenir la forme (3). Pour cela, on considère le *graphe réduit*  $G_r$ , obtenu en contractant  $G$  selon ses composantes fortement connexes, de telle sorte que l'arc  $s_k \rightarrow s_l$  existe dans  $G_r$ , si et seulement si un arc  $y_i \rightarrow y_j$  existe dans  $G$ , avec  $y_i \in s_k$  et  $y_j \in s_l$ . Par construction,  $G_r$  est sans circuit, et l'on peut définir une relation binaire  $S$ , réflexive, transitive et antisymétrique, par la condition :

$$s_i S s_j \Leftrightarrow G_r \text{ contient un chemin de } s_i \text{ à } s_j,$$

$$z_k S s_j \Leftrightarrow G_r \text{ contient un chemin de } z_k \text{ à } s_j.$$

La relation  $S$ , dite de *causalité stricte*, définit ainsi l'ordre recherché, fournissant en particulier une *hiérarchie* de  $q^* \leq q$  *niveaux* entre variables endogènes.

Pratiquement, on considérera tout d'abord les *sommets source* de  $G_r$  — qui sont source d'influences mais n'en reçoivent aucune — correspondant aux variables  $z$  et qui formeront, par convention, le niveau de hiérarchie 0. Leur suppression dans  $G_r$  conduit à un sous-graphe  $G_r^1$ , dont les sommets source formeront le niveau de hiérarchie 1. Et ainsi de suite, les variables du  $i$ -ième niveau de hiérarchie correspondant aux sommets source du sous-graphe  $G_r^i$ ,  $i=1, 2, \dots, q^*$ . Chaque niveau ainsi défini est alors composé de classes de variables  $(s_i, s_{i+1}, \dots, s_j)$ , toutes indépendantes entre elles, qui ne sont influencées que par des variables de niveaux inférieurs et qui ne peuvent avoir d'influence que sur des variables de niveaux supérieurs.

Comme on le verra dans l'application à Mini-DMS au point 2 ci-après, il n'est pas sans intérêt de mettre en évidence les influences qui engendrent une telle hiérarchie entre variables. Plus précisément, en considérant deux niveaux successifs  $i$  et  $i+1$ , comme chaque variable du niveau  $i+1$  doit être influencée par une variable au moins du niveau  $i$ , ce sont les seules variables du niveau  $i$  influençant celles du niveau  $i+1$  qui conduisent à distinguer ces deux niveaux.

Remarquons encore que la détermination de l'équilibre statique du modèle est logiquement sous-tendue par la hiérarchie de la forme récursive, ce qui se traduira, du point de vue numérique, par un ordre de résolution des blocs d'équations correspondant aux variables  $s_l$ ,  $l=1, 2, \dots, q$ , tel que chaque bloc  $l$  puisse être traité indépendamment des autres.

Les concepts à la base de l'analyse des formes récursives en économie sont dus principalement à H. Simon [8] et ont été développés en particulier dans [2, 4, 5 et 6].

### 1.3. Les modèles interdépendants

Un modèle interdépendant est caractérisé par la présence d'un circuit au moins entre tout couple  $(y_i, y_j)$  de variables endogènes. De manière équivalente, toutes les variables endogènes font partie de la même composante fortement connexe, ce qui est le cas des variables  $s_l$  d'un sous-modèle d'une forme récursive. Aussi, sans perte de généralité, nous admettrons dès maintenant que le modèle envisagé est tel que :

$$Y = \{s_1\} \quad \text{avec} \quad s_1 = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}.$$

Par ailleurs, un processus de compréhension automatique défini comme un schéma de lecture du modèle se doit naturellement d'être séquentiel, ce qui est notamment fourni par la hiérarchie des variables d'une forme complètement récursive. Il n'est donc pas surprenant que l'on cherche à associer une forme récursive particulière à un modèle interdépendant. La méthode proposée ici consiste à sélectionner un sous-ensemble de variables endogènes  $\bar{y}$ , de cardinalité minimale, tel que, en considérant comme fixées les variables  $\bar{y}$  dans la partie droite des relations (4) écrites globalement :

$$y = g(y; z), \quad (5)$$

le modèle soit de forme complètement récursive.

Dans le cadre du graphe  $G$ , cela revient à chercher un ensemble de sommets correspondant à  $\bar{y}$ , tel que la suppression de tous les arcs partant de ces sommets conduise à un graphe *partiel* de  $G$  qui soit sans circuits. La donnée d'un tel ensemble équivaut alors à une matrice de permutation  $P_s$ , telle que la matrice jacobienne :

$$H_s = P_s H P_s'$$

puisse s'écrire sous la forme :

$$H_s = T_s + R_s$$



où  $T_s$  est une matrice triangulaire et  $R_s$  une matrice minimale quant au nombre de ses colonnes contenant des éléments non nuls, chaque colonne correspondant à un élément (sommet ou variable) de  $\bar{y}$ . Nous appellerons *ensemble de cohésion* un tel ensemble d'éléments de cardinalité minimale dont la donnée permet de supprimer les interdépendances entre les variables du modèle.

Du point de vue de la résolution numérique du modèle, il convient de remarquer que la méthode proposée conduit à minimiser le nombre d'équations simultanées à résoudre, égal au cardinal de l'ensemble de cohésion. En effet, d'après la partition suivante du système (5) :

$$\begin{cases} \bar{y} = \bar{g}(\bar{y}, \bar{y}; z), \\ \bar{y} = \bar{g}(\bar{y}, \bar{y}, z), \end{cases}$$

avec  $y' = \|\bar{y}' | \bar{y}'\|$ , les relations  $\bar{g}$  forment un système complètement récursif par rapport à  $\bar{y}$ , ce qui permet d'explicitier  $\bar{y}$  en fonction de  $\bar{y}$  et  $z$  :

$$\bar{y} = \bar{y}(\bar{y}; z)$$

Le système d'équations simultanées à résoudre par rapport à  $\bar{y}$  vient alors immédiatement :

$$\bar{y} = \bar{g}[\bar{y}(\bar{y}; z), \bar{y}, z].$$

Quant au problème de la compréhension des mécanismes du modèle interdépendant, il est résolu par un schéma de lecture en deux étapes : l'une est donnée par la hiérarchie des variables propres au modèle complètement récursif, explicitée par la matrice triangulaire  $T_s$  de la relation (6), et l'autre consiste à compléter la lecture en tenant compte des influences directes entre variables données par les éléments non nuls de la matrice  $R_s$ . La méthode proposée permet ainsi une lecture d'autant plus aisée que l'on minimise le nombre de variables choisies comme point de départ.

Soulignons bien qu'un tel schéma de lecture ne saurait en aucun cas être considéré comme une dynamique artificielle venant se superposer à la dynamique sous-jacente à la détermination de l'équilibre statique. En admettant en effet l'existence d'un modèle séquentiel intrapériodique sous-jacent, ce qui caractérise cette *dynamique* dans le modèle interdépendant, c'est, d'une part, le *couplage* variable-relations que nous supposons donné, et d'autre part, tous les *circuits* qu'elle engendre au niveau de la période, le plus souvent largement enchevêtrés, et qui peuvent être en nombre de plusieurs millions. Le processus de compréhension retenu consiste alors à parcourir au moins une fois ces circuits élémentaires, en partant des variables d'un ensemble de

cohésion et selon un ordre tel que l'entreprise soit conceptuellement maîtrisable, évitant ainsi le recours à des schémas trop largement simplificateurs et leurs inévitables pertes d'information.

Les concepts à la base de cette analyse ont été introduits dans [6] et développés dans [3] et [4]. La notion d'ensemble de cohésion correspond, en mathématique, à celle de recouvrement minimal ou de transversal minimal d'un hypergraphe ([1], p. 401-407).

#### 1.4. Remarques algorithmiques

Les algorithmes utilisés pour l'analyse des formes récursives sont bien connus (*voir* par exemple [2], [3]) et nous nous limiterons ici au problème de la détermination des ensembles de cohésion.

Soit  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_p\}$  l'ensemble des circuits élémentaires du graphe  $G$ . Il s'agit de mettre en évidence les ensembles de sommets de cardinalité minimale qui constituent des recouvrements de l'ensemble des circuits, chaque circuit étant considéré comme un sous-ensemble de sommets :

$$c_i = \bigcup_{j \in C_i} \{y_j\},$$

que nous écrivons sous la forme :

$$c_i = \sum_{j \in C_i} y_j,$$

où  $C_i$  désigne l'ensemble d'indices des sommets formant le circuit  $c_i$ . Comme nous devons choisir au moins un sommet dans chaque circuit, il s'agit donc de développer le produit de sommes :

$$\prod_{i=1}^p \left( \sum_{j \in C_i} y_j \right),$$

en une somme de  $K$  monômes de la forme :

$$\sum_{k=1}^K \left( \prod_{j \in M_k} y_j \right), \quad (7)$$

$M_k$  étant l'ensemble d'indices des variables du  $k$ -ième monôme. En traitant par ailleurs les  $y_j$  comme des variables booléennes, on peut appliquer, dans le

calcul de cette dernière expression, les règles de simplification qui découlent des propriétés suivantes :

– idempotence :

$$a + a = a \quad \text{et} \quad a \cdot a = a;$$

– absorption :

$$a + ab = a \quad \text{et} \quad a(a + b) = a.$$

Chaque monôme  $\prod_{j \in M_k} y_j$  définit alors un recouvrement minimal, les recouvrements minimaux ou ensembles de cohésion étant alors ceux de cardinalité minimale.

Quant au calcul de l'expression (7) ci-dessus, il peut être effectué itérativement, avec, à la  $r$ -ième itération :

$$\prod_{j=1}^r \left( \sum_{i \in C_j} y_i \right) \cdot \sum_{C_{r+1}} y_i \quad r = 1, 2, \dots, p-1,$$

les recouvrements obtenus à l'itération  $r+1$  étant construits directement à partir de ceux de l'itération  $r$ . Par ailleurs, il n'est pas nécessaire d'explorer tous les circuits, car un grand nombre d'entre eux peuvent souvent être éliminés d'emblée, grâce à la propriété d'absorption. Par exemple, la prise en compte d'un circuit de la forme  $y_i \Leftrightarrow y_j$  permet d'éliminer tous les circuits de longueur supérieure passant par les sommets  $y_i, y_j$ . De même, on pourra ignorer certains sommets du graphe dès lors qu'ils ne contribuent pas à la création de circuits.

Pour une description plus complète de cet algorithme, on pourra consulter [4], et le programme d'ordinateur utilisé, qui permet de traiter, sur un ordinateur UNIVAC 1100/60, des modèles de plus de 100 variables et des centaines de milliers de circuits en quelques secondes CPU seulement, est décrit dans [3].

## 2. APPLICATION A MINI-DMS

### 2.1. Introduction

Dans sa présentation actuelle, les relations du modèle Mini-DMS version 3, sont réparties par ensembles logiques, appelés blocs, dont la liste figure ci-après, selon la nomenclature retenue dans [7] :

1. Capital et capacité de production.
2. Emploi, chômage, productivité.
3. Salaires, cotisations et prestations sociales.

4. Autres ressources des ménages-utilisation.
5. Compte du secteur 2.
6. Compte du secteur 1.
7. Commerce extérieur.
9. Sorties.
10. Produits non marchands.
11. Impôts.
14. Tableau d'entrées-sorties.
15. Transferts.
16. TVA.
17. Prix.
19. Bouclage sur la demande finale/équilibre du modèle en valeur.

Envisagée pour une période générique, l'analyse de la forme récursive du modèle est relativement simple et ne présente pas grand intérêt. Elle se résume en effet dans un schéma de la forme :

Variables d'entrée → Sous-modèle interdépendant → Variables de sortie;

où les variables d'entrée sont définies dans le bloc 1 (Capital K1, K2 et capacité de production CAP1), avec, en plus les dividendes (DIV1, DIV2) définis dans le bloc 4, et les impôts sur les sociétés (IS1, IS2) définis dans le bloc 11.

Le sous-modèle interdépendant, qui sera analysé plus en détail ci-après, comporte 108 variables et équations qui, à l'exception des blocs 1 et 9, appartiennent à l'ensemble des blocs ci-dessus. Une liste détaillée de ces variables est donnée en annexe, où pour chaque variable, on spécifie par un numéro de code la relation qui la définit, précisant ainsi le couplage variable-relation retenu pour le modèle.

Quant aux variables de sortie, elles correspondent aux 14 variables définies dans le bloc 9, avec, en plus, les 6 variables suivantes :

- CSF (bloc 3) : Cotisations sociales des institutions financières;
- ODM, ODRM (bloc 4) : Opérations diverses des ménages;
- TPR02 (bloc 5) : Taux de profit, secteur 2;
- TPR02 (bloc 6) : Taux de profit, secteur 1;
- PNM (bloc 17) : Prix du produit non marchand.

## 2. 2. Ensembles de cohésion et mécanismes du sous-modèle interdépendant

Le sous-modèle interdépendant de Mini-DMS admet au total 54 ensembles de cohésion de cardinalité 7. Les variables PC et PU1 font partié de tous ces ensembles, dont 27 font intervenir les demandes finales DF1, DF2 et 27 les

valeurs ajoutées Q1, Q2. Ces deux groupes d'ensembles sont engendrés par toutes les possibilités de choix de 3 variables parmi les groupes suivants :

bloc 5 : AUT1, BF1, CI1;

bloc 6 : AUT2, BF2, CI2;

bloc 17 : PU2, P2, PCI2,

chaque ensemble contenant une variable de chacun de ces groupes.

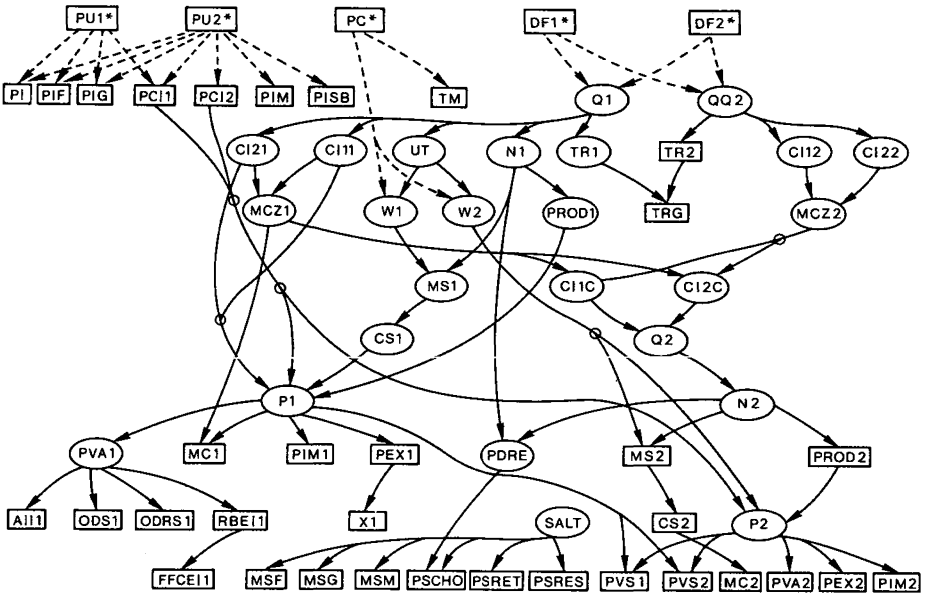


Fig. 1

Rappelons par ailleurs que la description des mécanismes de détermination de l'équilibre statique fournie par les auteurs du modèle superpose deux schémas itératifs, l'un portant sur l'équilibre en volume et partant d'une valeur de la demande finale, et l'autre, concernant la détermination des salaires et des prix. En accord avec ce schéma, nous nous limiterons dans ce qui suit à une lecture du modèle selon l'ensemble :

DF1, DF2, PC, PU1, PU2, AUT1, AUT2.

Dans le bloc 17, PU2 est retenu pour des raisons de symétrie avec le prix de l'utilisation du secteur 1, et dans les blocs 5 et 6, le choix de AUT1, AUT2 s'impose naturellement, eu égard aux enchaînements nécessaires Autofinancement → Besoin de financement → Charges d'intérêt → Autofinancement. Par ailleurs, ces variables présentent la particularité d'être toutes définies par des relations de type comptable.

En partant dès lors de l'ensemble de ces variables, considérées comme fixées dans la partie droite des relations où elles interviennent, le sous-modèle interdépendant admet une forme complètement récursive, se décomposant notamment selon une hiérarchie à 23 niveaux de variables indépendantes entre elles, données ci-après.

1. PI, PIF, FIG, PIM, PCI1, PCI2, Q1, QQ2, PISB, TM
2. N1, CI12, CI21, CI11, CI22, UT, TR1, TR2
3. PROD1, W1, W2, MCZ1, MCZ2, TRG
4. MS1, CI1C, CI2C
5. CS1, Q2
6. N2, P1
7. PDRE, PROD2, MS2, MC1, PIM1, PEX1, PVA1
8. P2, SALT, CS2, RBEI1, ODRS1, ODS1, X1, AII1
9. PIM2, PEX2, MC2, PVA2, MSF, MSG, MSM, PSCHO, PSRET, PSRES,  
FFCEIL, PVS1, PVS2
10. CSS, CSG, CSM, PSOCT, QMM, RBEI2, ODRS2, ODS2, QF, QMG,  
I2, I1, DTI2, AII2, PU2 \*
11. RM, FFCEI2, BF2, QNMM, QNMG
12. RDM, CI2, CNMM
13. CNMG, IL2M, TEP, AUT2 \*
14. CM, IL2
15. C1, C2
16. DI1, TVAZ1, TVAZ2, TVA1, TVA2, PC \*
17. M1, DF2 \*
18. DTIZ2, DTI1, DS1
19. DSVAL, DF1 \*, PU1 \*
20. PS
21. BF1
22. CI1
23. AUT1 \*

Les variables soulignées au niveau  $i$  sont celles qui influencent directement celles du niveau  $i+1$  engendrant ainsi la hiérarchie, et les variables étoilées sont celles de l'ensemble de cohésion.

Une lecture plus complète et systématique du modèle se fonde évidemment sur les matrices  $T_s$  et  $R_s$  des relations (6) (voir point 1.3 ci-dessus). Comme il n'est pas question de reproduire ici des matrices de dimensions  $108 \times 108$ , le résumé de cette lecture est donné ci-après par un graphe formé uniquement d'une base d'arcs, c'est-à-dire d'un ensemble minimal d'arcs qui, par transitivité, conserve les relations de descendance entre sommets ou variables. Pour des raisons de commodité de représentation, le graphe a été découpé en trois

sous-graphes, le premier concernant les niveaux 1 à 9, le deuxième, les niveaux 10 à 13, et le dernier, les niveaux 14 à 23. Les sommets dédoublés, communs à plus d'un sous-graphe, sont entourés d'une forme rectangle, les sommets simples étant entourés d'une forme ovale. Par ailleurs, les arcs en pointillés, partant de chacune des variables de l'ensemble de cohésion, correspondent aux

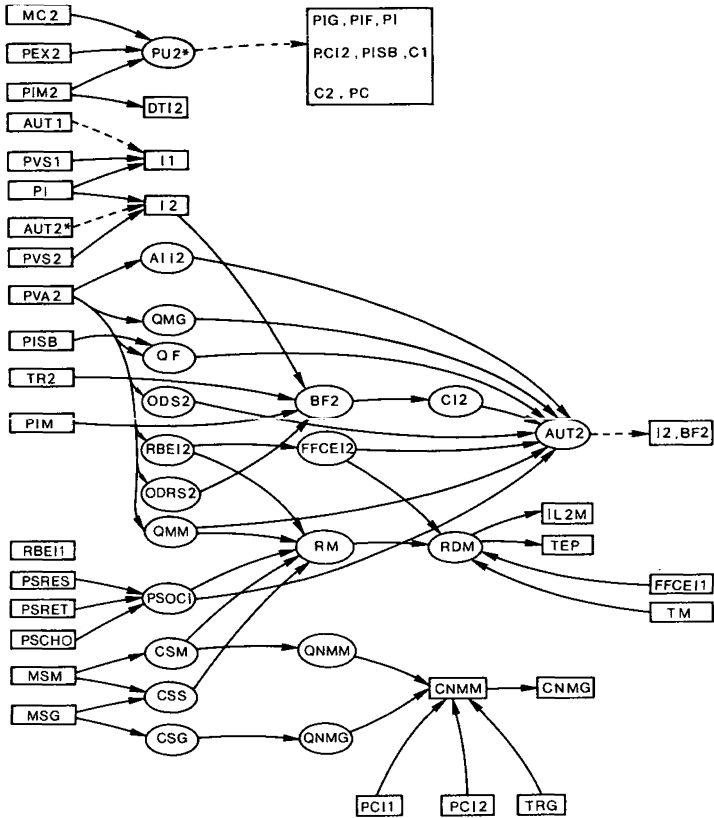


Fig. 2

arcs supprimés pour l'obtention de la forme complètement récursive. Leur prise en compte permet ainsi de rétablir les différents circuits du modèle.

S'agissant d'un graphe sans circuits associé à un modèle complètement récursif, une base d'arcs possède la propriété d'être unique. Elle s'obtient aisément en négligeant, dans le graphe sans circuits, tous les arcs  $y_i \rightarrow y_j$  pour autant qu'il existe un chemin de longueur supérieure entre ces deux sommets ou variables. Cela revient donc, du point de vue de la lecture du modèle, à renoncer à distinguer les influences directes et indirectes entre variables au profit de la seule notion d'influence.

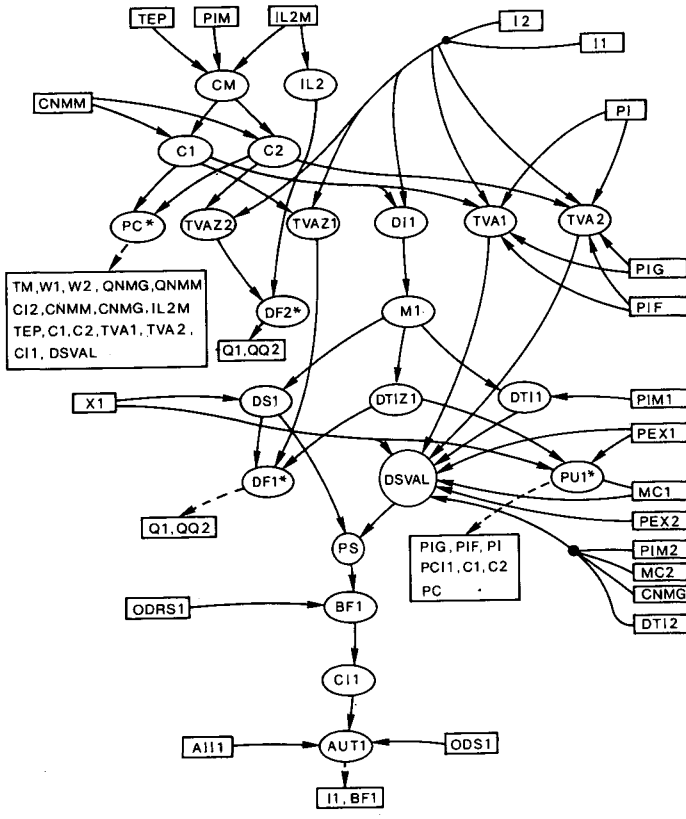
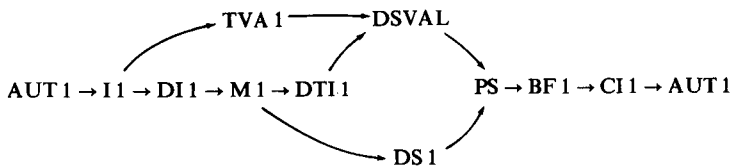


Fig. 3

2. 3. Les principaux circuits de Mini-DMS

Dans un modèle interdépendant à plus de cent variables interconnectées par un très grand nombre de circuits largement enchevêtrés, il apparaîtrait aussi vain qu'inutile de vouloir énumérer tous les circuits. Nous nous limiterons donc ici à la mise en évidence de quelques circuits principaux, définis comme les circuits qui subsistent encore lorsque sont fixées toutes les variables de l'ensemble de cohésion sauf une.

Les circuits liés aux variables d'autofinancement sont manifestement les plus simples, avec, pour le secteur industriel 1 :





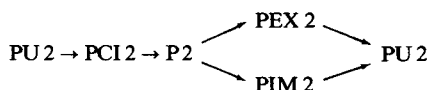
et pour les entreprises non financières du secteur 2 :

$$\text{AUT2} \rightarrow 12 \rightarrow \text{BF2} \rightarrow \text{CI2} \rightarrow \text{AUT2}.$$

Les circuits relatifs aux demandes finales (DF1, DF2) s'intersectent d'emblée par les valeurs ajoutées (Q1, QQ2) et font intervenir, dans leur ordre hiérarchique, l'essentiel des variables des niveaux 2 à 18 pour DF1 et 2 à 16 pour DF2, les variables exclues étant résumées dans le tableau ci-après.

Niveau	Variables exclues	
	DF1	DF2
7	PIM1, MC1	PIM1, PEX1, MC1
8	AII1, ODS1, ODRS1	AII1, ODS1, ODRS1, X1
9	PIM2, PEX2, MC2 PU2*, DTI2, AII2, QMG, QF, ODS2	PIM2, PEX2, MC2
10	ODRS2	PU2*, DTI2, AII2, QMG, QF, ODS2, ODRS2
11	BF2	BF2
12	CI2	CI2
13	CNMG, AUT2*	CNMG, AUT2*
14	II.2	
15	C2	C1
16	PC*, TVAZ2, TVA2, TVA1	PC*, TVAZ1, TVA1, TVA2, DI1
17	DF2*	
18	DTI1	

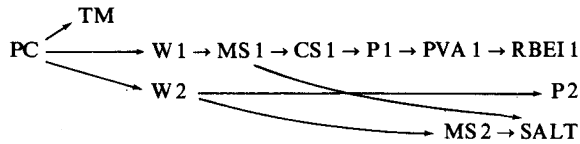
Si les principaux circuits du prix à l'utilisation du secteur 2 sont simples :



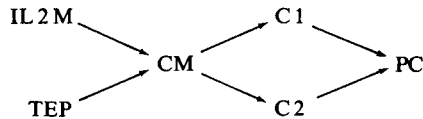
il n'en va pas de même pour ceux du prix à l'utilisation du secteur 1 qui font intervenir, dans leur ordre hiérarchique, les variables suivantes :

1. PI, PCI1
6. P1
7. PVA1, MC1, PIM1, PEX1
8. RBEI1, X1, P2
9. FFCEI1, PVS1, PVS2, PVA2
10. I1, I2, RBEI2, QMM
11. FFCEI2, RM
12. CNMM, RDM
13. IL2M, TEP
14. et suivants :  $\text{CM} \rightarrow \text{C1} \rightarrow \text{DI1} \rightarrow \text{M1} \rightarrow \text{DTIZ1} \rightarrow \text{PU1}$ .

Quant au prix à la consommation PC, il vient, pour les niveaux 1 à 8 :



9. FFCEI1, PVA2, PSRES, PSRET, PSCHO, MSM, MSG, MSM
10. RBEI2, PSOCT, QMM, CSS, CSM, CSG
11. QNMG, QNMM, FFCEI2, RM
12. RDM, CNMM
13. et suivants :



Par ailleurs, en ce qui concerne les relations liant directement les variables de l'ensemble de cohésion retenu, on remarquera que PC est fonction des prix à l'utilisation PU1, PU2.

Il existe encore un certain nombre de variables qui n'apparaissent dans aucun des principaux circuits schématisés ci-dessus. Il s'agit des variables suivantes, classées selon les niveaux auxquels elles appartiennent :

1. PIF, PIG, PIM, PISB
8. AII1, ODS1, ODRS1
10. DTI2, AII2, QMG, QF, ODS2, ODRS2
13. CNMG

Ces variables permettent essentiellement d'assurer la liaison entre, notamment, les circuits des prix à l'utilisation et les circuits des variables d'autofinancement.

Plus généralement, les circuits dont la description a été omise assurent les liaisons, largement enchevêtrées, entre les principaux circuits mis en évidence.

## CONCLUSION

Les principaux résultats à la base de l'analyse consignés ci-dessus ont été obtenus quasi automatiquement à l'aide d'un ordinateur, l'intervention de l'utilisateur étant limitée au choix d'un couplage approprié des variables et relations, et au choix d'un ensemble de cohésion particulier. Comme ces choix conditionnent le schéma de lecture d'un modèle interdépendant, et par là

même la compréhension du fonctionnement des mécanismes qu'il reproduit, il convient de leur accorder une importance primordiale.

Dans un modèle macroéconométrique de grande dimension, la multiplicité des couplages possibles est fréquente. Elle est généralement due à une surabondance de relations de type comptable utilisées pour définir des variables que l'on renonce à expliquer par ailleurs. Suivant le rôle que l'on fait jouer à ces relations dans le couplage, certains circuits disparaissent ou sont modifiés, et l'interprétation du modèle change, quand bien même le modèle fournira-t-il, en simulation, des résultats numériques identiques. Il convient de souligner sur ce point la grande clarté de Mini-DMS, où sont présentées de manière isolée, les relations comptables de nécessaire définition, comme la demande intérieure par exemple, et les relations du bloc 19 traduisant les mécanismes d'équilibrage, en volume sur les demandes finales DF1, DF2, et en valeur sur le prix des stocks PS. A cet égard, si le bouclage sur les demandes finales apparaît entièrement justifié, on peut toutefois s'interroger sur le bien-fondé de la pratique résiduelle utilisée pour s'assurer de l'équilibre global en valeur, ainsi que sur ses implications. De même, on peut se demander si les relations 5.3 et 6.5 définissant les variables d'autofinancement par secteur, ne devraient pas être traitées au même titre que les relations définissant les demandes finales, la remarque s'appliquant également à certaines relations de prix, en particulier 17.2, 17.4 et 17.6, qui spécifient les prix à l'utilisation et à la consommation comme le rapport d'un flux en valeur sur le même flux en volume.

Au vu de ces remarques, l'ensemble de cohésion que nous avons retenu pour Mini-DMS apparaîtra dès lors bien comme un ensemble de variables de bouclage du modèle, ce qui rend d'autant plus transparent le schéma de lecture proposé. Au demeurant, le choix d'un autre ensemble de cohésion aurait certes conduit à un schéma de lecture un peu différent quant à la hiérarchie des niveaux, mais finalement équivalent quant à la mise en évidence des circuits, la seule différence résidant dans le choix du point de départ de la lecture des circuits.

#### BIBLIOGRAPHIE

1. C. BERGE, *Graphes et hypergraphes*, Paris, Dunod, 1973.
2. M. GILLI, *Étude et analyse des structures causales dans les modèles économiques*, Berne, P. Lang, 1979.
3. M. GILLI, *Causor: A Program for the Analysis of Recursive and Interdependent Causal Structures*, Genève, Université, Département d'économétrie, 1980.
4. M. GILLI et E. ROSSIER, *Understanding and Solving Complex Systems*, Cahiers du Département d'économétrie 80.05, Genève, Université, 1980.

5. P.-Y. HENIN, *Sur la définition des structures causales en économétrie*, Cahiers du séminaire d'économétrie, Vol. 15, 1974, p. 9-28.
6. E. ROSSIER, *Économie structurale*, Paris, Economica, 1980.
7. *Service des programmes de l'I.N.S.E.E.*, Mini-DMS, Version 3, Paris, 1980.
8. H. A. SIMON, *Causal Ordering and Identifiability*, chap. 3 of *Studies in Econometric Methos*, HOOD and KOOPMANS, Ed., Cowles Commission on Research 14, New York, Wiley, 1953.

## ANNEXE

## LISTE DES VARIABLES ENDOGÈNES DU SOUS-MODÈLE INTERDÉPENDANT DE MINI-DMS, VERSION 3

Le premier chiffre du numéro de code donne le numéro du bloc où la variable est définie; le deuxième chiffre donne, à l'intérieur du bloc, le numéro de la relation définissant la variable.

Un numéro de code suivi de \* renvoie à la version 2 de Mini-DMS, soit parce que la description de la version 3 que nous avons utilisée ne donnait pas de numéro précis à la relation (CI2), soit parce que la relation elle-même avait été omise (CI1, DS1).

Code	Variables	Signification
2. 1	N1	Emploi, secteur 1
2. 2	N2	Emploi, secteur 2
2. 3	PDRE	Population disponible à la recherche d'un emploi
2. 4	PROD1	Productivité, secteur 1
2. 5	PROD2	Productivité, secteur 2
3. 1	W1	Taux de salaire hebdomadaire, secteur 1
3. 2	W2	Taux de salaire hebdomadaire, secteur 2
3. 3	MS1	Salaires versés, secteur 1
3. 4	MS2	Salaires versés, secteur 2
3. 18	SALT	Salaires par tête, secteurs 1 et 2
3. 5	MSF	Salaires par tête, Institutions financières
3. 6	MSG	Salaires par tête, Administrations
3. 7	MSM	Salaires par tête, Ménages
3. 8	CSS	Cotisations sociales, Salariés
3. 19	CS1	Cotisations sociales, Employeurs secteur 1
3. 20	CS2	Cotisations sociales, Employeurs secteur 2
3. 12	CSG	Cotisations sociales, Administrations
3. 13	CSM	Cotisations sociales, Ménages
3. 15	PSCHO	Prestations sociales, chômage
3. 16	PSRET	Prestations sociales, retraites
3. 17	PSRES	Prestations sociales, reste
3. 14	PSOCT	Prestations sociales, total
4. 17	QMM	Valeur ajoutée marchande des ménages
4. 20	RBEI1	Revenu des entrepreneurs individuels, secteur 1
4. 21	RBEI2	Revenu des entrepreneurs individuels, secteur 2
4. 1	RM	Revenu des ménages
4. 3	FFCEI1	Formation fixe de capital par les entrepreneurs individuels, secteur 1
4. 4	FFCEI2	Formation fixe de capital par les entrepreneurs individuels, secteur 2
4. 5	TM	Impôts directs des ménages

Code	Variabes	Signification
4. 6	RDM	Revenu disponible des ménages
4. 7	TEP	Taux d'épargne des ménages
4. 14	IL2M	Investissement logement des ménages
4. 8	CM	Consommation des ménages en valeur
4. 9	C1	Consommation des ménages en volume, secteur 1
4. 10	C2	Consommation des ménages en volume, secteur 2
5. 2	ODRS2	Autres opérations (besoin de financement) secteur 2
5. 8	ODS2	Autres opérations (autofinancement), secteur 2
5. 11	PISB	Production imputée de services bancaires
5. 13	QF	Valeur ajoutée des institutions financières
5. 14	QMG	Valeur ajoutée marchande des administrations
5. 12	PVS2	Plus-values sur stocks, secteur 2
5. 3	AUT2	Autofinancement, secteur 2
5. 5	I2	Investissement en volume, secteur 2
5. 6	IL2	Investissement logement (total)
5. 9	BF2	Besoin de financement, secteur 2
5. 10*	CI2	Charges d'intérêt, secteur 2
6. 9*	CI1	Charges d'intérêt, secteur 1
6. 4	ODRS1	Autres opérations (besoin de financement) secteur 1
6. 7	ODS1	Autres opérations (autofinancement) secteur 1
6. 11	PVS1	Plus-values sur stocks, secteur 1
6. 5	AUT1	Autofinancement, secteur 1
6. 1	I1	Investissement en volume, secteur 1
6. 3	BF1	Besoin de financement, secteur 1
6. 2	DI1	Demande intérieure (volume), secteur 1
7. 1	M1	Importations (volume), secteur 1
7. 2	DTIZ1	Droits et taxes sur M1
7. 4	DTI1	Droits et taxes sur importations en valeur, secteur 1
7. 10	DTI2	Droits et taxes sur importations en valeur, secteur 2
7. 6*	DS1	Variation de stocks (volume), secteur 1
7. 7	X1	Exportations (volume), secteur 1
10. 1	QNMM	Valeur ajoutée non marchande, Ménages
10. 2	QNMG	Valeur ajoutée non marchande, Administrations
10. 3	CNMM	Consommation non marchande, Ménages
10. 4	CNMG	Consommation non marchande, Administrations
11. 3	AII1	Autres impôts indirects, secteur 1
11. 4	AII2	Autres impôts indirects, secteur 2
14. 1	Q1	Valeur ajoutée, secteur 1
14. 2	QQ2	Valeur ajoutée, secteur 1 (hors commerce)
14. 3	CI21	Consommation intermédiaire, secteurs 2/1
14. 4	CI12	Consommation intermédiaire, secteurs 1/2
14. 5	CI11	Consommation intermédiaire, secteurs 1/1
14. 6	CI22	Consommation intermédiaire, secteurs 2/2
14. 7	MCZ1	Marges commerciales (volume), secteur 1
14. 8	MCZ2	Marges commerciales (volume), secteur 2
14. 9	CI1C	Consommation intermédiaire, secteur 1/Commerce
14. 10	CI2C	Consommation intermédiaire, secteur 2/Commerce
14. 11	Q2	Valeur ajoutée, secteur 2
14. 12	UT	Taux d'utilisation des capacités de production, secteur 1
15. 1	TR2	Transferts, secteur 2
15. 3	TR1	Transferts, secteur 1
15. 2	TRG	Transferts, Administrations
16. 1	TVAZ1	TVA (volume), secteur 1
16. 2	TVAZ2	TVA (volume), secteur 2
16. 3	TVA1	TVA (valeur), secteur 1
16. 4	TVA2	TVA (valeur), secteur 2
17. 1	P1	Prix à la production, secteur 1
17. 3	P2	Prix à la production, secteur 2

Code	Variables	Signification
17. 7	MC1	Marges commerciales (valeur), secteur 1
17. 8	MC2	Marges commerciales (valeur), secteur 2
17. 18	PIM1	Prix à l'importation, secteur 1
17. 19	PIM2	Prix à l'importation, secteur 2
17. 20	PEX1	Prix à l'exportation, secteur 1
17. 21	PEX2	Prix à l'exportation, secteur 2
17. 2	PU1	Prix à l'utilisation, secteur 1
17. 4	PU2	Prix à l'utilisation, secteur 2
17. 5	PI	Prix à l'investissement
17. 6	PC	Prix à la consommation
17. 9	PCI1	Prix à la consommation intermédiaire, secteur 1
17. 10	PCI2	Prix à la consommation intermédiaire, secteur 2
17. 14	PIF	Prix à l'investissement, Institutions financières
17. 15	PIG	Prix à l'investissement, Administrations
17. 16	PIM	Prix à l'investissement, Ménages
17. 12	PVA1	Prix à la valeur ajoutée, secteur 1
17. 13	PVA2	Prix à la valeur ajoutée, secteur 2
19. 1	DF1	Demande finale (volume), secteur 1
19. 2	DF2	Demande finale (volume), secteur 2
19. 3	DSVAL	Variation des stocks
19. 4	PS	Prix des stocks