Astérisque

GUY HENNIART

Erratum à l'exposé n°711 : « Formes de Maass et représentations galoisiennes »

Astérisque, tome 201-202-203 (1991), p. 485-486

<http://www.numdam.org/item?id=SB_1990-1991__33__485_0>

ERRATUM À L'EXPOSÉ n° 711

FORMES DE MAASS ET REPRÉSENTATIONS GALOISIENNES [d'après Blasius, Clozel, Harris, Ramakrishnan et Taylor]

par Guy HENNIART

Le théorème de BLasius, Clozel et Ramakrishnan, énoncé au §1 de l'exposé, et annonçant l'algébricité des valeurs propres des opérateurs de Hecke pour les formes de Maass de type galoisien, ne peut à l'heure actuelle être considéré comme démontré. Leur preuve, rapportée dans l'exposé, est en effet erronée en un point subtil mais fondamental. J'ai été averti de cette erreur par une lettre, datée du 9 avril 1991, de D. Blasius et D. Ramakrishnan. Dans la suite de cet erratum, nous expliquons brièvement où se situe la faute, mais nous précisons aussi quelle part des travaux cités n'est pas touchée par cette erreur.

Rappelons le principe de la méthode utilisée : on part d'une représentation de Maass de type galoisien π (non de type diédral) et on choisit un corps quadratique imaginaire K et un caractère de Hecke algébrique (assez régulier) χ de $A_K^\times/K^\times$. Par changement de base de $\mathbf{Q}$ à K, torsion par χ, puis induction automorphe de K à $\mathbf{Q}$, on obtient une représentation automorphe cuspidale $\widetilde{\Pi} = \widetilde{\Pi}(\pi, \chi)$ de $\mathrm{GL}_4(A_{\mathbf{Q}})$, qui provient d'une représentation $\Pi = \Pi(\pi, \chi)$ de $\mathrm{GSp}_4(A_{\mathbf{Q}})$. Le problème est que le composant à l'infini Π_∞ de Π n'est *jamais* du type annoncé, car il appartient à un L-paquet qui ne contient aucune limite de série discrète. (Nous expliquons ce point plus bas avec plus de détails.) Les théorèmes 1, 2 et 4 de l'exposé sont donc non démontrés. Le théorème 3 (transfert de GSp_4 à GL_4, annoncé par Jacquet, Piatetski-Shapiro et Shalika) n'est pas affecté, mais dans notre cas, il ne fournit pas une représentation adéquate de $\mathrm{GSp}_4(\mathbf{A_Q})$. Le théorème 5 (algébricité des représentations de $\mathrm{GSp}_4(\mathbf{A_Q})$ qui sont limites de séries discrètes à l'infini, annoncé par Blasius, Harris et Ramakrishnan) n'est pas affecté lui non plus, mais ne s'applique pas à la situation des formes de Maass.

La méthode de Blasius et Ramakrishnan exposée de 5.1 à 5.5, toujours pour la même raison, ne s'applique pas aux formes de Maass. Cependant, R. Taylor annonce qu'en suivant une méthode analogue à celle mentionnée en 5.7-5.10, il obtient des représentations galoisiennes attachées à certaines formes automorphes sur des corps quadratiques imaginaires, où un procédé d'induction automorphe permet d'obtenir des représentations de GSp_4 ayant le bon composant à l'infini.

Les résultats de 6.1 à 6.4 ne sont pas affectés, mais le programme mentionné en 6.5 semble entaché d'une erreur, pour les groupes unitaires, analogue à l'erreur pour GSp_4.

Pour terminer, expliquons plus précisément d'où vient l'erreur dans le calcul de Π_∞. On a donc une représentation automorphe cuspidale Π de $\mathrm{GSp}_4(\mathbf{A_Q})$, puisqu'il existe un caractère ψ de $\mathbf{A}_{\mathbf{Q}}^{\times}/\mathbf{Q}^{\times}$ tel que la fonction $L(\widetilde{\Pi}, \Lambda^2 \otimes \psi, s)$ ait un pôle en $s = 1$. Le composant $\widetilde{\Pi}_\infty$ de $\widetilde{\Pi}$ correspond, par la classification de Langlands, à une (classe d'équivalence de) représentation σ_∞ de $W_{\mathbf{R}}$ dans $\mathrm{GL}_4(\mathbf{C})$. Comme $\widetilde{\Pi}_\infty$ provient de Π_∞, σ_∞ est la représentation linéaire attachée à une représentation $\widetilde{\sigma}_\infty : W_{\mathbf{R}} \to \mathrm{GSp}_4(\mathbf{C})$ (qui détermine le L-paquet de Π_∞ par la classification de Langlands). Mais pour σ_∞, il y a *deux* représentations $\widetilde{\sigma}'_\infty$ et $\widetilde{\sigma}''_\infty$ de $W_{\mathbf{R}}$ dans $\mathrm{GSp}_4(\mathbf{C})$, inéquivalentes, qui sont équivalentes à σ_∞ comme représentations dans $\mathrm{GL}_4(\mathbf{C})$. On a donc *a priori* deux L-paquets possibles pour π_∞ et *un seul* d'entre eux contient des limites de série discrète. Ces deux paquets sont distingués par leur similitude symplectique $W_{\mathbf{R}} \to \mathbf{C}^\times$. Mais cette similitude est donnée par le composant à l'infini du caractère ψ^{-1}. Ce caractère peut se calculer, et on trouve que dans tous les cas on tombe sur le mauvais L-paquet à l'infini !