

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

CLAUDE DELLACHERIE

Correction : « Intégrales stochastiques par rapport aux processus de Wiener ou de Poisson »

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 9 (1975), p. 494

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1975__9__494_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1975, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRECTION A "Intégrales stochastiques par rapport ..."

par C. Dellacherie

J. Zabczyk m'a signalé que la démonstration parue dans l'exposé "Intégrales stochastiques par rapport aux processus de Wiener et de Poisson" du volume VIII était trop courte pour être honnête. On y démontre en effet que toute martingale bornée orthogonale au processus de Wiener (ou de Poisson compensé) est nulle et on en déduit un peu rapidement qu'il en est de même pour toute L^2 -martingale : ce n'est pas parce que les martingales bornées sont denses que l'on peut affirmer cela .

J'apporte ici les corrections nécessaires pour le processus de Wiener; je laisse au lecteur le soin de trouver celles pour le processus de Poisson.

D'abord, il est facile de voir que toute martingale (sous-entendu de carré intégrable et nulle à l'origine) continue orthogonale au processus de Wiener (B_t) est nulle : en effet, par arrêt à l'instant où la valeur absolue de la martingale dépasse le niveau n , on se ramène au cas d'une martingale bornée. Il ne nous reste plus alors qu'à démontrer que toute martingale (par rapport à la famille de tribu naturelle (\underline{B}_t) de (B_t)) est continue. Cela résulte aussitôt du fait que (B_t) est un processus de Hunt à trajectoires continues. Mais on peut en donner une démonstration élémentaire à l'aide de la théorie de l'orthogonalité. En effet, tout revient à démontrer que tout temps d'arrêt de (\underline{B}_t) est prévisible.

- supposons qu'il existe un t.d.a. totalement inaccessible T tel que $P\{T < \infty\} > 0$. Soient $A_t = 1_{\{T \leq t\}}$ et \hat{A}_t le processus croissant prévisible engendrant le même potentiel : comme T est totalement inaccessible, (\hat{A}_t) est continu, et $(A_t - \hat{A}_t)$ est une martingale compensée de saut, n'ayant qu'un seul saut égal à 1 à l'instant T , là où T est fini. Comme compensée de saut, $(A_t - \hat{A}_t)$ est orthogonale à (B_t) , et, par arrêt à un temps constant suffisamment grand, on obtient une martingale bornée non nulle orthogonale à (B_t) , ce qui est impossible.
- supposons que la famille (\underline{B}_t) ait un temps de discontinuité. Il existe alors un temps d'arrêt prévisible T tel que la tribu \underline{B}_T ne soit pas égale à \underline{B}_{T-} (cf Capacités et processus stochastiques III.T51). Soit alors Z une v.a. bornée \underline{B}_T -mesurable, mais non \underline{B}_{T-} -mesurable : $M_t = (Z - E[Z | \underline{B}_{T-}]) \cdot 1_{\{T \leq t\}}$ est alors une martingale bornée non nulle, compensée de saut et donc orthogonale à (B_t) . D'où une contradiction.