PAUL-ANDRÉ MEYER

Rectification à un exposé antérieur

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 18 (1984), p. 499

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1984__18__499_0>

RECTIFICATION A UN EXPOSE ANTERIEUR (P.A. Meyer)

Dans le Séminaire XVI, supplément (LN 921), p. 153, le haut de la page (<< cas brownien >>) est complètement faux : on utilise un lemme d'Emery en oubliant que dans ce lemme figure une hypothèse $F(0)=0$ qui n'est pas satisfaite ici, et on arrive à des conclusions absurdes : la solution de toute équation différentielle lipschitzienne issue de $x=0$ est identiquement nulle (formules (5) et (6)). Certainement, cela simplifie beaucoup la théorie de la variation des solutions...

Le résultat que l'on cherche à établir est en fait le suivant : soit une équation différentielle lipschitzienne $Y_t=x+\int_0^t a(X_s)dZ_s$, ou la semi-martingale continue Z satisfait à une condition de Lipschitz dans H^∞ (<< cas brownien >>) : pour $0\leq u\leq v$

$$\|Z^v-Z^u\|_{H^\infty} \leqq \Theta|v-u| \quad (1) \quad (Z^v, \text{ arrêtée de } Z \text{ à } v)$$

Alors pour tout p $(1\leq p<\infty)$ on a une inégalité de la forme

$$\|\sup_{s\leqq t} |Y_s-x|\,\|_{L^p} \leqq \frac{|a(x)|}{K}(e^{cK\Theta t}-1)$$

où K est la constante de Lipschitz de la fonction a , et c ne dépend que de l'exposant p et de la dimension des espaces ou varient Y,Z .

Cette inégalité peut très bien se déduire des lemmes d'Emery, mais il s'agit en fait d'un << lemme de Gronwall stochastique >> d'un type très courant, qu'il semble inutile de démontrer ici.

1. Cela veut dire simplement que $Z=M+A$, les mesures $d\langle M^i,M^i\rangle_t$ et dA^i_t ayant des densités uniformément bornées .