

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

M. MALRIC

**Correction : « Filtrations quotients de la
filtration brownienne »**

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 36 (2002), p. 492

http://www.numdam.org/item?id=SPS_2002__36__492_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRECTION AU VOLUME XXXV

M. Malric

Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Paris VI
4 place Jussieu
75252 PARIS Cedex 05

Je remercie C. Leuridan, qui m'a signalé une imprécision dans la note *Filtrations quotients de la filtration brownienne* (volume XXXV, pages 260–264) : si Γ est un sous-groupe de $\mathbb{O}(d)$, la définition de la filtration quotient \mathcal{F}/Γ varie au fil des pages, celle du bas de la page 260 n'étant jamais utilisée, et celle qui sert à établir les propositions 1, 2 et 3 n'étant pas tout à fait la même que celle qui intervient dans la démonstration de la proposition 4.

La définition de \mathcal{F}/Γ utilisée dans les propositions 1, 2 et 3 est en fait la suivante :

DÉFINITION 1. — Une v.a. X sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ est \mathcal{F}_t/Γ -mesurable s'il existe une v.a. Y qui soit \mathcal{F}_t -mesurable, Γ -invariante (au sens où $Y(\omega) = Y(h(\omega))$ pour tout $(\omega, h) \in \Omega \times \Gamma$), et presque partout égale à X .

Alors que la définition qui fait marcher la démonstration de la proposition 4 est celle indiquée en haut de la page 261 :

DÉFINITION 2. — Une v.a. X sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ est \mathcal{F}_t/Γ -mesurable si X est \mathcal{F}_t -mesurable et si, pour chaque $h \in \Gamma$, on a l'égalité presque sûre $X = X \circ h$.

La seule définition raisonnable, celle qu'il faut utiliser tout au long de la note, est la définition 2. Les propositions 1, 2 et 3 restent vraies avec cette définition, tout simplement parce que les groupes considérés sont fermés dans $\mathbb{O}(d)$, donc compacts, et que, dans ce cas, les deux définitions sont équivalentes. En effet, un groupe compact admet une probabilité invariante μ (mesure de Haar), et il ne reste qu'à appliquer la technique classique de production d'objets invariants par moyennisation sous l'action du groupe : si une v.a. bornée X vérifie les conditions de la définition 2, en posant

$$Y = \int_{\Gamma} X \circ h \mu(dh),$$

on a $Y = Y \circ h$ pour tout $h \in \Gamma$ par invariance de la mesure de Haar ; et, puisque $|Y - X| = \left| \int_{\Gamma} (X \circ h - X) \mu(dh) \right| \leq \int_{\Gamma} |X \circ h - X| \mu(dh)$, le théorème de Fubini donne $\mathbb{E}[|Y - X|] = 0$, et la définition 1 est satisfaite également. La réciproque (X vérifie la définition 1 $\Rightarrow X$ vérifie la définition 2) est triviale.

L'équivalence des deux définitions vaut pour tout sous-groupe de $\mathbb{O}(d)$ admettant une mesure de Haar, par exemple tout groupe Γ borélien non négligeable pour la mesure de Haar de son adhérence $\bar{\Gamma}$.