

GEORGES RHIN

**Équirépartition modulo 1 dans un corps de séries  
formelles sur un corps fini**

*Séminaire de théorie des nombres de Bordeaux* (1970-1971), exp. n° 5, p. 1-12

[http://www.numdam.org/item?id=STNB\\_1970-1971\\_\\_\\_\\_A5\\_0](http://www.numdam.org/item?id=STNB_1970-1971____A5_0)

© Université Bordeaux 1, 1970-1971, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de théorie des nombres de Bordeaux implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

EQUIREPARTITION MODULO 1 DANS UN CORPS  
DE SERIES FORMELLES SUR UN CORPS FINI

par

Georges RHIN

-:-:-

D'après [7], la suite  $p\alpha$ , où  $p$  décrit la suite croissante des nombres premiers, est équirépartie modulo 1 si, et seulement si,  $\alpha$  est irrationnel. Nous généralisons ce théorème à un corps de séries formelles sur un corps fini.

1. - NOTATIONS ET RAPPELS

Soit  $F_q$  le corps fini à  $q$  éléments, de caractéristique  $p \neq 2$ . Nous désignerons par  $\mathfrak{F}$  le corps des fractions  $F_q(x)$ . On munit  $\mathfrak{F}$  de la valeur absolue ultramétrique discrète, dite "O-adique", en posant pour tout polynôme non nul  $A$  de  $F_q[x]$ , dont on désigne le degré par  $d^\circ A$ ,

$$|A| = q^{-d^\circ A}.$$

Le complété  $\mathfrak{F}_0$  de  $\mathfrak{F}$  pour la valeur absolue "O-adique" est le corps  $F_q\{x^{-1}\}$  des séries formelles

$$\theta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x^{-n}, \quad a_n \in F_q \text{ et } a_n = 0 \text{ pour } n < n_\theta.$$

On désigne par  $\mathfrak{P}$  l'idéal de valuation de  $\mathfrak{F}_0$  qui est l'ensemble des séries formelles

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{-n}, \quad a_n \in F_q.$$

On définit l'homomorphisme  $\mathcal{K}_0$  du groupe additif  $\mathfrak{F}_0^+$  sur le groupe additif  $\mathfrak{P}^+$  par

$$\mathcal{K}_0 \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x^{-n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{-n}.$$

$\mathcal{K}_0(\theta)$  sera ici la "partie fractionnaire" de  $\theta$ . Nous considèrerons la mesure de Haar du groupe additif localement compact  $\mathfrak{F}_0^+$  normalisée par

$$\text{mes } \mathfrak{P} = 1.$$

La mesure d'une boule  $\mathfrak{B} = \alpha + \mathfrak{P}^d$  sera donc égale à  $q$  fois son rayon, c'est-à-dire,

$$\text{mes } \mathfrak{B} = q^{1-d}.$$

Carlitz [1] a donné la définition de l'équirépartition modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$ .

Définition 1. - Une suite  $(\alpha_n)_{n \geq 1}$  d'éléments de  $\mathfrak{F}_0$  est dite équirépartie modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$  si la suite  $(\mathcal{K}_0(\alpha_n))_{n \geq 1}$  est équirépartie dans le groupe compact  $\mathfrak{P}^+$ .

Soit  $\psi$  un caractère différent de 1 du groupe additif  $F_q^+$ , et soit  $e_0$  le caractère de  $\mathfrak{F}_0^+$ , défini par

$$e_0 \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x^{-n} \right) = \psi(a_1).$$

Alors  $e_0(H.)$  pour  $H \in F_q[x]$  décrit l'ensemble des caractères  $e$  du groupe additif  $\mathfrak{F}_0^+$  tels que

$$e(\theta) = e(\mathcal{K}_0(\theta)).$$

Ces caractères forment un sous-groupe du dual de  $\mathfrak{F}_0^+$  isomorphe au dual de  $\mathfrak{P}^+$ .

On a alors le critère de Weyl [6] :

PROPOSITION 1. La suite  $(\alpha_n)_{n \geq 1}$  d'éléments de  $\mathfrak{F}_0$  est équirépartie modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$  si, et seulement si,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_o(H \alpha_n) = 0, \quad \forall H \in F_q[x]^*.$$

## 2. - ENONCE DU THEOREME PRINCIPAL

Soit un ordre sur  $F_q$ . Nous définissons l'ordre  $\Omega$  suivant sur  $F_q[x]^*$ .

Définition 2. - Soient  $A = a_n x^n + \dots + a_o$ , et  $B = b_m x^m + \dots + b_o$ , deux éléments de  $F_q[x]^*$  tels que  $a_n \neq 0$  et  $b_m \neq 0$ , alors

$$A \leq B \text{ pour } \Omega \text{ si } n < m \text{ ou si } n = m,$$

et

$$(a_n, \dots, a_o) \leq (b_n, \dots, b_o)$$

pour l'ordre lexicographique à gauche sur  $F_q^{n+1}$  déduit de l'ordre sur  $F_q$ .

Soit  $(P_n)_{n \geq 1}$  la suite croissante (pour l'ordre  $\Omega$ ) des polynômes unitaires irréductibles de  $F_q[x]$ . Nous démontrons alors le théorème suivant :

THEOREME 1. La suite  $(P_n \alpha)_{n \geq 1}$  est équirépartie modulo 1 si, et seulement si,  $\alpha \notin \mathfrak{F}$ .

Si  $\alpha \in \mathfrak{F}$ ,  $\alpha = \frac{A}{B}$ , où  $A$  et  $B$  sont deux éléments de  $F_q[x]$ , et  $B \neq 0$ , alors en prenant  $H = B$  dans le critère de Weyl, il vient

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_o(B P_n \alpha) = 1 ,$$

car, d'après la définition de  $e_o$ ,  $e_o(F_q[x]) = 1$ , et ici

$$B P_n \alpha \in F_q[x] \quad \text{pour tout } n .$$

Donc la suite  $(P_n \alpha)_{n \geq 1}$  n'est pas équirépartie modulo 1 .

Si  $\alpha \notin \mathfrak{F}$ , pour tout  $H \in F_q[x]^*$ ,  $\beta = H\alpha \notin \mathfrak{F}$ . En utilisant le développement en fraction continue de  $\beta$  [6], on montre que, pour tout  $\tau$  entier assez grand, il existe deux éléments  $A$  et  $Q$  de  $F_q[x]$  tels que

$$(A, Q) = 1 \quad (\text{i. e. } A \text{ et } Q \text{ sont étrangers}),$$

$$0 < |Q| \leq q^\tau \quad \text{et} \quad \left| \beta - \frac{A}{Q} \right| < \frac{q^{-\tau}}{|Q|} .$$

Soit  $N$  un entier ; alors il existe  $\gamma$  entier tel que  $|P_N| = q^\gamma$ .

Nous prenons alors  $\varepsilon$  réel ( $0 < \varepsilon \leq \frac{1}{100}$ ) et  $\tau = \gamma - [\gamma^\varepsilon]$ . La démonstration sera différente selon les trois cas suivants

$$q^{\gamma^\varepsilon} \leq |Q| \leq q^\tau$$

$$\gamma < |Q| < q^{\gamma^\varepsilon}$$

$$|Q| \leq \gamma .$$

Les deux premiers cas se traitent en adaptant à  $\mathfrak{F}_0$  les techniques des sommes trigonométriques de I. M. Vinogradov [7]. Le dernier cas nécessite une généralisation à  $\mathfrak{F}_0$  d'un théorème de Siegel [4].

### 3. - ENONCE DU THEOREME DE SIEGEL

Soient  $R$ ,  $Q$ ,  $L$  trois éléments de  $F_q[x]^*$ , et  $\gamma$  un entier, tels que :  $R$  soit unitaire de degré  $\gamma$  et  $(L, Q) = 1$ .

$\pi(\gamma)$  désigne le nombre de polynômes unitaires irréductibles de  $F_q[x]$ , et  $\Phi(Q)$  l'indicateur d'Euler de  $Q$ , c'est-à-dire le nombre de polynômes unitaires  $A$  de  $F_q[x]$ , tels que  $d^\circ A = d^\circ Q$  et  $(A, Q) = 1$ . Pour  $k$  entier,  $\pi(R, Q, L, k)$  désigne le nombre de polynômes irréductibles unitaires  $P$  de  $F_q[x]$  tels que

$$|P - R| < q^{\gamma - k},$$

et  $Q$  divise  $P - L$  dans  $F_q[x]$ .

THEOREME 2 (Siegel). Soit  $u > 0$ , alors pour tout polynôme  $Q$  de  $F_q[x]^*$ , et  $k$  entier, tels que

$$|Q| \leq \gamma^u \quad \text{et} \quad k^4 \leq \gamma,$$

nous avons

$$\left| \pi(R, Q, L, k) - \frac{\pi(\gamma)}{q^k \Phi(Q)} \right| \leq c(u) q^{\gamma - \sqrt{\gamma}},$$

où  $c(u)$  est une constante positive qui ne dépend que de  $u$ .

Nous montrerons successivement comment la démonstration du troisième cas se ramène au théorème 2, puis comment la démonstration du théorème 2 nécessite la recherche, dans le plan complexe, des régions où les fonctions  $L(\cdot, \chi)$ , introduites par D. R. Hayes [5], ne s'annulent pas.

#### 4. - LE TROISIEME CAS SE RAMENE AU THEOREME 2

Soit  $\mathfrak{M}$  l'ensemble des polynômes unitaires de  $F_q[x]$ . Nous définissons la relation d'équivalence suivante sur  $\mathfrak{M}$  :

Définition 3. - Soit  $k$  entier, et soient  $A$  et  $B$  deux éléments de  $\mathfrak{M}$  de même degré  $\gamma$

$$A \mathfrak{R}_{(k)} B \Leftrightarrow |A - B| < q^{\gamma - k}.$$

$\mathfrak{R}_{(k)}$  partage des polynômes de  $\mathfrak{M}$  de degré  $\gamma$  en  $q^k$  classes d'équivalence de cardinal  $q^{\gamma-k}$ . Nous avons la relation suivante entre  $\mathfrak{R}_{(k)}$  et l'ordre  $\Omega$  :

PROPOSITION 2. Si  $R_1$  et  $R_2$  sont deux éléments de même degré tels que  $R_1 < R_2$  pour  $\Omega$ , alors quels que soient les polynômes  $A$  et  $B$ , tels que

$$A \mathfrak{R}_{(k)} R_1 \quad \text{et} \quad B \mathfrak{R}_{(k)} R_2,$$

nous avons  $A < B$  si  $|R_1 - R_2| \geq q^{\gamma-k}$ .

Nous pouvons donc ordonner les représentants des classes modulo  $\mathfrak{R}_{(k)}$ , et si  $|P_N| = q^\gamma$ , il existe  $\ell$  entier,  $1 \leq \ell \leq q^k$ , tel que si  $R_1 < R_2 < \dots < R_{q^k}$  désignent les représentants de degré  $\gamma$ ,

$$S_N = \sum_{n=1}^N e_o(P_n \beta) = \sum_{|P| \leq q^{\gamma-1}} e_o(P \beta) + \sum_{i=1}^{\ell-1} \sum_{P \mathfrak{R}_{(k)} R_i} e_o(P \beta) + o\left(\sum_{P \mathfrak{R}_{(k)} R_\ell} 1\right).$$

Il suffit alors de montrer que

$$\sum_{|P| \leq q^{\gamma-1}} e_o(P \beta) = o(\pi(\gamma-1) + \pi(\gamma-2) + \dots + \pi(1)),$$

$$S_N(R_i) = \sum_{P \mathfrak{R}_{(k)} R_i} e_o(P \beta) = o(\pi(\gamma) q^{-k}),$$

et de prendre  $k$  tel que

$$\pi(R_\ell, 1, 1, k) = o(\pi(\gamma)).$$

Pour vérifier la dernière propriété, nous prenons  $k = [\gamma^\epsilon]$ , donc

$$|\pi(R_\ell, 1, 1, k) - \pi(\gamma) \times q^{-[\gamma^\epsilon]}| \leq c q^{\gamma - \sqrt{\gamma}}$$

d'après le théorème 2. Ce choix de  $k$  convient, car  $\pi(\gamma)$  est équivalent à  $\gamma^{-1} q^\gamma$ .

En partageant les polynômes de degré  $\gamma-1, \gamma-2, \dots$  en classes d'équivalence modulo  $\mathfrak{R}_{(k)}$ , on se ramène à n'étudier que des sommes du type  $S_N(R_i)$ .

Posons  $\beta = \frac{A}{Q} + \frac{\theta}{QT}$  où  $|T| = q^\tau$  et  $|\theta| < 1$ . Alors, si  $P \in \mathfrak{R}_{(k)} R_i$ , nous avons

$$P_\beta = \frac{PA}{Q} + \frac{R_i \theta}{QT} + \frac{(P-R_i)\theta}{QT} \quad \text{et} \quad \frac{(P-R_i)\theta}{QT} \in \mathfrak{P}^2,$$

donc

$$S_N(R_i) = e_o\left(\frac{R_i \theta}{QT}\right) \sum_{P \in \mathfrak{R}_{(k)} R_i} e_o\left(\frac{PA}{Q}\right),$$

et

$$S_N(R_i) = e_o\left(\frac{R_i \theta}{QT}\right) \sum_{\substack{(L, Q)=1 \\ |L| < |Q|}} \sum_{\substack{P \in \mathfrak{R}_{(k)} R_i \\ Q \text{ divise } P-L}} e_o\left(\frac{AL}{Q}\right),$$

et, puisque  $\left|e_o\left(\frac{R_i \theta}{QT}\right)\right| = 1$ , il vient

$$|S_N(R_i)| = \left| \sum_{\substack{(L, Q)=1 \\ |L| < |Q|}} \pi(R_i, Q, L, k) e_o\left(\frac{AL}{Q}\right) \right|.$$

En utilisant le théorème 2,

$$|S_N(R_i)| \leq \frac{\pi(\gamma)}{q^k \Phi(Q)} \left| \sum_{\substack{(L, Q)=1 \\ |L| < |Q|}} e_o\left(\frac{AL}{Q}\right) \right| + c \Phi(Q) q^{\gamma-\sqrt{\gamma}}.$$

Sachant que

$$\sum_{\substack{(L, Q)=1 \\ |L| < |Q|}} e_o\left(\frac{AL}{Q}\right) = \mu(Q),$$

où  $\mu$  est la fonction de Möbius (et donc  $|\mu(Q)| \leq 1$ ) et que

$$|Q|^{1/2} \leq |\Phi(Q)| \leq |Q|,$$

on voit que

$$S_N(R_i) = O(\pi(\gamma) q^{-k}).$$



5. - INTRODUCTION DES FONCTIONS  $L(\cdot, \chi)$ 

Soit  $\mathcal{R}$  une relation d'équivalence sur  $\mathfrak{M}$ , telle que le quotient  $\mathfrak{M}/\mathcal{R}$  soit un demi-groupe et que le groupe  $\mathcal{G}(\mathcal{R})$  des éléments inversibles soit fini d'ordre  $g(\mathcal{R})$ . Soit  $\hat{\mathcal{G}}$  le dual de  $\mathcal{G}(\mathcal{R})$ , et on définit [5] les caractères sur  $\mathfrak{M}$ .

Définition 4. Soit  $x \in \hat{\mathcal{G}}$ , on définit l'homomorphisme  $\chi$  de  $\mathfrak{M}$  dans les nombres complexes de module 1 par

$$\chi(G) = x(\bar{G}) \quad \text{si la classe } \bar{G} \text{ est inversible,}$$

$$= 0 \quad \text{sinon.}$$

Soient  $\chi_0 = 1, \chi_1, \dots, \chi_{g-1}$  les caractères relatifs à  $\mathcal{R}$ . On étend à  $\mathfrak{M}$  la relation  $\mathcal{R}_{(k)}$  :

Si  $A$  et  $B$  sont deux éléments de  $\mathfrak{M}$  de degrés respectifs  $n$  et  $m$ , on pose

$$A \mathcal{R}_{(k)} B \Leftrightarrow |x^m A - x^n B| < q^{m+n-k}.$$

Alors  $g(\mathcal{R}_{(k)}) = q^k$ . Si  $H \in \mathfrak{M}$ , soit  $\mathcal{R}_H$  la relation

$$A \mathcal{R}_H B \Leftrightarrow H \text{ divise } A - B.$$

Alors  $\mathcal{G}(\mathcal{R}_H) = \Phi(H)$ .

Nous définissons la relation  $\mathcal{R}_{(k)H} = \mathcal{R}_{(k)} \cap \mathcal{R}_H$ .

Alors, si  $(H, L) = 1$ ,  $\bar{L}$  est inversible dans  $\mathcal{G}(\mathcal{R}_{(k)H})$ .

PROPOSITION 3. Si  $\chi_0, \chi_1, \dots, \chi_{g-1}$  avec  $g = g(\mathcal{R}_{(k)H}) = q^k \Phi(H)$  sont les caractères relatifs à  $\mathcal{R}_{(k)H}$ , nous avons

$$\pi(\mathcal{R}, H, L, k) = \sum_{|P|=q^Y} \frac{1}{g} \sum_{i=0}^{g-1} \bar{\chi}_i(L) \chi_i(P).$$

En effet, si  $P$  n'est pas inversible,  $\chi_i(P) = 0$ , et si  $\bar{P}$  est inversible,

$$\frac{1}{g} \sum_{i=0}^{g-1} \bar{\chi}_i(L) \chi_i(P) = \frac{1}{g} \sum_{i=0}^{g-1} x_i(\bar{P} \cdot \bar{L}^{-1}),$$

et cette expression est l'intégrale de Haar sur  $\hat{G}$  du caractère  $x_i \rightarrow x_i(\bar{P} \cdot \bar{L}^{-1})$  de  $\hat{G}$ . Cette intégrale est égale à 1 si  $Q$  divise  $P-L$ , et à 0 sinon. En posant,

$$\pi(\gamma, \chi_i) = \sum_{|P|=q^\gamma} \chi_i(P),$$

nous obtenons

$$\pi(R, H, L, k) = \frac{1}{g} \sum_{i=0}^{g-1} \chi_i(L) \pi(\gamma, \chi_i).$$

On démontre que

$$\pi(\gamma) - \pi(\gamma, \chi_0) = \sum_{\substack{P \\ \bar{P} \text{ non inversible}}} 1 \leq 2g,$$

et donc

$$\left| \pi(R, H, L, k) - \frac{\pi(\gamma)}{q^k \Phi(H)} \right| \leq 2 + \frac{1}{g} \sum_{i=1}^{g-1} |\pi(\gamma, \chi_i)|.$$

Il suffit alors de démontrer que, pour  $1 \leq i \leq g-1$ ,  $|\pi(\gamma, \chi_i)| \leq c(u) q^{\gamma - \gamma'}$ .

Nous posons  $L(s, \chi) = \sum_{G \in \mathfrak{m}} \frac{\chi(G)}{|G|^s}$   $s = \sigma + it$  et  $\sigma > 1$ ,

et nous obtenons, si  $a > 1$ ,

$$\pi(\gamma, \chi_i) = \frac{-1}{2\gamma\pi i \log^2 q} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{q^{(\gamma+1)s} - q^{\gamma s}}{s^2} \frac{L'(s, \chi)}{L(s, \chi)} ds + o(\gamma q^{\gamma/2}),$$

ce qui ramène la démonstration du théorème 2 à l'étude des régions de  $\mathfrak{C}$  où les fonctions  $L(\cdot, \chi)$  ne s'annulent pas.

## 6. - AUTRES RESULTATS

Nous démontrons aussi le théorème suivant :

**THEOREME 3.** Soit  $f$  un polynôme à coefficients dans  $\mathfrak{F}_0$ , de degré  $k$  ( $2 \leq k < p$ ),

$$f(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_k X^k.$$

S'il existe un entier  $s$  ( $2 \leq s \leq k$ ) tel que  $\alpha_s \notin \mathfrak{F}$  et tel que, si  $(A_i)_{i \geq 1}$  désigne le développement en fraction continue de  $\alpha_s$ , la suite  $A_i$  soit bornée, alors la suite  $(f(P_n))_{n \geq 1}$  est équirépartie modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$ .

Nous avons démontré depuis, le théorème

**THEOREME 4.** Soit  $k$  un entier ( $2 \leq k < p$ ), alors la suite  $(\alpha P_n^k)_{n \geq 1}$  est équirépartie modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$  si et seulement si  $\alpha \notin \mathfrak{F}$ .

Si 0 est le plus petit élément de  $F_q$  dans la définition 2, A. Dijkstra a démontré le théorème [3]

**THEOREME 5.** Soit  $(G_n)_{n \geq 1}$  la suite des polynômes de  $F_q[x]$  ordonnée selon l'ordre  $\Omega$ . Soit  $f$  un polynôme de degré  $k$  ( $1 \leq k < p$ )

$$f(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X + \dots + \alpha_k X^k \quad \alpha_i \in \mathfrak{F}_0.$$

Alors la suite  $(f(G_n))_{n \geq 1}$  est équirépartie modulo 1 dans  $\mathfrak{F}_0$  si et seulement si l'un des  $\alpha_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) est un élément de  $\mathfrak{F}_0 - \mathfrak{F}$ .

Remarque. Nous ne pouvons pas supprimer la condition  $k < p$  dans les théorèmes 3, 4 et 5; en effet, il existe des éléments  $\alpha$  de  $\mathfrak{F}_0 - \mathfrak{F}$  tels que la suite  $(\alpha H_n^p)_{n \geq 1}$  ne soit pas équirépartie modulo 1 quelle que soit la suite  $(H_n)$  de polynômes de  $F_q[x]$ .

Par exemple [3],  $\alpha = \sum_{j=1}^{\infty} x^{-p^j}$  qui est algébrique de degré  $p$ . En effet  $\alpha H_n^p$  est une série formelle  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n x^{-n}$  telle que  $a_n = 0$  si  $n \not\equiv 0 \pmod{p}$  donc  $a_1 = 0 \Rightarrow e_0(\alpha H_n^p) = 1$  et  $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e_0(\alpha H_n^p) = 1$ .

Dans le corps des réels I. M. Vinogradov [8] a démontré le théorème

**THEOREME 6.** Soit  $f$  un polynôme de degré  $k \geq 2$  à coefficients réels tel qu'il existe un entier  $s$  ( $k \geq s \geq 2$ ) et un nombre réel  $\chi > 0$  tels que

$$f(x) = \alpha_k x^k + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$$

et pour  $N \geq N_0$

$$\alpha_s = \frac{a}{q} + \frac{\theta}{q\tau} \quad (a, q) = 1$$

$$|\theta| < 1$$

$$0 < q \leq \tau, \quad \tau = N^{0,5s} \quad \text{et} \quad N^X \leq q \leq \tau$$

alors la suite  $(f(p))$  est équirépartie modulo 1 .

COROLLAIRE. Si f a un coefficient  $\alpha_s$  ( $k \geq s \geq 2$ ) non rationnel dont le développement en fraction continue  $\alpha_s = (a_0, a_1, \dots, a_n, \dots)$  est tel que la suite des  $(a_i)_{i \geq 0}$  soit bornée, alors la suite  $(f(p))$  est équirépartie modulo 1 .

Contrairement à ce qu'ont affirmé Cigler et Helmsberg dans [2] et Erdős dans [9], le théorème 6 n'implique pas le résultat suivant :

Si  $f$  est un polynôme de degré  $\geq 1$  à coefficients réels, la suite  $(f(p))$  est équirépartie modulo 1 si le coefficient du monôme de plus haut degré de  $f$  est irrationnel.

-:-:-:-

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] CARLITZ L. - Diophantine approximation in fields of characteristic  $p$ , Trans. Amer. Math. Soc. t. 72, 1952, p. 187-207.
- [2] CIGLER J. and HELMSBERG G. - Neuer Entwicklungen in der theorie der Gleichverteilung. Jahr Deutsch Math. Vereinig, t. 64, 1962, p. 1-50.
- [3] DIJKSMA A. - Uniform distribution of polynomials over  $GF\{q, x\}$  in  $GF[q, x]$ . Part. I, Nederl. Akad. Wetensch Proc. Ser. A, 72, 4, 1969, p. 376-383. - Part. II, Nederl. Akad. Wetensch. Ser. A, 73, 3, 1970, p. 187-195.

- [4] ESTERMANN T. - Introduction to modern prime number theory.  
Cambridge Tracts in Mathematics and mathematical physics,  
41.
- [5] HAYES D. R. - The distribution of irreducibles in  $GF[q, x]$  .  
Trans. Amer. math. Soc. t. 117, 1965, p. 101-127.
- [6] MATHAN (Bernard de). - Approximations diophantiennes dans un  
corps local. Bull. Soc. math. France, mémoire 21, 93 p., 1970  
(Thèse Sc. math. Caen, 1968).
- [7] VINOGRADOV I. M. - The method of trigonometrical sums in the  
theory of numbers. Translated from Russian. London,  
Interscience Publishers, 1954.
- [8] VINOGRADOV I. M. - Sur l'évaluation de sommes trigonométriques  
avec des nombres premiers. Izv. Akad. Nank. S S S R  
Ser. Math. , 1948-12, p. 225-248.
- [9] Asymptotic distribution modulo 1. Nuffic international summer session  
in science. Nijenrode lectures P. Noordhoff. Groningen, 1962.

-:-:-

Georges RHIN  
14, rue Leroy  
14 - CAEN