

# BULLETIN DE LA S. M. F.

A. DEICHA

## **La géométrie de Lobatchevskij dans la théorie des turbines hydrauliques**

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 64 (1936), p. 133-135

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1936\\_\\_64\\_\\_133\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1936__64__133_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1936, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**LA GÉOMÉTRIE DE LOBATCHEVSKIJ  
DANS LA THÉORIE DES TURBINES HYDRAULIQUES ;**

PAR M. A. DEICHA.

1. Une surface de flux (surface de rotation dont la génératrice est un filet liquide) dans une roue Francis a une courbure de Gauss négative, qui est sensiblement constante sur la longueur des aubes de la roue. Donc une surface de flux peut être remplacée par une bande pseudosphérique <sup>(1)</sup> (dont la courbure est négative et constante).

Vu que les relations géométriques sont bien déterminées sur une pseudosphère [<sup>(2)</sup>, <sup>(3)</sup>], ce remplacement permet de déduire quelques nouvelles propriétés générales de l'effet des aubes des turbines et des pompes centrifuges

2. Le rapport  $\pi_\psi$  de la longueur de la circonférence  $u_\psi$  à son diamètre  $2r_\psi$

$$(1) \quad \pi_\psi = \frac{u_\psi}{2r_\psi}$$

est sur une pseudosphère égal à

$$(2) \quad \pi_\psi = \pi \frac{R_\psi}{r_\psi} \operatorname{sin hyp} \frac{r_\psi}{R_\psi}.$$

Où  $R_\psi$  est le rayon de « courbure » de la pseudosphère.

Donc on a toujours  $\pi_\psi > \pi$ .

3. La circulation de Stokes-Ampère  $\Gamma_\psi$  sur une circonférence

---

<sup>(1)</sup> DEICHA, *Sur le développement identique des surfaces de flux des turbines* (*Revue polytechnique Suisse*, Zürich 1935, p. 157).

<sup>(2)</sup> LOBATCHEVSKIJ, *Pangéométrie*, Kazan, 1855.

<sup>(3)</sup> BELTRAMI, *Théorie fondamentale des espaces de courbure constante* (*Annales de l'École Normale*, 1869).

pseudosphérique en fonction de la vitesse circonférentielle  $u$  est

$$(3) \quad \Gamma_{\psi} = 2\pi\psi r_{\psi} u$$

et, en fonction du nombre des tours-minute, elle est

$$(4) \quad \Gamma_{\psi} = \frac{n}{15} \pi \psi^2 r_{\psi}^2$$

Donc, pour le même rayon  $r_{\psi} = r$ ,

$$(5) \quad \Gamma_{\psi} = \Gamma \frac{\pi\psi}{\pi}$$

et conformément à l'équation (4)

$$(6) \quad \Gamma_{\psi} = \Gamma \left( \frac{\pi\psi}{\pi} \right)^2$$

4. La force de sustentation d'une aube sur une pseudosphère sera donc [(<sup>1</sup>), (<sup>2</sup>)]

$$(7) \quad \Lambda_{\psi} = \rho v_0 \Gamma_{\psi} b,$$

$$(8) \quad \Lambda_{\psi} = A \frac{\pi\psi}{\pi},$$

ce qui montre que  $\Lambda_{\psi} > A$  pour le même profil d'aube, sera supérieure sur la pseudosphère que sur le plan euclidien.

5. Pour un rotor (cylindrique) pour le même  $r_{\psi} = r$  et le même nombre de tours

$$(9) \quad \Lambda_{\psi} = \rho v_0 \Gamma_{\psi} b,$$

$$(10) \quad \Lambda_{\psi} = A \left( \frac{\pi\psi}{\pi} \right)^2$$

6. La force de résistance  $W$  dépend seulement des dimensions et de la forme de l'aube qui sont les mêmes sur la pseudosphère

---

(<sup>1</sup>) JOUKOWSKIJ, *Sur les tourbillons adjoints (Annales de la Société des Naturalistes Amateurs de Moscou, 1906).*

(<sup>2</sup>) Pour le calcul des turbines à l'aide du théorème de Joukowskij, voir PROSCOURA, *La science à l'Ukraine, 1923.*

et sur le plan euclidien, donc

$$(11) \quad W_{\psi} = W.$$

7. Le coefficient  $\varepsilon$  de glissement du même profil ou du même rotor sur la pseudosphère est donc inférieur à celui du plan euclidien

$$(12) \quad \varepsilon = \frac{W}{A},$$

il sera pour une aube

$$(13) \quad \varepsilon_{\psi} = \varepsilon \frac{\pi}{\pi_{\psi}}$$

et, pour un rotor,

$$(14) \quad \varepsilon_{\psi} = \varepsilon \left( \frac{\pi}{\pi_{\psi}} \right)^2.$$

8. Par conséquent le rendement  $\eta_{\psi}$  d'une aube sur la pseudosphère sera

$$(15) \quad \eta_{\psi} = \frac{I}{\varepsilon_{\psi}},$$

$$(16) \quad \eta_{\psi} = \eta \frac{\pi_{\psi}}{\pi},$$

supérieur à celui du plan euclidien (ou d'un cylindre).

9. Les formules (3) à (16) quoique approximatives peuvent, dans une certaine mesure, expliquer la nature des rendements très élevés des turbines modernes Francis (dont les surfaces de flux sont pseudosphériques) [(<sup>1</sup>), (<sup>2</sup>)].

---

(<sup>1</sup>) TENOT, *La technique actuelle des turbines hydrauliques (Mémoire de la Société des Ingénieurs civils de France, 1932, p. 956-959)*.

(<sup>2</sup>) OESTERLIN, *Le progrès dans la construction des turbines Francis (Journal des Ing. allem., Berlin 1928, p. 1744)*.