BULLETIN DE LA S. M. F.

CARON

Sur l'épure des 27 droites d'une surface du troisième degré dans le cas où ces droites sont réelles

Bulletin de la S. M. F., tome 8 (1880), p. 73-74

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1880__8__73_0>

Sur l'épure des vingt-sept droites d'une surface du troisième degré, dans le cas où ces droites sont réelles; par M. Caron.

(Séance du 6 février 1880.)

On choisit arbitrairement une droite a_1 et cinq droites b_2, b_3, b_4, b_5, b_6 qui rencontrent a_1; il existera cinq droites a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 telles que chacune rencontre toutes les droites b qui n'ont pas le même indice qu'elle.

Enfin il existera une droite b_1 rencontrant a_2, a_3, a_4, a_5, a_6. On aura constitué le double-six

$$\begin{matrix} a_1, & a_2, & a_3, & a_4, & a_5, & a_6, \\ b_1, & b_2, & b_3, & b_4, & b_5, & b_6, \end{matrix}$$

tel que chaque droite d'une rangée rencontre toutes celles de l'autre ne portant pas le même indice.

Les quinze autres droites sont les intersections des deux plans $a_p\,b_q$, $b_p\,a_q$, p et q étant différents.

Tableau des vingt-sept droites.

$$\begin{matrix} a_1, & a_2, & a_3, & a_4, & a_5, & a_6, \\ b_1, & b_2, & b_3, & b_4, & b_5, & b_6, \\ 12, & 13, & 14, & 15, & 16, & \\ 23, & 24, & 25, & 26, & & \\ 34, & 35, & 36, & & & \\ 45, & 46, & & & & \\ 56. & & & & & \end{matrix}$$

Une droite quelconque en rencontre dix autres. Exemple :

a_1	rencontre	b_2,	b_3,	b_4,	b_5,	b_6,	12,	13,	14,	15,	16,
a_2	»	b_1,	b_3,	b_4,	b_5,	b_6,	12,	23,	24,	25,	26,
b_1	»	a_2,	a_3,	a_4,	a_5,	a_6,	12,	13,	14,	15,	16,
23	»	a_2,	b_2,	a_3,	b_3,	14,	15,	16,	45,	46,	56,

. . . .

Dans l'épure, la première droite a_1 a été choisie verticale ; il en résulte que les droites b_2, b_3, b_4, par exemple, déterminent un hyperboloïde qui admet une deuxième génératrice verticale dont j'appelle le pied (2, 3, 4). Toutes les droites rencontrant b_2, b_3, b_4 passent donc en projection horizontale par le point (2, 3, 4).

De même, les droites rencontrant b_2, b_3, b_5 passent en projection horizontale par le point (2, 3, 5). Donc la deuxième droite, qui s'appuie sur les quatre droites b_2, b_3, b_4, b_5, a pour projection horizontale (2, 3, 4), (2, 3, 5).

On a déterminé à l'avance ces points fixes en construisant pour chaque système b_m, b_n, b_p deux droites s'appuyant sur ces dernières. On a ainsi les points fixes suivants :

(2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 5), (2, 4, 6),
(2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6),

d'où l'on déduit les projections horizontales des droites a_2, a_3, a_4, a_5, a_6,

a_2	passe par	(3, 4, 5),	(3, 4, 6),	(3, 5, 6),	(4, 5, 6),
a_3	»	(2, 4, 5),	(2, 4, 6),	(2, 5, 6),	(4, 5, 6),
a_4	»	(2, 3, 5),	(2, 3, 6),	(2, 5, 6),	(3, 5, 6),
a_5	»	(2, 3, 4),	(2, 3, 6),	(2, 4, 6),	(3, 4, 6),
a_6	»	(2, 3, 4),	(2, 3, 5),	(2, 4, 5),	(3, 4, 5).

Pour trouver la droite b_1, on emploie un procédé analogue au précédent, à l'aide d'une projection auxiliaire parallèlement à l'une des droites données b_2, b_3, b_4, b_5, b_6. La construction des autres droites ne présente aucune difficulté.