

# BULLETIN DE LA S. M. F.

CARON

## **Sur l'épure des 27 droites d'une surface du troisième degré dans le cas où ces droites sont réelles**

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 8 (1880), p. 73-74

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1880\\_\\_8\\_\\_73\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1880__8__73_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

*Sur l'épure des vingt-sept droites d'une surface du troisième degré, dans le cas où ces droites sont réelles; par M. CARON.*

(Séance du 6 février 1880.)

On choisit arbitrairement une droite  $a_1$  et cinq droites  $b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$  qui rencontrent  $a_1$ ; il existera cinq droites  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  telles que chacune rencontre toutes les droites  $b$  qui n'ont pas le même indice qu'elle.

Enfin il existera une droite  $b_1$  rencontrant  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ . On aura constitué le double-six

$$\begin{array}{c} a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \\ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \end{array}$$

tel que chaque droite d'une rangée rencontre toutes celles de l'autre ne portant pas le même indice.

Les quinze autres droites sont les intersections des deux plans  $a_p b_q, b_p a_q, p$  et  $q$  étant différents.

**Tableau des vingt-sept droites.**

$$\begin{array}{c} a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \\ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, \\ 12, 13, 14, 15, 16, \\ 23, 24, 25, 26, \\ 34, 35, 36, \\ 45, 46, \\ 56. \end{array}$$

Une droite quelconque en rencontre dix autres. Exemple :

$a_1$	rencontre	$b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, 12, 13, 14, 15, 16,$
$a_2$	»	$b_1, b_3, b_4, b_5, b_6, 12, 23, 24, 25, 26,$
$b_1$	»	$a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 12, 13, 14, 15, 16,$
$23$	»	$a_2, b_2, a_3, b_3, 14, 15, 16, 45, 46, 56,$
.....		

Dans l'épure, la première droite  $a_1$ , a été choisie verticale; il en résulte que les droites  $b_2, b_3, b_4$ , par exemple, déterminent un hyperboloïde qui admet une deuxième génératrice verticale dont j'appelle le pied  $(2, 3, 4)$ . Toutes les droites rencontrant  $b_2, b_3, b_4$  passent donc en projection horizontale par le point  $(2, 3, 4)$ .

De même, les droites rencontrant  $b_2, b_3, b_5$  passent en projection horizontale par le point  $(2, 3, 5)$ . Donc la deuxième droite, qui s'appuie sur les quatre droites  $b_2, b_3, b_4, b_5$ , a pour projection horizontale  $(2, 3, 4), (2, 3, 5)$ .

On a déterminé à l'avance ces points fixes en construisant pour chaque système  $b_m, b_n, b_p$  deux droites s'appuyant sur ces dernières. On a ainsi les points fixes suivants :

$$(2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 5), (2, 4, 6), \\ (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6),$$

d'où l'on déduit les projections horizontales des droites  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ ,

$$\begin{array}{l} a_2 \text{ passe par } (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6), \\ a_3 \quad \text{»} \quad (2, 4, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (4, 5, 6), \\ a_4 \quad \text{»} \quad (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 5, 6), (3, 5, 6), \\ a_5 \quad \text{»} \quad (2, 3, 4), (2, 3, 6), (2, 4, 6), (3, 4, 6), \\ a_6 \quad \text{»} \quad (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 4, 5). \end{array}$$

Pour trouver la droite  $b_1$ , on emploie un procédé analogue au précédent, à l'aide d'une projection auxiliaire parallèlement à l'une des droites données  $b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$ . La construction des autres droites ne présente aucune difficulté.

---