

# BULLETIN DE LA S. M. F.

MAURICE D'OCAGNE

## Sur le centre de courbure des courbes de poursuite

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 11 (1883), p. 134-135

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1883\\_\\_11\\_\\_134\\_1](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1883__11__134_1)

© Bulletin de la S. M. F., 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

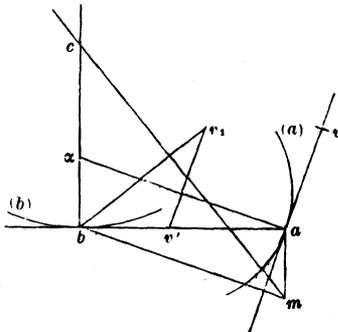
<http://www.numdam.org/>

*Sur le centre de courbure des courbes de poursuite;*  
par M. MAURICE D'OCAGNE.

(Séance du 20 juillet 1883.)

Le point  $a$  décrit une certaine courbe  $(a)$ ; sa vitesse est  $av$ , à l'instant considéré.

Le point  $b$ , dont la vitesse peut, d'ailleurs, varier d'une façon quelconque, est astreint à la condition de se diriger constamment



sur le point  $a$ ; ce point décrit une courbe  $(b)$  dite *de poursuite*. Soit, à l'instant considéré,  $bv'$  la vitesse du point  $b$ .

Le théorème qui fait l'objet de la présente Note est le suivant :

**THÉORÈME.** — *Les perpendiculaires menées par chacun des deux points à la vitesse de l'autre se coupent en un point. La perpendiculaire abaissée de ce point sur la résultante des deux vitesses passe par le centre de courbure de la courbe de poursuite.*

La démonstration est des plus faciles.

Soit  $c$  le centre de courbure de la courbe de poursuite ( $b$ ); la droite  $ab$  touchant son enveloppe au point  $b$  et la normale à la courbe ( $a$ ) coupant au point  $\alpha$  la normale à la courbe ( $b$ ), on a

$$\frac{d(a)}{d(b)} = \frac{ax}{bc}$$

ou, en divisant dans le premier membre, haut et bas, par  $dt$ ,

$$\frac{av}{bv'} = \frac{ax}{bc}.$$

Par le point  $\alpha$ , élevons à la vitesse  $bv'$  la perpendiculaire  $am$ ; du point  $b$ , abaissons sur la vitesse  $av$  la perpendiculaire  $bm$ ; nous avons

$$ax = bm.$$

D'ailleurs, construisons en un point quelconque, le point  $b$  par exemple, la résultante  $bv_1$  des vitesses  $bv'$  et  $v'v_1$ , égale et parallèle à  $av$ . L'égalité écrite plus haut devient

$$\frac{v'v_1}{bv'} = \frac{bm}{bc},$$

et, comme les angles  $bv'v_1$  et  $mbc$  sont égaux, leurs côtés étant perpendiculaires, il en résulte que les triangles  $bv'v_1$  et  $mbc$  sont semblables. Les côtés homologues  $v'v_1$  et  $bm$ ,  $bv'$  et  $bc$  de ces triangles étant perpendiculaires, il en sera de même des troisièmes côtés  $bv_1$  et  $mc$ , et le théorème est démontré.

On peut remarquer, d'après ce théorème, que la courbure de la courbe de poursuite ( $b$ ) n'est point liée à la courbure de la courbe ( $a$ ); elle ne dépend que des vitesses des points  $a$  et  $b$ .

Le même théorème a lieu pour le second cas des courbes de poursuite, celui des trois points  $a$ ,  $b$ ,  $c$  se poursuivant, c'est-à-dire se déplaçant de façon que  $a$  se dirige constamment sur  $b$ ,  $b$  sur  $c$  et  $c$  sur  $a$ .

---