BULLETIN DE LA S. M. F.

MAURICE D'OCAGNE

Sur le centre de courbure des courbes de poursuite

Bulletin de la S. M. F., tome 11 (1883), p. 134-135

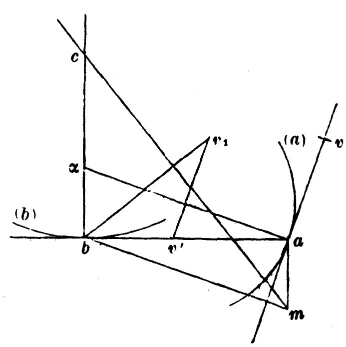
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1883__11__134_1>

Sur le centre de courbure des courbes de poursuite;
par M. MAURICE D'OCAGNE.

(Séance du 20 juillet 1883.)

Le point a décrit une certaine courbe (a); sa vitesse est av, à l'instant considéré.

Le point b, dont la vitesse peut, d'ailleurs, varier d'une façon quelconque, est astreint à la condition de se diriger constamment



sur le point a; ce point décrit une courbe (b) dite *de poursuite*. Soit, à l'instant considéré, bv' la vitesse du point b.

Le théorème qui fait l'objet de la présente Note est le suivant :

THÉORÈME. — *Les perpendiculaires menées par chacun des deux points à la vitesse de l'autre se coupent en un point. La perpendiculaire abaissée de ce point sur la résultante des deux vitesses passe par le centre de courbure de la courbe de poursuite.*

La démonstration est des plus faciles.

Soit c le centre de courbure de la courbe de poursuite (b); la droite ab touchant son enveloppe au point b et la normale à la courbe (a) coupant au point α la normale à la courbe (b), on a

$$\frac{d(a)}{d(b)} = \frac{a\alpha}{bc}$$

ou, en divisant dans le premier membre, haut et bas, par dt,

$$\frac{av}{bv'} = \frac{a\alpha}{bc}.$$

Par le point a, élevons à la vitesse bv' la perpendiculaire am; du point b, abaissons sur la vitesse av la perpendiculaire bm; nous avons

$$a\alpha = bm.$$

D'ailleurs, construisons en un point quelconque, le point b par exemple, la résultante bv_1 des vitesses bv' et $v'v_1$ égale et parallèle à av. L'égalité écrite plus haut devient

$$\frac{v'v_1}{bv'} = \frac{bm}{bc},$$

et, comme les angles $bv'v_1$ et mbc sont égaux, leurs côtés étant perpendiculaires, il en résulte que les triangles $bv'v_1$ et mbc sont semblables. Les côtés homologues $v'v_1$ et bm, bv' et bc de ces triangles étant perpendiculaires, il en sera de même des troisièmes côtés bv_1 et mc, et le théorème est démontré.

On peut remarquer, d'après ce théorème, que la courbure de la courbe de poursuite (b) n'est point liée à la courbure de la courbe (a); elle ne dépend que des vitesses des points a et b.

Le même théorème a lieu pour le second cas des courbes de poursuite, celui des trois points a, b, c se poursuivant, c'est-à-dire se déplaçant de façon que a se dirige constamment sur b, b sur c et c sur a.