SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 19 (1891), p. 151-154
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1891__19__151_1>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 2 DÉCEMBRE 1891.

PRÉSIDENCE DE M. COLLIGNON.

Communications :

M. Carvallo : *Sur la résolution numérique des équations.*

M. Fouret présente quelques observations à ce sujet.

M. Raffy : *Sur certaines surfaces dont les rayons de courbure sont liés par une relation.*

M. F. Lucas : *Sur les équations qui représentent le régime des machines.*

M. Antomari adresse une Note *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles.*

SÉANCE DU 16 DÉCEMBRE 1891.

PRÉSIDENCE DE M. COLLIGNON.

Démission : M. Paturet adresse sa démission de membre de la Société.

Élections : M. de Fontviolant, présenté par MM. Rouché et de Comberousse; M. Blutel, présenté par MM. F. Lucas et Bioche, sont élus à l'unanimité.

Communications :

M. Hermann : *Sur un nouveau système de Cryptographie.*

M. Carvallo : *Démonstration d'un théorème de similitude sur les fonctions des machines,* signalé par M. F. Lucas.

M. Fouret : *Démonstration du théorème de Budan-Fourier.*

M. D. André présente quelques observations à ce sujet.

M. Félix Lucas fait la Communication suivante :

Sur les équations abstraites du fonctionnement des machines.

Dans ma Communication verbale, faite pendant la dernière séance, j'ai considéré une dynamo à courants alternatifs, avec induit sans fer, dont la force électromotrice est sinusoïdale, et j'ai montré que les lois moyennes de son fonctionnement en régime normal peuvent être représentées, aux échelles près, par des équations simplement numériques, dans lesquelles toutes les dimensions concrètes de la machine se trouvent éliminées.

Notre savant collègue, M. Carvallo, a montré que l'existence de ces équations abstraites ou canoniques résulte du principe de l'homogénéité concrète relativement aux trois unités fondamentales : longueur, masse et temps.

Au lieu de considérer l'intensité moyenne du courant en régime permanent, je vais considérer l'intensité réelle, périodiquement variable en fonction du temps.

Soient

R la résistance totale du circuit, comprenant la résistance intérieure de la machine et la résistance extérieure supposée non inductive;

L le coefficient de self-induction de l'induit;

E la force électromotrice variable déterminée en fonction du temps t par l'équation

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T}, \tag{1}$$

dans laquelle T représente la durée de la période.

L'intensité I du courant à l'instant t sera déterminée par l'équation différentielle

$$RI + L\frac{dI}{dt} - E_0 \sin\frac{2\pi t}{T} = 0. \tag{2}$$

Admettons *a priori* que l'équation finie entre I et t puisse se ramener à une équation abstraite et cherchons à quelles conséquences nous conduira cette hypothèse. Il est clair, d'abord, que cette équation abstraite, devant s'appliquer au cas particulier où l'on aurait $L = 0$, devra être $y = \sin x$. Remarquons, d'ailleurs, que l'équation (1), qui donne la force électromotrice, contient implicitement, comme donnée concrète, le choix particulier de l'origine du temps t, origine qui est prise de manière que le maximum E_0 de la force électromotrice se produise pour $t = \frac{T}{4}$; cette donnée concrète s'est introduite dans l'équation (2), dont le premier membre contient $-E$; il nous serait impossible de l'éliminer si nous remplacions t par une variable x qui lui serait proportionnelle et s'annulerait avec lui; c'est par une expression de la forme $ax + b$ qu'il faut nécessairement remplacer t pour arriver à une équation abstraite.

Posons

$$\left\{\begin{aligned} t &= \frac{T}{2\pi}x + \theta, \\ I &= \frac{E_0}{R}\cos\frac{2\pi\theta}{T}\,y, \end{aligned}\right. \tag{3}$$

d'où

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{2\pi E_0}{RT}\cos\frac{2\pi\theta}{T}\frac{dy}{dx}, \tag{4}$$

et substituons dans (2); nous trouverons

$$y - \sin x + \frac{2\pi L}{RT}\frac{dy}{dx} - \operatorname{tang}\frac{2\pi\theta}{T}\cos x = 0. \tag{5}$$

Il est clair que cette équation différentielle s'identifiera avec l'équation finie $y = \sin x$, si nous disposons du paramètre arbitraire θ de manière que l'on ait

$$\operatorname{tang}\frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT}. \tag{6}$$

L'hypothèse que nous avions faite *a priori* se trouve, par conséquent, justifiée; la relation finie entre I et t peut se ramener à la forme abstraite

$$(7) \qquad y = \sin x$$

au moyen des formules (3) et (6); cette relation finie concrète est elle-même

$$(8) \qquad \mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{R}} \cos \frac{2\pi\theta}{\mathrm{T}} \sin \frac{2\pi(t-\theta)}{\mathrm{T}};$$

nous avons donc obtenu par une voie très simple l'intégrale de l'équation différentielle (2).

On pourrait objecter que $y = \sin x$ n'est pas l'intégrale générale de l'équation (5) accompagnée de l'équation de condition (6); on a, en effet, rigoureusement

$$(9) \qquad y - \sin x - \frac{d(y - \sin x)}{dx} \operatorname{tang} \frac{2\pi\theta}{\mathrm{T}} = 0,$$

équation dont l'intégrale générale est

$$(10) \qquad y = \sin x + \mathrm{C} e^{-x \operatorname{tang} \frac{2\pi\theta}{\mathrm{T}}};$$

mais comme x et $\operatorname{tang} \frac{2\pi\theta}{\mathrm{T}}$ sont deux nombres positifs dont le premier croît indéfiniment, le second terme du second membre est évanescent et doit être négligé dans la pratique.