SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 23 (1895), p. 111-114
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1895__23__111_1>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 1er MAI 1895.

PRÉSIDENCE DE M. GOURSAT.

Communications :

M. D. André : *Sur la structure des permutations circulaires.*

M. Goursat : *Sur la théorie des équations aux dérivées partielles du second ordre.*

M. G. Kobb adresse une Note *Sur le problème de la rotation d'un corps autour d'un point fixe.*

M. Touche fait la Communication suivante :

Équation d'une trajectoire fluide.

Considérons un système fluide symétrique autour d'un axe et n'ayant pas de rotation autour de cet axe. Toutes les trajectoires seront planes et chacun des plans passant par l'axe contiendra des trajectoires identiques.

Considérons le cas du mouvement permanent, négligeons les forces extérieures et supposons la densité constante.

Soient mn un élément de trajectoire et nr un élément de courbe orthogonale. Nous pouvons choisir le point r de telle manière que la pression en ce point soit la même qu'au point m. Soient $mn = ds$ et $nr = ds_1$; nous pouvons aussi choisir sur nr un point r' tel que la tangente à la trajectoire qui passe par ce point soit parallèle à la tangente à la trajectoire qui passe par le point m; soit $mr' = ds'_1$.

La première des équations générales du mouvement des fluides transformées nous donne, dans les conditions où nous nous plaçons [1] :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{ds}ds = -v_1\frac{dv_1}{ds}ds \tag{1}$$

et la seconde

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{ds'}ds_1 = -v_1^2\frac{d\alpha}{ds}ds_1. \tag{2}$$

Remarquons que la variation de pression de m en n est la même que celle de r en n, puisque m et r ont la même pression; donc, dans les équations (1) et (2), les premiers membres sont égaux et l'on a

$$v_1\frac{dv_1}{ds}ds = v_1^2\frac{d\alpha}{ds}ds_1$$

ou

$$\frac{1}{v_1}\frac{dv_1}{ds}ds = \frac{d\alpha}{ds}\frac{ds_1}{ds}ds. \tag{3}$$

Dans les conditions où nous nous plaçons, l'équation de continuité transformée nous donne [2]

$$\frac{1}{v_1}\frac{dv_1}{ds}ds = \frac{\delta\alpha}{ds'}ds + \frac{\delta'\alpha}{ds''}ds. \tag{4}$$

---

(1) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXI, p. 72.
(2) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXI, p. 129.

Les deux premiers membres de (3) et (4) étant égaux, on aura

$$\frac{\delta\alpha}{ds'}ds + \frac{\delta'\alpha}{ds''}ds = \frac{d\alpha}{ds}\frac{ds_1}{ds}ds. \tag{5}$$

Comme les tangentes aux trajectoires en m et en r' sont parallèles, $d\alpha$ représente à la fois l'angle des deux tangentes à la trajectoire en m et en n, et l'angle des deux tangentes en r' et en n aux trajectoires qui passent par ces points; or, ce dernier angle est $-\frac{\delta\alpha}{ds'}ds'_1$; on aura donc

$$-\frac{\delta\alpha}{ds'}ds'_1 = \frac{d\alpha}{ds}ds$$

ou

$$\frac{\delta\alpha}{ds'}ds = -\frac{d\alpha}{ds}\frac{ds}{ds'_1}ds.$$

En substituant dans (5), il vient

$$-\frac{d\alpha}{ds}\frac{ds}{ds'_1}ds + \frac{\delta'\alpha}{ds''}ds = \frac{d\alpha}{ds}\frac{ds_1}{ds}ds$$

ou

$$\frac{\delta'\alpha}{ds''}ds = \frac{d\alpha}{ds}\left(\frac{ds_1}{ds} + \frac{ds}{ds'_1}\right)ds. \tag{6}$$

Soit I le point de rencontre de nm prolongé avec l'axe de symétrie; prenons l'axe de symétrie pour axe des y et une perpendiculaire à cet axe pour axe des x.

Considérons au point m une perpendiculaire mm' au plan mrn (plan du tableau) et de longueur égale à ds''; ds'' est égal à ds ou mn; l'angle $\frac{\delta'\alpha}{ds''}ds$ est l'angle $m\mathrm{I}m'$, ou $\frac{mm'}{\mathrm{I}m}$, ou $\frac{mn}{\mathrm{I}m}$; or $\frac{mn}{\mathrm{I}m}$ est égal à $\frac{dx}{x}$, en appelant x l'abscisse du point m et dx la différentielle de l'abscisse lorsque l'on passe du point m au point n. Donc $\frac{\delta'\alpha}{ds''}ds$ est égal à $\frac{dx}{x}$ et il vient

$$\frac{dx}{x} = d\alpha\left(\frac{ds_1}{ds} + \frac{ds}{ds'_1}\right).$$

SÉANCE DU 15 MAI 1895.

PRÉSIDENCE DE M. GOURSAT.

Démission :

M. Paul Genty adresse sa démission de membre de la Société.

Communications :

M. Bioche : *Sur les surfaces du troisième ordre à trois points doubles et à centre.*

M. Raffy : *Sur les courbes unicursales.*

M. GOURSAT cherche tous les arcs commensurables avec la circonférence et dont une ligne trigonométrique a pour carré un nombre rationnel. Il montre que, pour le premier quadrant, ces arcs sont ceux de $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$, et ceux-là seulement.

M. Maupin adresse deux Notes : *Sur une question de probabilités traitée par d'Alembert dans l'Encyclopédie,* et *Sur une application de la règle des parties au jeu de la manille aux enchères.*

M. d'Ocagne adresse une *Étude géométrique sur l'hélicoïde réglé le plus général.*