SMF

Vie de la Société

Bulletin de la S. M. F., tome 26 (1898), p. 135-138
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1898__26__135_0>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 6 JUILLET 1898.

PRÉSIDENCE DE M. LECORNU.

Élections :

Sont élus à l'unanimité, membres de la Société : M. Jahnke et M. Ripert, présentés par MM. Laisant et Lemoine.

Communications :

M. Raffy : *Sur la détermination des surfaces qui admettent une série continue de déformations, conservant les courbures principales.*

M. Duporcq : *Sur un problème relatif aux abaques.*

M. H. Duport adresse une Note intitulée : *Théorie des atomes.*

M. Paul Appell adresse la Communication suivante :

Sur les lignes qui se conservent dans la déformation d'un milieu continu.

On peut, sous un certain point de vue, étendre les propriétés des lignes de tourbillon à d'autres systèmes de lignes qui se conservent dans la déformation d'un milieu continu.

Soient a, b, c les coordonnées initiales d'une molécule, x, y, z ses coordonnées finales; les quantités x, y, z sont des fonctions uniformes et continues de a, b, c et inversement.

Un système de lignes à deux paramètres

$$\frac{da}{A} = \frac{db}{B} = \frac{dc}{C}, \tag{1}$$

tracées dans le milieu primitif, se transforme en un système de lignes

$$\frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} = \frac{dz}{Z} \tag{2}$$

tracées dans le milieu déformé.

On peut toujours s'arranger de façon que l'on ait les propriétés suivantes :

1° $$\frac{\partial A}{\partial a} + \frac{\partial B}{\partial b} + \frac{\partial C}{\partial c} = 0;$$

2° $$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0;$$

3° Soient p_0, q_0, r_0 des fonctions telles que

$$A = \frac{\partial r_0}{\partial b} - \frac{\partial q_0}{\partial c},$$

$$B = \frac{\partial p_0}{\partial c} - \frac{\partial r_0}{\partial a},$$

$$C = \frac{\partial q_0}{\partial a} - \frac{\partial p_0}{\partial b};$$

soient de même p, q, r trois fonctions telles que

$$X = \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial z},$$

$$Y = \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial r}{\partial x},$$

$$Z = \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y};$$

l'expression

$$p\,dx + q\,dy + r\,dz - (p_0\,da + q_0\,db + r_0\,dc)$$

est une *différentielle totale exacte*.

Ces théorèmes permettent d'étendre les théorèmes classiques de la théorie des tourbillons aux tubes et surfaces engendrés par les lignes (1) et (2).

On peut enfin, quand on connaît deux systèmes de lignes à deux paramètres qui se conservent, en déduire un troisième à deux paramètres qui se conserve également, et cela, d'une infinité de façons.

Ces propositions sont développées, avec des exemples, dans un Mémoire qui paraîtra prochainement dans le *Journal de Mathématiques*, de M. Jordan.

SÉANCE DU 20 JUILLET 1898.

PRÉSIDENCE DE M. LECORNU.

Communications :

M. Bioche : *Sur les surfaces réglées qui admettent comme lignes asymptotiques un certain nombre de cubiques gauches.*

M. Ripert : *Sur la sphère des douze points d'un tétraèdre.*

M. Duporcq : *Sur les fonctions de trois variables représentables par un abaque à alignements.*

M. Lecornu : *Sur l'équilibre d'élasticité d'un bandage pneumatique.*

M. Dumont adresse la Communication suivante :

Sur les surfaces réglées du troisième ordre à un seul côté.

Les surfaces réglées du troisième ordre, possédant deux directrices, lesquelles sont les transformations homographiques de la surface $zx^2 = y^2$, sont citées comme l'exemple le plus simple de surfaces algébriques à un seul côté (*voir* Darboux, *Théorie des surfaces,* t. I; note de la page 361).

Il est intéressant de savoir si cette propriété est un nouveau caractère distinctif entre ces surfaces et la surface du troisième ordre de Cayley.

Or, il en est effectivement ainsi. En appliquant, en effet, les formules données récemment dans le *Bulletin de la Société mathématique* (Delaunay, *Sur les surfaces à un seul côté*) à la surface $x(x^2 + yz) + y^2 = 0$, on trouve que, ni en supposant deux ou une des trois fonctions f, F, φ ayant k pour période, ni en ne faisant aucune restriction, on ne peut satisfaire aux quatre identités traduisant la condition géométrique que la surface soit à un seul côté.

Ce résultat est confirmé par l'examen direct du mouvement de la génératrice sur la surface considérée. Soient la section hyperbolique $x = \alpha$, IK la génératrice, I étant son point d'intersection avec la directrice double, K son point situé sur cette hyperbole, et P un point de IK pris à une distance fixe de I. Les positions de IK sont déterminées par le coefficient angulaire m du plan $y = mx$ qui les contient. Or, si l'on fait varier m de $-\infty$ à $+\infty$, on voit que le segment IP coïncide avec sa position initiale lorsque la génératrice a décrit une fois la surface.

La propriété signalée pour les surfaces à deux directrices est donc bien un nouveau caractère qui les distingue des surfaces sans directrice rectiligne simple.