SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 47 (1919), p. 1-50 (supplément spécial)

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1919__47__v1_0>

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.

ÉTAT
DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
AU COMMENCEMENT DE L'ANNÉE 1919 (1).

Membres honoraires du Bureau....	MM. APPELL. DEMOULIN. DERUYTS. HADAMARD. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. HUMBERT. KŒNIGS. JORDAN. LECORNU. MITTAG-LEFFLER. NEUBERG. PAINLEVÉ. PICARD. VALLÉE POUSSIN (DE LA) VOLTERRA. ZEUTHEN.

Président..........................	MM. LEBESGUE.
Vice-Présidents..................	BOULANGER. CAHEN. DRACH. SERVANT.
Secrétaires........................	P. LÉVY. MONTEL.
Vice-Secrétaires..................	THYBAUT. TRESSE.
Archiviste.........................	FATOU.
Trésorier..........................	MALUSKI.
Membres du Conseil (2)..........	AURIC, 1922. BIOCHE, 1921. BOREL, 1921. BRICARD, 1922. CARVALLO, 1920. FONTENÉ, 1921. FOUCHÉ, 1920. FOURET, 1921. GOURSAT, 1920. LÉVY (A.), 1922. MAILLET, 1922. QUIQUET, 1920.

(1) MM. les Membres de la Société sont instamment priés d'adresser au Secrétariat les rectifications qu'il y aurait lieu de faire à cette liste.

(2) La date qui suit le nom d'un membre du Conseil indique l'année au commencement de laquelle expire le mandat de ce membre.

En raison de l'état de guerre actuel, le Conseil de la Société mathématique de France a décidé de suspendre les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies; en conséquence, les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous (1) :

Date de l'admission.

1872. **ACHARD**, ancien directeur de la Compagnie d'assurances sur la vie *La Foncière*, rue de la Terrasse, 6 *bis*, à Paris (17e).
1900. **ADHÉMAR** (vicomte Robert D'), professeur à la Faculté libre des Sciences, place de Genevières, 14, à Lille (Nord).
1919. **ALMÉRAS**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1896. **ANDOYER**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, rue du Val-de-Grâce, 11, à Paris (5e).
1894. **ANDRADE**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Villars, 3, à Besançon.
1918. **ANGELESCO**, professeur à l'Université de Chij (Roumanie).
1919. **ANTOINE**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Strasbourg (Bas-Rhin).
1879. **APPELL**, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences et professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, rue du Bac, 32, à Paris (7e).
1910. **ARCHIBALD** (R.-C.), professeur à Brown-Université, Providence, Rhode Island (États-Unis).
1919. **ARNOU**, ingénieur, rue de Provence, 126, à Paris (9e).
1900. **AURIC**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, rue du Val-de-Grâce, 2, à Paris (5e).
1919. **BACHELIER**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Besançon (Doubs).
1919. **BAILLAUD**, membre de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Paris.
1900. **BAIRE**, professeur à la Faculté des Sciences, 24, rue Audra, à Dijon.
1896. **BAKER**, professeur à l'Université de Toronto (Canada).
1917. **BARRAU** (J.-A.), professeur à l'Université, à Groningen (Hollande).
1905. **BARRÉ**, chef de bataillon du génie, docteur ès sciences mathématiques, rue Lhomond, 10, à Paris (5e).
1918. **BARRIOL** (A.), directeur des Services de la comptabilité aux chemins de fer du P.-L.-M., rue Saint-Lazare, 88, à Paris (9e). S. P. (2)
1919. **BÉGHIN**, professeur à l'École Navale, boulevard Gambetta, 36, à Brest (Finistère).
1919. **BÉNÉZÉ**, licencié ès sciences, rue d'Ulm, 45, à Paris (5e).
1891. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, avenue de Wagram, 167, à Paris (17e). S. P.
1910. **BERTRAND** (G.), astronome à l'Observatoire d'Abbadia, par Hendaye (Basses-Pyrénées).
1913. **BILIMOVITCH**, privat-dozent à l'Université de Kiew, rue Stanislas, 14, à Paris (6e).
1888. **BIOCHE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Notre-Dame-des-Champs, 56, à Paris (6e). S. P.
1919. **BLONDEL** (Ch.), professeur de philosophie à l'Université, quai des Pêcheurs, 7, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1891. **BLUTEL**, inspecteur général de l'Instruction publique, rue Denfert-Rochereau, 110, à Paris (14e).
1902. **BOBERIL** (comte Roger DU), rue d'Antibes, 114, à Cannes (Alpes-Maritimes). S. P.

(1) La liste qui suit donne les noms des membres de la Société à la fin de l'année 1919.
(2) Les initiales S. P. indiquent les Sociétaires perpétuels.

Date de l'admission.

1907. **BOITEL DE DIENVAL**, ancien élève de l'École Polytechnique, au château de Valsery, à Cœuvres (Aisne). S. P.

1892. **BONAPARTE** (prince), membre de l'Institut, avenue d'Iéna, 10, à Paris (16^e).

1895. **BOREL** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, sous-directeur de l'École Normale, rue d'Ulm, 45, à Paris (5^e). S. P.

1913. **BORTOLOTTI** (E.), professeur à l'Université de Modène, via Maggiore, 18, à Bologne (Italie).

1919. **BOSLER**, docteur ès sciences, à l'Observatoire de Meudon (Seine).

1909. **BOULAD** (F.), ingénieur au service des ponts des chemins de fer de l'État égyptien, au Caire (Égypte).

1896. **BOULANGER**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur et examinateur d'admission à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 30, à Paris (5^e).

1913. **BOULIGAND**, docteur ès sciences, professeur au lycée de Rennes (Ille-et-Vilaine).

1896. **BOURGET** (H.), directeur de l'Observatoire, à Marseille.

1903. **BOUTIN**, rue Lavieuville, 26, à Paris (18^e).

1904. **BOUTROUX** (P.), professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers. S. P.

1911. **BRATU**, professeur à l'Université stradela Goliei, 8, à Jassy (Roumanie).

1897. **BRICARD**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Denfert-Rochereau, 108, à Paris (14^e).

1919. **BRILLOUIN**, professeur au Collège de France, boulevard Port-Royal, 31, à Paris (13^e).

1919. **BRICE**, président de la Chambre syndicale des constructeurs en ciment armé, place Paul-Verlaine, 3, à Paris (13^e).

1873. **BROCARD**, lieutenant-colonel du génie territorial, rue des Ducs-de-Bar, 75, à Bar-le-Duc. S. P.

1912. **BROWNE**, Grange Mockler, à Carrick-on-Suir (comté de Tipperary, Irlande).

1901. **BUHL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Coffres, 11, à Toulouse.

1894. **CAHEN**, rue Cortambert, 46, à Paris (16^e).

1893. **CALDARERA**, ancien professeur à l'Université de Palerme, via Umberto I, 65, à Catania (Italie).

1917. **CANDÈZE**, lieutenant-colonel, place du Square, 13, à Aurillac (Cantal).

1885. **CARON**, chef honoraire des travaux graphiques à la Sorbonne, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5^e).

1892. **CARONNET**, docteur ès sciences mathématiques, avenue Niel, 15, à Paris (17^e).

1919. **CARPENTIER**, membre de l'Institut, rue Guynemer, 34, à Paris (6^e).

1919. **CARRUS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Michelet, 66, à Alger.

1896. **CARTAN**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue de Montespan, 4, au Chesnay (Seine-et-Oise).

1887. **CARVALLO**, directeur des études à l'École Polytechnique, rue Descartes, 21, à Paris (5^e). S. P.

1919. **CASABONNE**, professeur au lycée Henry IV, rue Censier, 26, à Paris (5^e).

1890. **CEDERCREUTZ** (baronne Nanny), Unionsgatan, 4, à Helsingfors (Finlande).

1919. **CERF**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, rue du Nord, à Dijon (Côte-d'Or).

1911. **CHALORY**, professeur au lycée Carnot, 38, rue de Vaugirard, à Paris (6^e).

1919. **CHANDON** (M^{me}), aide-astronome à l'Observatoire, avenue de l'Observatoire, à Paris (14^e).

1919. **CHAPELON**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille, répétiteur à à l'École Polytechnique, boulevard Morland, 2, à Paris (4^e).

Date de admission.

1919. **CHARBONNIER**, ingénieur-général d'artillerie navale, avenue Octave-Gréard, 3, à Paris (15^e).
1896. **CHARVE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, villa Gambie, 23, rue Va-à-la-Mer, à Marseille.
1911. **CHATELET**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Caumartin, 78, à Lille (Nord).
1907. **CHAZY**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1919. **CHILOWSKY**, rue du Lunain, 15, à Paris (14^e).
1913. **COBLYN**, capitaine du génie, rue des Vignes, 34, à Paris (16^e).
1919. **COLLIN**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6^e).
1915. **CONSTANTINIDÈS**, professeur au Gymnase de Phodos (Grèce).
1896. **COSSERAT** (E.), directeur de l'Observatoire, à Toulouse.
1900. **COTTON** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, à Grenoble. S. P.
1919. **COUSIN**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).
1914. **CRELIER**, professeur à l'Université de Berne, à Bienne (Suisse).
1904. **CURTISS**, professeur à l'Université Northwestern, Milburn Street, 720, à Evanston (Illinois, États-Unis).
1919. **DAIN**, ingénieur, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17^e).
1919. **DANJOY**, ingénieur des constructions civiles, rue de Villersexel, 9, à Paris (7^e).
1919. **DARMOIS**, chargé de cours à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1885. **DAUTHEVILLE**, doyen de la Faculté des Sciences, cours Gambetta, 27 *bis*, à Montpellier.
1919. **DAUTRY**, ingénieur en chef à la Compagnie des chemins de fer du Nord, rue Jacob, 4, à Paris (6^e).
1901. **DELASSUS**, professeur de Mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences, rue de Brach, 92, à Bordeaux.
1895. **DELAUNAY** (N.), professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).
1919. **DELTHEIL**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Toulouse (Haute-Garonne).
1913. **DELVILLE** (L.), ingénieur, rue de Tournon, 14, à Paris (6^e).
1892. **DEMOULIN** (Alph.), professeur à l'Université, rue Joseph-Plateau, 10, à Gand (Belgique).
1905. **DENJOY**, professeur à l'Université Stationstraat, 12 *bis*, à Utrecht (Hollande).
1883. **DERUYTS**, professeur à l'Université, rue Louvrex, 37, à Liége (Belgique).
1894. **DESAINT**, docteur ès sciences, boulevard Gouvion-Saint-Cyr, 47, à Paris (17^e).
1900. **DICKSTEIN**, Marszatkowska, 117, à Varsovie.
1914. **DONDER** (J. DE), rue Forestière, 11, à Bruxelles (Belgique).
1899. **DRACH**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 53, à Paris (5^e).
1909. **DRURY**, bibliothécaire de l'Université, University Station, Urbana (Illinois, États-Unis).
1907. **DULAC**, professeur à la Faculté des Sciences, quai des Brotteaux, 4, à Lyon.
1896. **DUMAS** (G.), docteur de l'Université de Paris, professeur à l'Université, Cabrières, avenue Mont-Charmant, à Béthusy-Lausanne (Suisse).
1897. **DUMONT**, professeur au lycée, avenue Bouvard, 6, à Annecy (Haute-Savoie).
1902. **EGOROFF** (Dimitry), professeur à l'Université, Povarskaya, Borissoglebsky per., n° 8, à Moscou (Russie).
1915. **ESCLANGON**, directeur de l'Observatoire de Strasbourg (Bas-Rhin).
1912. **EISENHARDT** (L.-P.), professeur à l'Université de Princeton, Alexander Street, 22 à Princeton (New-Jersey, États-Unis).
1916. **ELCUS**, banquier, rue du Colisée, 36, à Paris (8^e). S. P.

Date de l'admission.

1919. **EMERY**, colonel d'artillerie, président de la Commission des poudres de guerre et de la Commission d'expériences de Versailles, rue de Rémusat, 23, à Paris (16°).
1900. **ESTANAVE**, docteur ès sciences, secrétaire de la Faculté des Sciences de Marseille.
1907. **ETZEL**, professeur de mathématiques et d'astronomie au collège de Saint-Thomas, à Saint-Paul (Minnesota, États-Unis).
1896. **EUVERTE**, ancien élève de l'École Polytechnique, ancien capitaine d'artillerie, rue du Pré-aux-Clercs, 18, à Paris (7°).
1888. **FABRY**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Chaptal, 17, à Montpellier.
1906. **FARAGGI**, professeur au lycée, avenue Mirabeau, 7, à Nice (Alpes-Maritimes).
1904. **FATOU**, docteur ès sciences, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard du Montparnasse, 172, à Paris (14°).
1891. **FAUQUEMBERGUE**, rue de Honga, 14, à Mont-de-Marsan (Landes).
1892. **FEHR** (Henri), professeur à l'Université, route de Florissant, 110, à Genève (Suisse).
1885. **FIELDS** (J.), professeur à l'Université, Toronto (Ontario, Canada).
1919. **FLAMANT**, agrégé de mathématiques, rue d'Ulm, 45, à Paris (5°).
1881. **FLOQUET**, doyen de la Faculté des Sciences, rue de la Commanderie, 21, à Nancy.
1872. **FLYE SAINTE-MARIE**, chef d'escadron d'artillerie en retraite, ancien répétiteur à l'École Polytechnique, place Royer-Collard, à Vitry-le-François (Marne).
1897. **FONTENÉ**, inspecteur de l'Académie de Paris, rue Le Goff, 7, à Paris (5°).
1903. **FORD** (Walter B.), professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1919. **FORGERON**, actuaire de la Compagnie le Soleil, rue Maublan, 18, à Paris (15°).
1889. **FOUCHÉ**, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Soufflot, 5, à Paris (5°).
1905. **FOUËT**, professeur à l'Institut catholique, rue Le Verrier, 17, à Paris (6°).
1872. **FOURET**, ancien examinateur d'admission à l'École Polytechnique, avenue Carnot, 4, à Paris (17°). S. P.
1903. **FRAISSÉ**, inspecteur des études au Prytanée, à La Flèche (Sarthe).
1911. **FRÉCHET**, professeur à la Faculté des Sciences, 2, quai Jacoutot, Robertsau, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1903. **FUETER**, ancien président de la Société mathématique suisse, ancien professeur à l'Université de Bâle, professeur à l'Université, Friedrichsplatz, 9^{III}, à Karlsruhe (Allemagne).
1911. **GALBRUN**, docteur ès sciences, avenue Émile-Deschanel, 14, à Paris (7°).
1900. **GALDEANO** (Z.-G. de), correspondant des Académies royales des Sciences de Madrid et de Lisbonne, professeur à l'Université, Calle del Coso, 99, à Saragosse (Espagne).
1919. **GAMBIER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Fougères, 23, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1906. **GARGAM DE MONCETZ**, licencié ès sciences, rue de Villiers, 42, à Levallois-Perret (Seine).
1872. **GARIEL**, inspecteur général des ponts et chaussées en retraite, professeur honoraire à la Faculté de Médecine, rue Édouard-Detaille, 6, à Paris (17°).
1908. **GARNIER**, professeur à la Faculté des Sciences, à Poitiers.
1919. **GARNIER**, ingénieur en chef d'artillerie navale, rue Valentin-Haüy, 10, à Paris (15°).
1911. **GAU**, professeur à la Faculté des Sciences, cours Saint-André, 116, à Grenoble.
1919. **GEARY** (R.-C.), maître ès sciences de l'Université nationale d'Irlande, rue du Renard, 37, à Paris (4°).
1890. **GEBBIA**, professeur libre à l'Université, à Palerme (Italie).
1906. **GÉRARDIN**, quai Claude-le-Lorrain, 32, à Nancy.

Date de l'admission.

1897. **GERRANS**, professeur à Worcester College, Saint-John street, 20, à Oxford (Grande-Bretagne).
1913. **GIRAUD**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Clermond-Ferrand, La Terrasse-Fontmaure, à Chamalières (Puy-de-Dôme).
1917. **GLOBA-MIKHAÏLENKO**, docteur ès sciences, avenue des Gobelins, 10 *bis*, à Paris (5ᵉ).
1913. **GODEAUX**, à Mohanurelz (Belgique).
1903. **GODEY**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue du Bois-de-Boulogne, 7, à Paris (16ᵉ).
1914. **GOLOUBEFF** (W.), agrégé de l'Université, rue Stanislas, 14, à Paris (6ᵉ).
1907. **GOT** (Th.), docteur ès sciences, directeur technique de la Maison Niclausse, rue du Dragon, 3, à Paris (6ᵉ).
1881. **GOURSAT**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, répétiteur à l'École Polytechnique, rue de Navarre, 11 *bis*, à Paris (5ᵉ). S. P.
1896. **GRÉVY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5ᵉ).
1919. **GROS**, ingénieur, rue Cambon, 37, à Paris (9ᵉ).
1899. **GUADET**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de l'Université, 69, à Paris (7ᵉ).
1906. **GUERBY**, professeur au collège Stanislas, rue d'Assas, 50, à Paris (6ᵉ). S. P.
1919. **GUÉRIN**, administrateur délégué de l'Électro-entreprise, rue de la Bienfaisance, à Paris (8ᵉ).
1900. **GUICHARD** (C.), professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Fontaine, 19, à Paris (16ᵉ).
1907. **GUICHARD** (L.), professeur de mathématiques au collège de Barbezieux (Charente).
1919. **GUILLAUME**, ingénieur à la Compagnie des chemins de fer du Nord, à Valenciennes (Nord).
1919. **HAAG**, professeur à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1896. **HADAMARD**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France et à l'École Polytechnique, rue Humboldt, 25, à Paris (14ᵉ). S. P.
1894. **HALSTED** (G.-B.), Colorado State Teachere College, à Greeley (Colorado, États-Unis). S. P.
1901. **HANCOCK**, professeur à l'Université de Cincinnati, Auburn Hotel (Ohio, États-Unis).
1909. **HANSEN**, privat-docent à l'Université, Strandboulevarden, 66, Copenhague (Danemark).
1872. **HATON DE LA GOUPILLIÈRE**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur honoraire de l'École des Mines, rue de Vaugirard, 56, à Paris (6ᵉ). S. P.
1905. **HEDRICK**, professeur à l'Université, Hicks Avenue, 304, à Columbia (Missouri, États-Unis).
1919. **HELBRONNER**, docteur ès scienses, avenue Kléber, 46, à Paris (16ᵉ).
1892. **HERMANN**, libraire-éditeur, rue de la Sorbonne, 8, à Paris (5ᵉ).
1911. **HIERHOLTZ**, professeur, avenue de Belmont, 28, à Montreux (Suisse).
1911. **HOLMGREN**, professeur à l'Université d'Upsal, à l'Observatoire, à Upsal (Suède).
1895. **HOTT** (S.), professeur à l'École Sᵗᵉ-Croix de Neuilly, boulevard Pereire, 218 *bis*, à Paris (17ᵉ). S. P.
1918. **HUBER** (M.), sous-directeur de la Statistique générale de la France au Ministère du Travail et de la Prévoyance sociale, quai d'Orsay, 97, à Paris (7ᵉ).
1880. **HUMBERT**, membre de l'Institut, ingénieur en chef des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Bonaparte, 30, à Paris (6ᵉ).
1918. **HUMBERT** (P.), maître de conférences à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).

Date de l'admission.

1907. **HUSSON**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Isabey, 107 *bis*, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1919. **ILIOVICI**, professeur au lycée Michelet, rue de Vaugirard, 225, à Paris (15e).
1881. **IMBER**, ancien directeur des études à l'École Centrale, ancien membre du Conseil de l'École Centrale, place Voltaire, 2, à Paris (11e).
1896. **JACQUET** (E.), professeur au lycée Henri IV, rue Notre-Dame-des-Champs, 76, à Paris (6e).
1914. **JAGER** (F.), docteur ès sciences et en droit à Elvange, près Faulquemont (Moselle).
1919. **JANET** (M.), maître de conférences à la Faculté des Sciences de Grenoble (Isère).
1903. **JENSEN** (J.-L.-W.-V.), ingénieur en chef des téléphones, Amicisvej, 16, à Copenhague V. (Danemark).
1872. **JORDAN**, membre de l'Institut, professeur honoraire à l'École Polytechnique et au Collège de France, rue de Varenne, 46, à Paris (7e). S. P.
1919. **JOUGUET**, ingénieur en chef des mines, répétiteur à l'École Polytechnique.
1919. **JULIA**, docteur ès sciences, boulevard de Courcelles, 22, à Paris (17e).
1919. **JUVET**, licencié ès sciences, rue Belloni, 2, à Paris (15e).
1916. **KAMPÉ DE FÉRIET**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1913. **KASNER** (E.), professeur à l'Université Columbia, à New-York (États-Unis).
1913. **KIVELIOVITCH**, licencié ès sciences, rue Laromiguière, 6, à Paris (5e).
1880. **KŒNIGS**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, examinateur d'admission à l'École Polytechnique, rue du Faubourg-Saint-Jacques, 77, à Paris (14e).
1913. **KOSTITZIN** (V.), avenue Villemin, 32, à Paris.
1907. **KRYLOFF**, ingénieur des mines, professeur d'analyse à l'École supérieure des Mines de Petrograd, à Ouezd-Radomysl, Gitomirska Chaussée, Station Nebylitza, village Kolganowka, gouvernement de Kiew (Russie).
1919. **LABROUSSE**, professeur au lycée Buffon, boulevard Pasteur, 16, à Paris (15e).
1873. **LAISANT**, docteur ès sciences, répétiteur et examinateur à l'École Polytechnique, rue du Conseil, 5, à Asnières (Seine).
1906. **LALESCO**, professeur à l'Université, str. Seaune, 19, à Bucarest.
1919. **LAMBERT**, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard Arago, 99, à Paris (14e).
1893. **LANCELIN**, astronome adjoint à l'Observatoire, rue Boissonnade, 3, à Paris (14e).
1919. **LANGEVIN**, professeur au Collège de France, rue Larrey, 11, à Paris (5e)
1919. **LAPOINTE**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Sophie-Germain, 3, Paris (14e).
1896. **LAROZE**, ingénieur des télégraphes, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Froidevaux, 8, à Paris (14e).
1896. **LEAU**, professeur à la Faculté des Sciences, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1896. **LEBEL**, professeur au lycée, rue Pelletier-de-Chambrun, 12, à Dijon.
1902. **LEBESGUE**, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, rue Saint-Sabin, 35 *bis*, à Paris (11e).
1903. **LEBEUF**, directeur de l'Observatoire, professeur d'astronomie à l'Université, à Besançon.
1919. **LEBLANC** (M.), ingénieur, membre de l'Institut, boulevard de Montmorency, 1, à Paris (16e).
1919. **LECONTE**, inspecteur de l'Académie, boulevard Saint-Germain, 78, à Paris (5e).
1893. **LECORNU**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 3, à Paris (5e).

Date de admission.

1919. **LEFEBVRE** (Ch.), ingénieur des constructions civiles, boulevard Haussmann, 157, à Paris (8e).
1918. **LEFSCHETZ**, ingénieur E. C. P., professeur assistant de mathématiques à l'Université de Kansas, Missouri St. 937, à Lawrence (Kansas, Etats-Unis).
1895. **LÉMERAY**, licencié ès sciences mathématiques et physiques, ingénieur civil du génie maritime, villa Meissonier, à Antibes (Alpes-Maritimes).
1895. **LE ROUX**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Châteaudun, 13, à Rennes.
1898. **LE ROY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Cassette, 27, à Paris (6e).
1900. **LEVI CIVITA** (T.), professeur à l'Université, via Altinate, 14, à Padoue (Italie).
1907. **LESCOURGUES**, professeur au lycée Henri IV, rue Jean-Bart, 4, à Paris (6e).
1909. **LÉVY** (Albert), professeur au lycée Saint-Louis, rue de Rennes, 86, à Paris (6e).
1907. **LÉVY** (Paul), ingénieur des mines, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, rue Chernoviz, 9, à Paris (16e). S. P.
1898. **LINDELÖF** (Ernst), professeur à l'Université, Sandvikskajen, 15, à Helsingfors (Finlande).
1886. **LIOUVILLE**, ingénieur en chef des poudres, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, à Maure (Ille-et-Vilaine).
1919. **LOISEAU**, ingénieur à la Compagnie des chemins de fer du Nord, à Cambrai (Nord).
1912. **LOVETT** (E.-O.), Rice Institute, à Houston (Texas, États-Unis).
1902. **LUCAS-GIRARDVILLE**, à la Manufacture de l'État, à Tonneins.
1902. **LUCAS DE PESLOUAN**, ancien élève de l'École Polytechnique, avenue Rapp, 41, à Paris (7e).
1913. **LUSIN**, professeur adjoint à l'Université de Moscou (Russie).
1895. **MAILLET**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue de Fontenay, 11, à Bourg-la-Reine (Seine). S. P.
1905. **MALUSKI**, proviseur du lycée Lakanal, rue Houdan, 3, à Sceaux (Seine).
1919. **MARCHAND**, professeur au lycée, rue Henri-René, à Montpellier (Hérault).
1906. **MARCUS**, agrégé de l'Université, rue Frédéric-Passy, 15, à Neuilly (Seine).
1919. **MARIJOU**, inspecteur général de l'Instruction publique, avenue Félix-Faure, 37, à Paris (15e).
1919. **MAROGER**, professeur au lycée de Marseille (Bouches-du-Rhône).
1904. **MAROTTE**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Reuilly, 35 *bis*, à Paris (12e).
1884. **MARTIN** (Artemas), Columbia Street 1352, N. W., à Washington D. C. (États-Unis).
1919. **MASSON** (Mlle), docteur ès sciences, rue de la Tour, 123, à Paris (16e).
1919. **MATANOVITCH**, ingénieur E. C. P., rue Damrémont, 8, à Paris (18e).
1889. **MENDIZABAL TAMBOREL** (DE), membre de la Société de Géographie de Mexico, calle de Jesus, 13, à Mexico (Mexique). S. P.
1884. **MERCEREAU**, licencié ès sciences, docteur en médecine, rue de l'Université, 191, à Paris (7e). S. P.
1919. **MÉRIEUX**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1902. **MERLIN** (Émile), chargé des cours d'astronomie mathématique et de géodésie à l'Université, rue d'Ostende, 11, à Gand (Belgique).
1919. **MESNAGER**, professeur à l'Ecole des Ponts et Chaussées, rue de Rivoli, à Paris (4e) S. P.
1919. **MÉTRAL**, professeur au lycée de Brest (Finistère).
1904. **METZLER**, professeur à l'Université, à Syracuse (État de New-York).
1919. **MEYER** (F.), professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1909. **MICHEL** (Charles), professeur au lycée Saint-Louis, rue Sarrette, 14, à Paris (14e).
1893. **MICHEL** (François), ingénieur, licencié ès sciences, chef du service des parcours de la Compagnie des chemins de fer du Nord, faubourg Saint-Denis, 210, à Paris (10e).

Date de admission.

1873. **MITTAG-LEFFLER**, professeur à l'Université, à Djursholm-Stockholm (Suède).
1907. **MONTEL**, chargé de conférences à la Faculté des Sciences, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, boulevard de Vaugirard, 57, à Paris (15e).
1898. **MONTESSUS DE BALLORE** (vicomte Robert DE), professeur à la Faculté libre des Sciences, boulevard Bigo-Danel, 15, à Lille (Nord).
1911. **MOORE** (Ch.-N.), professeur assistant à l'Université de Cincinnati (États-Unis).
1919. **MUXART**, professeur au lycée Montaigne, rue Gay-Lussac, 68, à Paris (5e).
1918. **NÉCULCÉA**. professeur à l'Université de Jassy (Roumanie).
1909. **NEOVIUS**, ancien professeur à l'Université d'Helsingfors, Chr Vinthersvei 3¹, à Copenhague (Danemark).
1885. **NEUBERG**, professeur à l'Université, rue Sclessin, 6, à Liége (Belgique).
1897. **NICOLLIER**, professeur, la Chataigneraie, à Saint-Clarens (Vaud, Suisse).
1919. **NÖRLUND** (E), professeur à l'Université de Lund (Suède).
1882. **OCAGNE** (M. D'), ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'École Polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées, rue La Boëtie, 30, à Paris (8e). S. P.
1905. **OUIVET**, professeur au lycée du Parc, à Lyon (Rhône).
1873. **OVIDIO** (E. D'), sénateur, professeur à l'Université, via Sebastiano Valfré, 14, à Turin (Italie).
1893. **PAINLEVÉ**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, rue Séguier, 18, à Paris (6e).
1912. **PANGE** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue François Ier, 32, à Paris (8e). S. P.
1888. **PAPELIER**, professeur au lycée, rue Notre-Dame-de-Recouvrance, 29, à Orléans.
1919. **PARODI** (H.), ingénieur en chef à la Compagnie des chemins de fer d'Orléans, quai d'Orsay, 141, à Paris (15e).
1917. **PASQUIER** (DU), professeur à l'Université, rue de la Côte, 106A, à Neufchâtel (Suisse).
1881. **PELLET**, professeur à la Faculté des Sciences, boulevard Gergovia, 77, à Clermont-Ferrand.
1914. **PÉRÈS**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, rue du Maréchal-Pétain, 11, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1881. **PEROTT** (Joseph), Université Clark, à Worcester (Massachusetts, États-Unis). S. P.
1892. **PERRIN** (Élie), professeur de mathématiques à l'École J.-B. Say, rue de la Convention, 85, à Paris (15e).
1896. **PETROVITCH**, professeur à l'Université, Kasanció-Venac, 26, à Belgrade (Serbie).
1902. **PETROVITCH** (S.), général major, professeur ordinaire à l'Académie d'artillerie Michel, Sergevskaïa, 42, log. 10, à Pétrograde (Russie).
1887. **PEZZO** (DEL), professeur à l'Université, piazza San Domenico Maggiore, 9, à Naples (Italie).
1905. **PFEIFFER**, professeur à l'Université, Szaoudl Wladimirskaïa 45, log II. à Kiew (Russie).
1879. **PICARD** (Émile), secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Centrale des Arts et Manufactures, rue Joseph-Bara, 4, à Paris (6e).
1919. **PICART** (L.), directeur de l'Observatoire de Bordeaux, à Floirac (Gironde).
1872. **PICQUET**, chef de bataillon du génie en retraite, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue Monsieur-le-Prince, 4, à Paris (6e).
1913. **PODTIAGUINE** (N.), rue Stanislas, 14, à Paris (6e).

Date de l'admission.

1918. **POMPEIU**, professeur à l'Université de Bucarest (Roumanie).
1906. **POPOVICI**, professeur à la Faculté des Sciences de Jassy (Roumanie).
1894. **POTRON** (M.), docteur ès sciences, nouvelle école Sainte-Geneviève, rue de la Vieille-Eglise, 2, à Versailles (Seine-et-Oise).
1914. **POWALO-SCHWEIKOWSKI**, licencié ès sciences, rue Gazan, 5 *bis*, à Paris (14e).
1919. **PRADEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1919. **PRÉVOST**, ingénieur civil des mines, rue Huysmans, 6, à Paris (6e).
1896. **QUIQUET**, actuaire de la Compagnie *la Nationale*, boulevard Saint-Germain, 92, à Paris (5e).
1919. **RATEAU**, membre de l'Institut, avenue Elysée-Reclus, 10 *bis*, à Paris (7e).
1903. **RÉMOUNDOS**, professeur d'analyse supérieure à la Faculté des Sciences, rue Spyridion Tricoupis, 54, à Athènes (Grèce).
1919. **RENAUD**, professeur au Lycée, rue Dacier, 7, Angers (Maine-et-Loire).
1919. **RÉVEILLE**, répétiteur à l'Ecole Polytechnique, à Saint-Tropez (Var).
1903. **RICHARD**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au lycée, rue de Strasbourg, 100, à Châteauroux.
1919. **RICHARD** (E.), professeur au lycée Michelet, boulevard Lefebvre, 45, à Paris (15e).
1908. **RICHARD D'ABONCOURT** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue Nationale, 74, à Lille.
1908. **RISSER**, actuaire au Ministère du Travail, rue Sédillot, 5, à Paris (7e).
1919. **ROBERT**, professeur au lycée de Montpellier (Hérault).
1916. **ROBINSON** (L.-B.), 22nd street 306 E, à Baltimore (Maryland, États-Unis).
1903. **ROCHE**, agrégé de l'Université, docteur ès sciences, rue d'Assas, 76, à Paris (6e).
1896. **ROUGIER**, professeur au Lycée et à l'École des ingénieurs, rue Sylvabelle, 84, à Marseille.
1906. **ROUSIERS**, professeur au collège Stanislas, boulevard du Montparnasse, 62, à Paris (14e).
1911. **RUDNICKI**, licencié ès sciences, avenue Reille, 28, à Paris (14e).
1919. **SAKELLARION**, professeur à l'Université, rue Asklépion, 96, à Athènes (Grèce).
1900. **SALTYKOW**, professeur à l'Université, à Kharkow (Russie). S. P.
1919. **SARTRE**, agrégé de l'Université, rue de la Mauvendière, 32, à Limoges (Hte-Vienne).
1885. **SAUVAGE**, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.
1897. **SCHOU** (Erik), ingénieur, Thorvaldsinsi, 193, à Copenhague (Danemark).
1901. **SÉE** (Thomas-J.-J.), Observatory Mare Island (Californie).
1896. **SÉGUIER** (J.-A. DE), docteur ès sciences, rue du Bac, 114, à Paris (7e).
1882. **SÉLIVANOFF** (Démétrius), professeur à l'Université, Fontanka, 116, log. 16, à Pétrograde (Russie). S. P.
1900. **SERVANT**, chargé de conférences à la Sorbonne, à Bourg-la-Reine (Seine).
1908. **SHAW** (J.-B.), professeur à l'Université, West California, 901, Ave Urbana (Illinois, États-Unis).
1919. **SIMONIN**, astronome à l'Observatoire, av. du parc de Montsouris, 30, à Paris (14e).
1912. **SIRE**, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon (Rhône).
1916. **SOULA**, agrégé de l'Université, rue de la Bienfaisanee, 1, Nîmes (Gard).
1900. **SPARRE** (comte DE), doyen de la Faculté catholique des Sciences, avenue de la Bibliothèque, 7, à Lyon. S. P.
1909. **SPEISER** (Andreas), membre de la Société mathématique suisse, privat-docent à l'Université, Stephansplan, 7, à Strasbourg (Bas-Rhin).

Date
de
l'admission.

1912. **STECKER** (H.-F.), professeur de mathématiques, à Pensylvania State College, Miles St. 306 (Pensylvanie, États-Unis).
1918. **STOÏLOW** (S.), docteur ès sciences, Strada Unirei, 9, à Craïova (Roumanie).
1898. **STÖRMER**, professeur à l'Université, Cort Adelers gade, 12, à Christiania (Norvège).
1904. **SUDRIA**, directeur de l'École préparatoire à l'École supérieure d'Électricité, rue de Staël, 26, à Paris (14^e).
1904. **SUNDMAN**, professeur à l'Université, Observatoire astronomique, à Helsingfors (Finlande).
1913. **TAMARKINE**, répétiteur à l'École impériale des Ponts et Chaussées, rue Liteinaia, 45, App. 33, à Pétrograde (Russie).
1919. **THOISY** (DE), ingénieur. rue Vineuse, 20, à Paris (16^e).
1899. **THYBAUT**, professeur au lycée Henri IV, boulevard St-Germain, 50, à Paris (5^e).
1910. **TIMOCHENKO**, professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).
1913. **TINO** (O.), via Lagrange, 2, à Turin (Italie).
1919. **TISSIER**, agrégé de mathématiques, rue de l'Abbé-de-l'Épée, 3, à Paris (5^e).
1912. **TOUCHARD**, ingénieur des Arts et Manufactures, boulevard Haussmann, 150, à Paris (8^e).
1910. **TRAYNARD**, professeur à la Faculté des Sciences de Besançon. S. P.
1872. **TRESCA**, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite, rue du Général-Henrion-Berthier, 7, à Neuilly-sur-Seine (Seine).
1896. **TRESSE**, professeur au collège Rollin, rue Mizon, 6, à Paris (15^e).
1919. **TRIMBACH**, ingénieur, avenue du Roule, 97, à Neuilly (Seine).
1907. **TRIPIER** (H.), sous-directeur des études à l'École Centrale, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17^e).
1919. **TURMEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6^e).
1911. **TURRIÈRE**, docteur ès sciences, maitre de conférences à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).
1913. **VALIRON**, docteur ès sciences, professeur à la Faculté des Sciences, allée de la Robertsau, 52, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1893. **VALLÉE POUSSIN** (Ch.-J. DE LA), membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, professeur à l'Université, avenue des Alliés, 149, à Louvain (Belgique).
1904. **VANDEUREN**, professeur à l'École militaire, avenue Macan, 16, à Bruxelles.
1905. **VAN VLECK**, professeur de mathématiques, à l'Université, N. Pincknay St, 519, à Madison (Wisconsin, États-Unis).
1897. **VASSILAS-VITALIS** (J.), professeur à l'Ecole militaire supérieure, rue Epicure, 13, à Athènes (Grèce).
1898. **VASSILIEF**, membre du Conseil d'État, Vassili Ostrowligne 12, m^e 19, à Pétrograde (Russie).
1913. **VEBLEN** (O.), professeur à l'Université de Princeton (États-Unis).
1901. **VESSIOT**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue du Petit-Chambord, 44, à Bourg-la-Reine (Seine).
1911. **VILLAT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Maréchal-Pétain, 11, Strasbourg (Bas-Rhin).
1919. **VIMEUX**, agrégé de mathématiques, rue d'Ulm, 45, à Paris (5^e).
1919. **VOGT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Grand-Verger, 33, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1888. **VOLTERRA** (Vito), professeur à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome.

Date de l'admission.

1900. **VUIBERT**, éditeur, boulevard Saint-Germain, 63, à Paris (5e).
1919. **WAVRE**, licencié ès sciences, rue Corneille, 5, à Paris (6e).
1880. **WALCKENAER**, inspecteur général en chef des mines, boulevard St-Germain, 218, à Paris (7e).
1879. **WEILL**, directeur honoraire du collège Chaptal, boulevard Delessert, 23, à Paris (16e).
1919. **WEILL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1906. **WILSON** (E.-B.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).
1911. **WINTER**, avenue d'Iéna, 66, à Paris (16e).
1909. **WOODS** (F.-S.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).
1878. **WORMS DE ROMILLY**, inspecteur général des mines, en retraite, rue du Général-Langlois, 5, à Paris (16e).
1912. **YOUNG** (W.-H.), membre de la Société Royale de Londres, professeur à l'Université de Liverpool, villa Rodlinde, Épinettes, 22, à Lausanne (Suisse).
1903. **ZERVOS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Sozopoleos, 88, à Athènes (Grèce).
1881. **ZEUTHEN**, professeur à l'Université, Bulows, Vej. 24, à Copenhague (Danemark).
1898. **ZIWET**, professeur de mathématiques à l'Université Tappanavi, 644, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1909. **ZORETTI**, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences de Caen.

Membres décédés en 1918 ou 1919 : MM. **BREITLING, DEMARTRES, GAUTHIER-VILLARS, GRAMONT, KÉRAVAL, LATTÈS, STÉPHANOS, SYLOW.**

SOCIÉTAIRES PERPÉTUELS DÉCÉDÉS.

BENOIST. — BIENAYMÉ. — BISCHOFFSHEIM. — BORCHARDT. — BOURLET. — CANET. CHASLES. — CLAUDE-LAFONTAINE. — GAUTHIER-VILLARS. — HALPHEN. — HERMITE. HIRST. — LAFON DE LADÉBAT. — LÉAUTÉ. — MANNHEIM. — PERRIN (R.). — POINCARÉ. — DE POLIGNAC. — RAFFY. — SYLOW. — TANNERY (PAUL). — TCHEBICHEF. — VIELLARD.

LISTE

DES

PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

DEPUIS SA FONDATION.

	MM.
1873	CHASLES.
1874	LAFON DE LADÉBAT.
1875	BIENAYMÉ.
1876	DE LA GOURNERIE.
1877	MANNHEIM.
1878	DARBOUX.
1879	O. BONNET.
1880	JORDAN.
1881	LAGUERRE.
1882	HALPHEN.
1883	ROUCHÉ.
1884	PICARD.
1885	APPELL.
1886	POINCARÉ.
1887	FOURET.
1888	LAISANT.
1889	ANDRÉ (D.).
1890	HATON DE LA GOUPILLIERE.
1891	COLLIGNON.
1892	VICAIRE.
1893	HUMBERT.
1894	PICQUET.
1895	GOURSAT
1896	KŒNIGS.
	MM.
1897	PICARD.
1898	LECORNU.
1899	GUYOU.
1900	POINCARÉ.
1901	D'OCAGNE.
1902	RAFFY.
1903	PAINLEVÉ.
1904	CARVALLO.
1905	BOREL.
1906	HADAMARD.
1907	BLUTEL.
1908	PERRIN (R.).
1909	BIOCHE.
1910	BRICARD.
1911	LÉVY (L.).
1912	ANDOYER.
1913	COSSERAT (F.).
1914	VESSIOT.
1915	CARTAN.
1916	FOUCHÉ.
1917	GUICHARD.
1918	MAILLET.
1919	LEBESGUE.

Liste des Sociétés scientifiques et des Recueils périodiques avec lesquels la Société mathématique de France échange son Bulletin.

Amsterdam.......	Académie Royale des Sciences d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	Société mathématique d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	*Revue semestrielle des publications mathématiques.*	Pays-Bas.
Bâle.............	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.
Baltimore........	*American Journal of Mathematics.*	États-Unis.
Berlin............	Académie des Sciences de Berlin.	Allemagne.
Berlin............	*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.*	Allemagne.
Berlin............	*Journal für die reine und angewandte Mathematik.*	Allemagne.
Bologne..........	Académie des Sciences de Bologne.	Italie.
Bordeaux.........	Société des Sciences physiques et naturelles.	France.
Bruxelles.........	Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique.	Belgique.
Bruxelles.........	Société scientifique de Bruxelles.	Belgique.
Calcutta..........	Calcutta mathematical Society.	Inde anglaise.
Cambridge	Cambridge philosophical Society.	Grande-Bretagne.
Christiania.......	*Archiv for Mathematik og Naturvidenskab.*	Norvège.
Coïmbre.........	*Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto.*	Portugal.
Copenhague......	*Nyt Tidsskrift for Mathematik.*	Danemark.
Copenhague......	*Det Kongelige danske videnskabernes selskabs Skrifter.*	Danemark.
Cracovie..........	Académie des Sciences de Cracovie.	Autriche.
Delft.............	Académie technique.	Pays-Bas.
Édimbourg.......	Société Royale d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Édimbourg.......	Société mathématique d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Gand............	*Mathesis.*	Belgique.
Göttingen........	Société Royale des Sciences de Göttingen.	Allemagne.
Halifax....	Nova Scotian Institute of Science.	N^{lle}-Écosse (Canada)
Hambourg........	Société mathématique de Hambourg.	Allemagne.
Harlem...........	Société hollandaise des Sciences.	Hollande.
Helsingfors.......	Société des Sciences de Finlande.	Finlande.
Kansas...........	Université de Kansas.	États-Unis.
Kasan............	Société physico-mathématique.	Russie.
Kharkow.........	Annales de l'Université.	Russie.
Kharkow.........	Société mathématique de Kharkow.	Russie.
Leipzig...........	Société Royale des Sciences de Saxe.	Allemagne.
Leipzig...........	*Mathematische Annalen.*	Allemagne.
Leipzig...........	*Archiv der Mathematik und Physik.*	Allemagne.
Liége............	Société Royale des Sciences.	Belgique.
Livourne.........	*Periodico di Matematica.*	Italie.
Londres..........	Société astronomique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres..........	Société mathématique de Londres.	Grande-Bretagne.

Londres..........	Société Royale de Londres.	Grande-Bretagne
Luxembourg......	Institut grand ducal de Luxembourg.	Luxembourg.
Marseille.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Mexico...........	Sociedad cientifica *Antonio Alzate.*	Mexique.
Milan............	Institut Royal lombard des Sciences et Lettres.	Italie.
Moscou...........	Société mathématique de Moscou.	Russie.
Munich...........	Académie des Sciences de Munich.	Bavière.
Naples...........	Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples.	Italie.
New-Haven.......	Académie des Sciences et Arts du Connecticut.	États-Unis.
New-York........	American mathematical Society.	États-Unis.
Odessa...........	Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.	Russie.
Palerme..........	*Rendiconti del* Circolo matematico.	Italie.
Paris............	Académie des Sciences de Paris.	France.
Paris............	Association française pour l'avancement des Sciences.	France.
Paris............	Société philomathique de Paris.	France.
Paris............	*Bulletin des Sciences mathématiques.*	France.
Paris............	*Journal de l'École Polytechnique.*	France.
Paris............	Institut des Actuaires français.	France.
Paris............	*Intermédiaire des Mathématiciens.*	France.
Pétrograde.......	Académie Impériale des Sciences.	Russie.
Pise.............	École Royale Normale supérieure de Pise.	Italie.
Pise.............	Université Royale de Pise.	Italie.
Pise.............	*Il Nuovo Cimento.*	Italie.
Prague...........	Académie des Sciences de Bohême.	Tchéco-Slovaquie.
Prague...........	*Jednota českých mathematiců a fysiků.*	Tchéco-Slovaquie.
Prague...........	Société mathématique de Bohême.	Tchéco-Slovaquie.
Princeton........	*Annals of Mathematics.*	New-Jersey, États-Unis.
Rennes...........	*Travaux de l'Université.*	France.
Rome.............	Académie Royale des *Lincei.*	Italie.
Rome.............	Società italiana delle Scienze.	Italie.
Rome.............	Società per il progresso delle Scienze.	Italie.
Sophia...........	*Annuaire de l'Université de Sophia.*	Bulgarie.
Stockholm........	*Acta mathematica.*	Suède.
Stockholm........	*Archiv for Mathematik.*	Suède.
Stockholm........	*Bibliotheca mathematica.*	Suède.
Tokyo............	Mathematico-physical Society.	Japon.
Toulouse.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Turin............	Académie des Sciences.	Italie.
Upsal............	Société Royale des Sciences d'Upsal.	Suède.
Varsovie.........	Prace Matematyczno Fizyczne.	Pologne.
Venise...........	Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts.	Italie.
Vienne...........	Académie Impériale des Sciences de Vienne.	Autriche.
Vienne...........	*Monatshefte für Mathematik und Physik.*	Autriche.
Washington......	National Academy of Sciences.	États-Unis.
Zagreb (Agram)..	Académie Sud-Slave des Sciences et Beaux-Arts	Yougo-Slavie.
Zurich...........	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 9 JANVIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

La Société, réunie en Assemblée générale, procède au renouvellement de son Bureau et d'une partie du Conseil.

Communications :

M. Bioche : *Sur les triangles qui admettent les mêmes droites de Simson.*

Il est facile de construire tous les triangles qui admettent un même hypocycloïde à trois rebroussements comme enveloppe de leurs droites de Simson.

Ces triangles admettent tous pour cercle des neuf points le cercle tangent à l'hypocycloïde aux points, où celle-ci est recoupée par ses tangentes de rebroussement. Soient ω le point de concours des tangentes de rebroussement, R un des rebroussements et S le point où la tangente en R recoupe l'hypocycloïde. Si l'on prend sur le cercle de centre ω et de rayon ωS un point α, soient α' le point symétrique de α par rapport à ωR, et $\beta\gamma$ une droite parallèle à la bissextrice de l'angle R$\omega\alpha'$, les points α, β, γ, sont les milieux des côtés d'un triangle répondant à la question.

M. Paul Lévy : *Sur les fonctions de lignes implicites.*

Considérons deux fonctions $u(s)$ et $v(s)$ d'une variable s comprise entre o et 1, et supposons qu'il existe entre elles une correspondance telle que $v(s)$ soit parfaitement définie, lorsque $u(s)$ est donnée. Il est, en général, intéressant de savoir résoudre cette relation de correspondance par rapport à $u(s)$, et reconnaître si $u(s)$ dépend d'une manière uniforme de $v(s)$. Ce problème a été étudié par MM. E. Schmidt et Volterra au point de vue local, c'est-à-dire lorsqu'on suppose la fonction $v(s)$ différant assez peu d'une fonction particulière $v_0(s)$.

Il est intéressant de chercher à se débarrasser de cette restriction et à reconnaître, si l'inversion de la correspondance entre $u(s)$ et $v(s)$ est possible et uniforme, quel que soit $v(s)$.

La marche à suivre pour obtenir des résultats sur ce sujet nous est donnée par un Mémoire de M. Hadamard sur les transformations ponctuelles dans l'espace à n dimensions, publié en 1906 dans le *Bulletin* de la Société. Pour imiter plus facilement la méthode indiquée par cet auteur, nous conviendrons de représenter chaque fonction $u(s)$ par un point d'un espace idéal à une infinité de dimensions, et de définir la distance d entre les points qui correspondent à deux fonctions $u(s)$ et $U(s)$ par la formule

$$d^2 = \int_0^1 [U(s) - u(s)]^2 \, ds.$$

Deux fonctions, dont la distance est nulle, ne seront pas considérées comme distinctes.

Ceci posé, un ensemble de conditions suffisantes pour que la résolution, par rapport à $u(s)$, de la correspondance étudiée soit possible et uniforme quel que soit $v(s)$, est que :

1° $v(s)$ *dépende de* $u(s)$ *d'une manière continue et uniforme.*

2° *l'inversion soit possible et uniforme au point de vue local*, c'est-à-dire que, si elle est possible pour une fonction $v_0(s)$ correspondant à une fonction $u_0(s)$, une fonction $v(s)$ suffisamment peu différente de $v_0(s)$ correspondra toujours à une fonction $u(s)$ très peu différente de $u_0(s)$ et à une seule.

3° *il soit impossible que le point représentant la fonction* $u(s)$ *décrive un chemin de longueur infinie et que, pendant ce temps, le point représentant la fonction* $v(s)$ *décrive un chemin de longueur finie.*

Un exposé plus développé de ce théorème paraîtra dans le *Bulletin*.

SÉANCE DU 13 FÉVRIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections :

Est élu, à l'unanimité, membre de la Société, M. Prévost, présenté par MM. Hadamard et Humbert.

Communications :

M. Giraud : *Sur les substitutions linéaires qui changent en elle-même une forme quadratique donnée.*

Il existe certaines relations entre les multiplicateurs et les diviseurs élémentaires d'une substitution linéaire d'une part, et le nombre des carrés de chaque signe d'une forme quadratique de discriminant non nul, conservée par cette substitution d'autre part. On peut répartir ces multiplicateurs en systèmes de λ multiplicateurs, entraînant la présence de μ carrés d'un signe et ν carrés de l'autre signe, avec $\mu + \nu = \lambda$, l'effet d'un système de multiplicateurs n'étant modifié par la présence d'aucun autre système.

D'une façon plus précise, on sait que l'équation aux multiplicateurs est réciproque. Alors : 1° au couple formé d'un multiplicateur de valeur absolue autre que *un* et de son inverse, correspondent un carré positif et un négatif dans la forme donnée; ceci, que les multiplicateurs soient réels ou imaginaires, distincts ou confondus, et de quelque manière que, dans ce dernier cas, ils s'associent pour former des diviseurs élémentaires; 2° la présence de deux multiplicateurs imaginaires conjugués de valeur absolue *un*, répondant à des diviseurs élémentaires d'ordre *un*, entraîne la présence de deux carrés de même signe ; 3° la présence d'un multiplicateur égal à ± 1 correspondant à un diviseur élémentaire d'ordre impair $2p+1$, entraîne la présence de $p+1$ carrés d'un signe et p de l'autre ; 4° si un multiplicateur imaginaire de valeur absolue *un* correspond à un diviseur élémentaire d'ordre impair $2p+1$, il en est de même de son conjugué, et, à eux deux, ils entraînent la présence de $2p+2$ carrés d'un signe et $2p$ de l'autre; 5° un multiplicateur de valeur absolue égale à *un*, répondant à un diviseur élémentaire d'ordre pair $2p$, entraîne la présence d'un autre diviseur élémentaire de même ordre, dont le multiplicateur est le conjugué du précédent, même si ce dernier est ± 1 ; et, à eux deux, ces diviseurs entraînent la présence de $2p$ carrés de chaque signe. On peut ajouter que si un diviseur élémentaire d'ordre supérieur à *un* correspond à un multiplicateur de valeur absolue autre que *un*, un autre diviseur élémentaire de même ordre correspond au multiplicateur inverse; mais cela n'influe pas sur la répartition en carrés.

On a évidemment des propositions analogues pour les hermitiens, ces derniers, par les séparations des parties réelles et imaginaires des variables, devenant des formes quadratiques particulières. On trouvera facilement ces propositions.

A l'aide de ces remarques, on peut écrire sans tâtonnement toutes les formes canoniques des substitutions qui conservent une forme quadratique, ou un hermitien donné.

Ainsi, pour une forme quadratique à n carrés positifs et deux négatifs, on trouvera 3, 8, 9 ou 11 formes canoniques, selon que $n = 1$, 2 ou 3, ou que $n \geqq 4$. Si l'on désire que la transformation, qui met la substitution sous forme canonique, conserve la forme quadratique donnée, ces nombres doivent être remplacés par 3, 9, 10 ou 12. Dans cette évaluation, on ne se préoccupe pas des cas d'égalité entre multiplicateurs appartenant à des diviseurs différents, ni des petites distinctions tenant à la répartition des multiplicateurs $+1$ ou des multiplicateurs -1, qui donnent des diviseurs d'ordre *un*.

Pour un hermitien contenant n normes à coefficients positifs et une à coefficient négatif, on a seulement 3 ou 4 formes canoniques de substitutions, selon que $n = 1$ ou que $n \geqq 2$.

M. Auric : *Sur l'approximation d'une série convergente par son développement en fraction continue.*

On a souvent besoin, en Mécanique appliquée par exemple, de calculer la valeur approchée d'une série convergente, dont on ne connaît qu'un certain nombre de termes initiaux :

$$(1) \qquad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$$

Au lieu de ne conserver que les premiers termes de la série et de traiter celle-ci comme un polynome fini, il sera *presque toujours* préférable de transformer la série en fraction continue, en poussant le développement plus ou moins loin, suivant le degré d'approximation qu'on désire obtenir.

La substitution des réduites successives de la fraction continue aux polynomes de la série présente, en effet, un double avantage : d'abord, pour un même nombre de termes considérés, l'approximation réalisée est *en général* beaucoup plus grande avec les réduites qu'avec les polynomes correspondants; nous disons *en général* c'est-à-dire pour les séries qu'on rencontre habituellement dans la pratique; il existe assurément des séries pour lesquelles l'inverse a lieu; mais ce sont des séries qu'il faut, pour ainsi dire, imaginer spécialement en vue de cette convergence anormale.

Il semble bien que les différentes réduites, obtenues successivement dans le développement d'une fraction continue, constituent de véritables *progrès* ([1]) dans l'approximation de cette fraction, et qu'il y a toujours un sérieux avantage à envisager ces valeurs spéciales; au contraire, en limitant une série à un nombre fini de termes initiaux, on rompt brusquement la loi de formation des coefficients par l'annulation de tous ceux qui ne sont pas conservés, et cette façon de procéder doit sûrement conduire, en général, à une approximation beaucoup plus défectueuse; c'est précisément ce que l'on constate dans la plupart des applications numériques.

En second lieu, la forme algébrique sous laquelle se présentent les réduites est manifestement plus avantageuse au point de vue des calculs ultérieurs.

Ainsi, au lieu de la relation du second degré

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2,$$

qui peut donner naissance à des calculs de radicaux assez compliqués, lorsqu'on a besoin d'une très grande approximation, il est évidemment préférable d'avoir la relation linéaire plus simple

$$y = \frac{m_0 + m_1 x}{n_0 + n_1 x}$$

qui correspond à la première réduite; de même, à la place de la relation du quatrième degré

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$$

qui donne lieu à des équations dont la résolution est à peu près impossible en pratique, il est infiniment plus avantageux d'avoir la relation quadratique relativement simple

$$y = \frac{m_0 + m_1 x + m_2 x^2}{n_0 + n_1 x + n_2 x^2}$$

qui correspond à la troisième réduite.

Ces réflexions montrent clairement l'intérêt pratique qui s'attache à la transformation de la série taylorienne (1) en fraction continue; nous ne rappellerons pas les formules bien connues ([2]) utilisées dans cette transformation, et nous nous bornerons à donner ici l'expression des premières réduites qui sont seules susceptibles d'applications pratiques.

([1]) Expression due à Wronski.

([2]) *Voir* STIELTJES, *Recherches sur les fractions continues algébriques* (Mémoire couronné). — *Voir* aussi LAURENT, *Traité d'Analyse.*

On trouve aisément

$$(2)\qquad \frac{P_1}{Q_1}=\frac{a_0a_1+(a_1^2-a_0a_2)x}{a_1-a_2x}=a_0+\frac{a_1^2x}{a_1-a_2x},$$

$$(3)\qquad \frac{P_2}{Q_2}=\frac{a_0a_2+(a_1a_2-a_0a_3)x+(a_2^2-a_1a_3)x^2}{a_2-a_3x}$$

$$=a_0+a_1x+\frac{a_2^2x^2}{a_2-a_3x}.$$

$$(4)\qquad \frac{P_3}{Q_3}=\frac{a_0(a_1a_3-a_2^2)+\begin{vmatrix} 0 & a_0 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix}x+\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix}x^2}{a_1a_3-a_2^2+(a_2a_3-a_1a_4)x+(a_2a_4-a_3^2)x^2}$$

$$=a_0+\frac{a_1[a_1a_3-a_2^2+(a_2a_3-a_1a_4)x]x+a_2(a_1a_3-a_2^2)x^2}{a_1a_3-a_2^2+(a_2a_3-a_1a_4)x+(a_2a_4-a_3^2)x^2}$$

$$=a_0+a_1x+\frac{x^2[a_1(a_3^2-a_2a_4)+a_2(a_1a_3-a_2^2)]}{a_1a_3-a_2^2+a(a_2a_3-a_1a_4)+x^2(a_2a_4-a_3^2)}.$$

Applications. — Considérons, en premier lieu, la longueur L d'un arc de parabole suffisamment aplatie et comptée à partir du sommet. En appelant y, x, les coordonnées de l'extrémité de l'arc, rapportées à la tangente au sommet et à l'axe, on connaît le développement

$$(5)\qquad \frac{L}{x}=1+\frac{2}{3}\frac{y^2}{x^2}-\frac{2}{5}\frac{y^4}{x^4}+\frac{4}{7}\frac{y^6}{x^6}-\frac{10}{9}\frac{y^8}{x^8}+\ldots.$$

En s'arrêtant aux différentes réduites, on trouve

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{L}{x}=1+\frac{10y^2}{3(5x^2+3y^2)}, \qquad \frac{L}{x}=1+\frac{2y^2(35x^2+29y^2)}{15x^2(7x^2+10y^2)},\\ &\frac{L}{x}=1+\frac{14y^2(1305x^2+2242y^2)}{15(1827x^4+4235x^2y^2+975y^4)}.\end{aligned}\right.$$

Ces formules approchées pourront être de la plus grande utilité dans beaucoup d'applications, notamment dans la théorie des ponts suspendus, où les câbles affectent la forme d'un arc de parabole, sous l'action d'une charge uniformément répartie suivant l'horizontale.

Pour donner une idée de l'approximation qu'on peut obtenir avec nos formules, prenons la première réduite

$$\frac{L}{x}=1+\frac{10y^2}{3(5x^2+3y^2)}$$

et effectuons les calculs en considérant les surbaissements $\frac{y}{2x}$ habituellement employés dans les ponts suspendus (¹).

Surbaissements.	$\frac{L}{x}$ (valeur approchée).	$\frac{L}{x}$ (valeur exacte).
$\frac{1}{9}$	$1+\frac{40}{1251}=1,031974$	$1,031946$
$\frac{1}{10}$	$1+\frac{5}{192}=1,026041$	$1,026026$
$\frac{1}{11}$	$1+\frac{40}{1851}=1,021609$	$1,021601$
$\frac{1}{12}$	$1+\frac{10}{549}=1,018214$	$1,018210$

On voit que les valeurs approchées ont, suivant les cas, quatre ou cinq chiffres décimaux exacts, ce qui est en général largement suffisant; l'approximation serait évidemment encore plus satisfaisante avec les autres réduites.

Considérons, en second lieu, un arc de chaînette suffisamment aplatie et rapportée à sa tangente au sommet et à son axe.

En appelant K le paramètre, on a les formules connues :

$$\frac{y}{K}=\frac{1}{2}\frac{x^2}{K^2}+\frac{1}{4!}\frac{x^4}{K^4}+\frac{1}{6!}\frac{x^6}{K^6}+\ldots, \tag{7}$$

$$\frac{L}{x}=1+\frac{1}{3!}\frac{x^2}{K^2}+\frac{1}{5!}\frac{x^4}{K^4}+\frac{1}{7!}\frac{x^6}{K^6}+\ldots: \tag{8}$$

d'où l'on tire les réduites successives :

$$y=\frac{6x^2K}{12K^2-x^2} \quad \text{et} \quad y=\frac{3x^2(20K^2+x^2)}{4K(30K^2-x^2)}, \tag{7'}$$

$$\frac{L}{x}=1+\frac{10x^2}{3(20K^2-x^2)} \quad \text{et} \quad \frac{L}{x}=1+\frac{x^2(420K^2+11x^2)}{60(42K^2-x^2)}. \tag{8'}$$

Ces formules seront également très utiles dans la théorie des ponts suspendus où les câbles affectent la forme d'une chaînette sous l'action de leur propre poids.

Pour nous rendre compte de l'approximation ainsi obtenue, prenons la valeur $\frac{x}{K}=0,4$, voisine de celle qui est généralement adoptée dans les ponts suspendus, et bornons-nous à la première réduite; il

(¹) *Voir* Leinekugel le Cocq, *Ponts suspendus* (*Encyclopédie scientifique*, Paris, O. Doin et fils, éditeurs, t. I, p. 80).

vient :

	Valeur approchée.	Valeur exacte.
$\frac{y}{K}$..................	$\frac{3}{37}=0{,}081081$	$0{,}081072$
$\frac{L}{x}$..................	$1+\frac{25}{93}=1{,}026881$	$1{,}026880$

ce qui donne, suivant le cas, quatre ou cinq chiffres décimaux exacts.

Enfin, dans beaucoup de calculs où la variable x est suffisamment petite, on pourra se contenter des formules approchées suivantes pour les fonctions usuelles :

$$\sin x = x\left[1-\frac{x^2}{6}+\frac{7x^4}{20(42+x^2)}\right], \tag{9}$$

$$\cos x = 1-\frac{x^2}{2}+\frac{5x^4}{4(30+x^2)}, \tag{10}$$

$$\operatorname{tang} x = x\left[1+\frac{x^2}{3}+\frac{28x^4}{5(42-17x^2)}\right], \tag{11}$$

$$\operatorname{arc}\sin x = x\left[1+\frac{x^2}{6}+\frac{63x^4}{20(42-25x^2)}\right], \tag{12}$$

$$\operatorname{arc}\operatorname{tang} x = x\left[1-\frac{x^2}{3}+\frac{7x^4}{5(7+5x^2)}\right]. \tag{13}$$

M. Fouché : *Sur les projections du dodécaèdre et de l'icosaèdre réguliers.*

SÉANCE DU 13 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections : Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, M. Mesnager, présenté par MM. Maillet et d'Ocagne; M. Sakellarion, présenté par MM. Rémoundos et Montel; M. Julia, présenté par MM. Humbert et Painlevé; M. Janet (Pierre), présenté par MM. Hadamard et P. Lévy.

Communications :

M. Coolidge : *Sur les transformations équilongues de l'espace.*

M. Coolidge expose l'historique des transformations équilongues, en particulier l'origine de la formule fondamentale pour ces transformations dans l'espace. Ensuite il examine l'expression de la distance entre deux plans parallèles et le rapport entre cette distance et celle des plans transformés, rapport qui ne diffère que par un facteur constant de la racine carrée de celui des deux aires infinitésimales correspondantes dans les représentations sphériques des deux systèmes de plans parallèles. Finalement, il donne la forme des conditions suffisantes pour qu'une transformation équilongue conserve non seulement le parallélisme, mais aussi l'antiparallélisme.

M. Lalesco : *Sur les fonctions polygonales et les séries de Fourier.*

Dans une étude générale des séries trigonométriques, il peut être utile de prendre comme base l'étude des développements en séries trigonométriques des fonctions *polygonales;* fonctions dont le diagramme est formé par une ligne brisée quelconque. Ce point de vue peut être soutenu par des considérations d'ordre pratique et théorique.

Les développements en série de Fourier des fonctions polygonales s'obtiennent par la règle générale suivante :

Une ligne polygonale est caractérisée par ses sauts verticaux σ et ses sauts angulaires τ qui ont lieu sur le parcours de l'intervalle fondamental $(0, 2\pi)$, extrémités comprises.

Cela étant, chaque saut vertical σ_i rencontré au point d'abscisse x_i fait introduire le terme $\frac{\sigma_i}{\pi} \frac{\sin n(x-x_i)}{n}$ et chaque saut angulaire τ_k, rencontré aux points d'abscisse x_k, fait introduire le terme $\frac{\tau_k}{\pi} \frac{\cos n(x-x_k)}{n^2}$.

La somme de toutes ces parties donne le terme général du développement Fourier. Dans l'application de cette règle, on ne tiendra pas compte des segments verticaux intermédiaires pour évaluer les sauts angulaires qui ont lieu sur une abscisse x_k; de même, les sauts angulaires extrêmes, aux points 0 et 2π, doivent être comptés par rapport à l'horizontale.

Les propriétés concernant les fonctions générales de variable réelle s'obtiennent par des passages à la limite. Les formules précédentes mettent en évidence les deux éléments qui influent sur la convergence d'une série Fourier : la *continuité* et la *variation* de la fonction à développer.

Tous les résultats classiques peuvent s'obtenir sans difficulté. Le théorème central, qui s'obtient par cette voie, est le suivant :

Toute fonction, qui est une intégrale d'une autre fonction, a son développement Fourier convergent.

Si la fonction dérivée a une propriété métrique qui limite ses discontinuités et sa variation (fonction à carré intégrable, fonction à variation bornée, etc.), le développement de Fourier est *absolument* convergent.

Le théorème de Dirichlet rentre dans cet énoncé, car, suivant un théorème de M. Lebesgue, toute fonction à variation bornée est une fonction intégrale, à un assemblage dénombrable de constantes près.

Les développements de Fourier absolument convergents peuvent être étudiés, d'une façon plus approfondie, à l'aide des méthodes précédentes.

M. Coolidge donne des renseignements sur l'organisation des études en France pour les soldats de l'Armée américaine.

SÉANCE DU 10 AVRIL 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élection : Est élu, à l'unanimité, membre de la Société, M. Leconte, présenté par MM. Borel et Fontené.

Communications :

M. M. Petrovitch : *Propriétés arithmétiques d'une classe de nombres rationnels.*

Loi de formation d'un entier N tel que, si on le partage en tranches successives à h chiffres, la $k^{\text{ième}}$ tranche coïncide avec le nombre $P(k)$ (précédé d'une suite de zéros), indiquant le nombre de solutions en nombres entiers positifs ou nuls de l'équation $ax + by + \ldots + gt = k$, avec $x \leqq m$, $y \leqq n$, ... (a, b, ... et m, n, ... étant des entiers donnés).

Loi de formation du nombre rationnel, lequel, converti en décimales, jouit de la propriété suivante : si l'on en partage la suite de m premières décimales en tranches à h chiffres (m étant un entier donné, et h un entier dépendant de m), le nombre obtenu comme $k^{\text{ième}}$ tranche est égal au nombre de diviseurs de k (autres que 1 et k) précédé d'une suite de zéros.

M. P. Lévy : *Sur l'ordre des termes d'une suite de fonctions orthogonales.*

1. Une question de calcul fonctionnel, que j'indiquerai tout à l'heure, m'a amené à rechercher si, étant donnée une suite de fonctions orthogonales et normales dans l'intervalle (o, 1),

$$\varphi_1(x),\quad \varphi_2(x),\quad \ldots,\quad \varphi_n(x),\quad \ldots,$$

il existait un moyen simple de les ranger dans un ordre bien déterminé, et qui soit le même pour deux suites données, composées des mêmes fonctions, rangées initialement dans un ordre différent.

Une solution de ce problème est obtenue de la manière suivante :

Soit $\Phi_n(x)$ la fonction primitive de $\varphi_n(x)$, la constante d'intégration étant déterminée de manière à rendre minima l'intégrale

$$I_n = \int_0^1 \Phi_n^2(x)\,dx.$$

On démontre aisément que

$$I_1 + I_2 + \ldots + I_n \leq \frac{1}{\pi^2}\left(1 + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{n^2}\right),$$

le maximum étant atteint lorsque $\varphi_1(x), \ldots, \varphi_n(x)$ sont les fonctions

$$\sqrt{2}\sin\pi x,\quad \ldots,\quad \sqrt{2}\sin n\pi x,$$

ou des combinaisons orthogonales de ces fonctions. Il en résulte que I_n, terme général d'une série convergente, tend vers zéro. Les fonctions $\varphi_n(x)$ peuvent alors être rangées dans un ordre tel que les I_n aillent en décroissant; il ne peut y avoir d'indétermination que si plusieurs fonctions $\varphi_n(x)$ correspondent à la même valeur de I_n; cette circonstance peut se produire une infinité de fois, mais chaque fois l'indétermination concernant l'ordre ne peut exister qu'entre un nombre fini de fonctions.

Si les fonctions $\varphi_n(x)$ sont continues et admettent des dérivées, on peut obtenir des résultats analogues en considérant les intégrales

$$J_n = \int_0^1 [\varphi'_n(x)]^2\,dx.$$

Elles deviennent infinies avec n, comme on le déduit de l'inégalité

$$J_1 + J_2 + \ldots + J_n \geqq \frac{1}{\pi^2}(1 + 2^2 + \ldots + n^2),$$

et l'on peut les ranger par ordre de grandeur croissante.

2. Voici la question de calcul fonctionnel qui m'a conduit aux considérations qui précèdent.

Une fonction $f(x)$ définie entre o et 1 peut être représentée, d'une manière approchée, par la donnée de ses valeurs moyennes y_1, $y_2, \ldots, y_n$ dans les intervalles

$$\left(0, \frac{1}{n}\right), \quad \left(\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right), \quad \ldots, \quad \left(\frac{n-1}{n}, 1\right),$$

et une fonctionnelle dépendant de $f(x)$ apparaît comme la limite d'une fonction de $y_1, y_2, \ldots, y_n$. La solution des problèmes de calcul fonctionnel se déduit ainsi souvent de celle des problèmes d'analyse ordinaire; c'est la méthode appliquée systématiquement par M. Volterra, et utilisée par R. Gateaux pour définir la notion de valeur moyenne dans un domaine fonctionnel.

On peut arriver au même résultat en représentant $f(x)$ par un développement en série de la forme

$$a_1\varphi_1(x) + \ldots + a_n\varphi_n(x) + \ldots,$$

et en la considérant comme représentée, d'une manière approchée, par la donnée des n premiers coefficients $a_1, \ldots, a_n$.

Y a-t-il identité entre les deux définitions de la valeur moyenne ainsi obtenues?

Il semble que oui, en général, car on passe de $y_1, \ldots, y_n$ à $a_1, \ldots, a_n$ par des opérations linéaires qui n'altèrent pas la notion de valeur moyenne. Ce raisonnement manquant de rigueur, on peut essayer de se rendre compte de ce qui se passe dans des cas particuliers.

Soit à chercher la valeur moyenne de $F[f(\xi)]$, ξ étant une valeur particulière de x, dans la sphère

$$\int_0^1 f^2(x)\,dx = a_1^2 + \ldots + a_n^2 + \ldots = 1.$$

Il y a coïncidence entre les deux définitions si

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n}\left[\varphi_1^2(\xi) + \ldots + \varphi_n^2(\xi)\right] = 1. \tag{1}$$

Or, on a

$$\int_0^1 \left[\varphi_1^2(x) + \ldots + \varphi_n^2(x)\right] dx = n.$$

Il s'agit donc de savoir si, pour n très grand, toutes les valeurs x de l'intervalle (o,1) contribuent également à cette intégrale. La réponse dépend de l'ordre des fonctions $\varphi_n(x)$. Il serait intéressant de définir un ordre déterminé et tel que l'égalité (1) ait toujours lieu, ou, lorsque ce n'est pas possible, tel qu'il ne puisse y avoir d'exception que pour des valeurs de ξ constituant un ensemble de mesure nulle, et que le premier membre de l'égalité (1) converge en moyenne vers 1 dans tout l'intervalle (0,1).

L'ordre signalé plus haut ne répond d'ailleurs pas à ce desideratum, mais les remarques faites à ce sujet serviront peut-être à la solution du problème posé.

M. Hadamard : *Sur les correspondances ponctuelles.*

Soit une correspondance ponctuelle à n variables; soit par exemple ($n = 3$),

$$(1) \qquad X = f(x, y, z), \qquad Y = g(x, y, z), \qquad Z = h(x, y, z),$$

où f, g, h sont continus et sinon dérivables, du moins tels que toute courbe, admettant en général une tangente continue, ait pour transformée une courbe rectifiable.

Dans un Travail précédemment publié par la Société, j'ai établi un système de conditions suffisantes pour que la transformation (1) puisse être inversée d'une manière univoque, c'est-à-dire, pour que les équations (1) aient, pour chaque système donné de valeurs de X, Y, Z, une solution et une seule en x, y, z. Il suffit, pour cela, des deux conditions simultanées suivantes :

(I). *La transformation est invertible localement autour de tout point de l'espace*, c'est-à-dire que tout point $A(X_0, Y_0, Z_0)$, transformé d'un point $a(x_0, y_0, z_0)$, est centre d'une sphère, à chaque point du volume de laquelle correspond un point (x, y, z) et un seul à l'intérieur d'une certaine sphère convenablement choisie du centre a [1].

(II) *Il est impossible qu'à une ligne continue décrite dans l'espace* (x, y, z) *et s'éloignant à l'infini, corresponde, dans l'espace* (X, Y, Z), *une ligne de longueur finie.*

Il n'est pas sans intérêt de noter que ces conditions *suffisantes* sont aussi *nécessaires.*

(1) D'après le théorème de Schoenflies, l'énoncé de cette première condition peut être simplifié comme suit (la continuité de f, g, h étant toujours présupposée).

(I). *Tout point a* (x_0, y_0, z_0) *est le centre d'une sphère telle que jamais deux points distincts intérieurs à cette sphère ne puissent avoir même transformée.*

La question ne se pose évidemment pas pour la condition (I).

Supposons maintenant que la transformation soit biunivoque, moyennant quoi on peut, sans diminuer la généralité, la supposer bicontinue [1] et qu'en même temps la condition (II) ne soit pas vérifiée, supposons donc qu'il existe, dans l'espace (x, y, z), une ligne continue l allant à l'infini « régulièrement » ou « irrégulièrement », c'est-à-dire avec ou sans retour à distance finie, et ayant pour transformée une ligne Z de longueur finie. Il est aisé de voir que l'on aboutit ainsi à une contradiction. En effet, L étant de longueur finie tend nécessairement vers un point déterminé A, transformé d'un point déterminé a du premier espace. Or, un point pris sur L et très voisin de A, aura nécessairement pour image, dans le premier espace, un point très voisin de a (puisque x, y, z sont continus en X, Y, Z) : il ne pourrait donc s'éloigner indéfiniment. C. Q. F. D.

Le système des conditions (I) et (II) est donc *nécessaire* et *suffisant* pour que la transformation soit biunivoque.

M. le Président signale l'envoi à la Société d'un recueil de Mémoires « Mathematical reprints » réunis par M. O. E. Glenn, professeur de mathématiques à l'Université de Pennsylvania.

SÉANCE DU 8 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. DRACH.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, M. Jouguet, présenté par MM. d'Ocagne et Maillet, et M. Gambier, présenté par MM. Montel et Lebesgue.

Communication.

M. Giraud : *Sur une équation aux dérivées partielles, relative à la théorie des fonctions automorphes de deux variables.*

Étant donnée une fonction u, uniforme sur une surface algébrique,

---

[1] C'est une conséquence simple du théorème de Jordan.

satisfaisant à l'équation aux dérivées partielles

$$(1) \qquad \Delta_1 u \, \Delta_2 u - (\Delta_3 u)^2 - (\Delta_4 u)^2 = e^u$$

et à l'inégalité

$$\Delta_1 u > 0,$$

où

$$\Delta_1 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \qquad \Delta_2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\Delta_3 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y\, \partial t}, \qquad \Delta_4 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y\, \partial z},$$

et, possédant des singularités de la nature indiquée ailleurs, on peut se proposer de rechercher s'il lui correspond un groupe discontinu *linéaire* de M. Picard (hyperfuchsien).

Posons

$$x + iy = \xi, \qquad z + it = \eta, \qquad x - iy = \xi_0, \qquad z - it = \eta_0;$$

ξ et η doivent être des fonctions automorphes de deux variables X et Y, telles que

$$u = \log\left[144 \left|\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\xi, \eta)}\right|^2 (1 - XX_0 - YY_0)^3\right],$$

X_0 et Y_0 étant les conjuguées de X et de Y.

Posons encore

$$z_1 = \sqrt[3]{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}, \qquad z_2 = X\sqrt[3]{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}, \qquad z_3 = Y\sqrt[3]{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}.$$

De plus, soit

$$h = \sqrt[3]{144}\, e^{-\frac{u}{3}},$$

et désignons par (α, β, γ) le déterminant dont la première ligne contient les dérivées par rapport à α de $\frac{\partial h}{\partial \xi_0}$, $\frac{\partial h}{\partial \eta_0}$, h; la deuxième ligne, les dérivées des mêmes fonctions par rapport à β; la troisième, leurs dérivées par rapport à γ; si α, β ou γ est remplacé par 1, cela indique l'absence de dérivation. Alors (1) s'écrit

$$(2) \qquad (\xi, \eta, 1) = 1.$$

Nous pouvons alors calculer les coefficients du système introduit par M. Picard,

$$(3)\qquad \begin{cases} r = ap + bq + cz, \\ s = -a'p - aq + c''z, \\ t = b'p + a'q + c'z, \end{cases}$$

auquel satisfont les fonctions z_1, z_2, z_3, supposées existantes, de ξ et η. On trouve

$$a = (\xi^2, \eta, 1) = -(\xi, \xi\eta, 1), \qquad b = (\xi, \xi^2, 1),$$
$$c = (\xi, \eta, \xi^2), \qquad c'' = (\xi, \eta, \xi\eta),$$

et des valeurs analogues pour a', b', c'. Or, si l'on part de ces valeurs des coefficients, on constate, à l'aide de l'équation (2) : 1° que les deux valeurs de a, ou les deux de a', coïncident; 2° que les conditions d'intégrabilité de (3) sont toutes vérifiées. Il faudrait encore, pour aboutir à un groupe linéaire de M. Picard, que les valeurs de a, b, ... fussent indépendantes de ξ_0, η_0; or, *il n'en est pas ainsi en général;* il est nécessaire que u satisfasse à d'autres équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur. Ce calcul, d'ailleurs calqué sur le calcul analogue relatif aux fonctions de Poincaré, donne en tout cas le moyen de reconnaître s'il existe un groupe linéaire de M. Picard correspondant à une fonction u donnée.

On peut, relativement à la fonction u, chercher aussi s'il lui correspond un groupe *quadratique* de M. Picard (hyperabélien). On doit alors avoir

$$u = \log\left[64\left|\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\xi, \eta)}\right|^2 (1 - XX_0)^{-2}(1 - YY_0)^{-2}\right],$$

X et Y étant les variables du groupe quadratique.

On cherche les coefficients du système

$$r = as + bp + cq + gz,$$
$$t = a's + c'p + b'q + g'z$$

introduit aussi par M. Picard, auquel satisfont les fonctions

$$z_1 = \sqrt{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}, \qquad z_2 = X\sqrt{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}},$$
$$z_3 = Y\sqrt{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}, \qquad z_4 = XY\sqrt{\frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(X, Y)}}.$$

On trouve cette fois des quotients de déterminants du quatrième ordre, portant sur les dérivées de

$$h = e^{-\frac{u}{2}}.$$

SÉANCE DU 22 OCTOBRE 1919.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Communications :

M. A. Lévy : *Sur la résolution de l'équation de Fermat.*

Soit à résoudre l'équation de Fermat

(1) $$x^2 - py^2 = 1,$$

où p est de la forme $4n - 1$.

Supposons d'abord que p est un nombre premier impair de la forme $4n - 1$.

On a

(1)' $$x^2 - 1 = py^2$$

et, par suite,

$$(x+1)(x-1) = py^2,$$

comme p est un nombre premier, il divise l'un des facteurs $x+1$ ou $x-1$.

Soit donc

$$x = Kp \pm 1.$$

Nous aurons

$$Kp(Kp \pm 2) = py^2,$$

c'est-à-dire

(2) $$K(Kp + 2) = y^2 \qquad \text{avec} \qquad x = Kp + 1$$

ou

(3) $$K(Kp - 2) = y^2 \qquad \text{avec} \qquad x = Kp - 1.$$

Ceci posé, remarquons que, si K est impair, p étant premier, K et $Kp + 2$ sont premiers entre eux; or K divise y^2; tout facteur premier de K contenu dans y^2 s'y trouve contenu à une puissance paire; donc K est un carré parfait; soit $K = y_1^2$ et $y = y_1 x_1$; on a alors

$$y_1^2(py_1^2 - 2) = x_1^2 y_1^2,$$

c'est-à-dire

(4) $$x_1^2 - py_1^2 = -2$$

avec

$$(5)\qquad \begin{cases} x = py_1^2 - 1, \\ y = x_1y_1. \end{cases}$$

Ceci, si p est resté quadratique de -2.
Si p est resté quadratique de $+2$, on a

$$(4)'\qquad x_1^2 - py_1^2 = +2$$

avec

$$(5)'\qquad \begin{cases} x = py_1^2 + 1, \\ y = x_1y_1. \end{cases}$$

D'où le théorème suivant :

Toute solution de l'équation

$$x^2 - py^2 = 1,$$

si p est un nombre premier de la forme $8n + 3$, *se déduit d'une solution* x_1y_1 *de l'équation*

$$x_1^2 - py_1^2 = -2,$$

par les relations

$$x = py_1^2 - 1,$$
$$y = x_1y_1;$$

si p est de la forme $8n - 1$, *la solution se déduit d'une solution de*

$$x_1^2 - py_1^2 = 2$$

par les relations

$$x = py_1^2 + 1,$$
$$y = x_1y_1.$$

Réciproquement, toute solution de

$$x_1^2 - py_1^2 = -2$$

fournit une solution x, y de l'équation (1) donnée par les relations précédentes.

En effet, on a par hypothèse

$$(x_1 - y_1\sqrt{p})(x_1 + y_1\sqrt{p}) = 2,$$
$$(x_1 - y_1\sqrt{p})^2(x_1 + y_1\sqrt{p})^2 = 4;$$

c'est-à-dire

$$[x_1^2 + py_1^2 - 2x_1y_1\sqrt{p}][x_1^2 + py_1^2 + 2x_1y_1\sqrt{p}] = 4;$$

or,

$$x_1^2 = py_1^2 - 2,$$
$$x_1^2 + py_1^2 = 2py_1^2 - 2;$$

donc

$$[py_1^2 - 1 - x_1y_1\sqrt{p}][py_1^2 - 1 - x_1y_1\sqrt{p}] = 1$$

et

$$py_1^2 - 1, \qquad x_1y_1$$

est une solution de l'équation de Fermat. On démontre, de même, que toute solution de

$$x_1^2 - py_1^2 = 2$$

nous donne une solution de l'équation de Fermat.

Remarque. — J'ai supposé que, dans les relations (2) et (3), K était un nombre impair. Supposons K pair et égal $2K'$,

$$2K'(2K'p + 2) = y^2,$$

y serait nécessairement pair, soit $2y'$,

$$4K'(K'p + 1) = 4y'^2,$$

nous serions ramenés à résoudre

$$K'(K'p + 1) = y'^2.$$

On aurait, en raisonnant comme tout à l'heure,

$$K' = x_1^2,$$

et posant $y' = x_1y_1$,

$$px_1^2 + 1 = y_1^2.$$

x_1 et y_1 seraient une solution de l'équation de Fermat donnant lieu à la solution

$$x = 2y_1^2p + 1,$$
$$y = 2x_1y_1.$$

Si donc, nous supposons que x et y forment la solution fondamentale de

$$x^2 - py^2 = 1,$$

le cas de K pair ne peut se produire et nous pouvons affirmer que x, y se déduisent de la solution fondamentale x_1, y_1 de

$$x^2 - py^2 = -2$$

par les relations

$$x = py_1^2 - 1,$$
$$y = x_1 y_1,$$

où y_1 est un nombre impair, et par suite aussi x_1 : x sera donc pair et y impair.

Voyons le cas de

$$K(Kp - 1) = y^2;$$

si K était un nombre pair, on aurait

$$2K'(2K'p - 2) = 4y'^2,$$
$$K'(K'p - 1) = y'^2,$$
$$K' = y_1^2, \qquad y' = x_1 y_1,$$
$$py_1^2 - 1 = x_1^2,$$
$$x_1^2 - py_1^2 = -1,$$

ce qui est impossible, p n'étant pas de la forme $4n + 1$.

D'ailleurs il est bien évident, d'après la relation établie entre les solutions de l'équation de Fermat et les solutions de

$$x^2 - py^2 = 2,$$

que la solution fondamentale, c'est-à-dire celle pour laquelle x et y sont le plus petit possible en valeur absolue, se déduit de la solution fondamentale pour x_1, y_1.

Cas de $p = 4n + 1$. — Soit un nombre premier de la forme

$$p = 4n + 1,$$

on sait que l'équation de Fermat se ramène à la forme

$$x^2 + xy - ny^2 = \pm 1. \tag{1}$$

Soient ω et ω' les racines de l'équation

$$x^2 + x - n = 0,$$

et supposons d'abord que

$$x^2 + xy - ny^2 = -1 \tag{2}$$

admette des solutions; soit

$$(x_1 - y_1\omega)(x_1 - y_1\omega') = -1,$$

où nous désignons par x_1 et y_1 la solution pour laquelle x_1 et y_1 ont les valeurs positives les plus petites possibles; on dit encore que x_1, y_1 donnent la solution fondamentale de l'équation (2).

La solution fondamentale de

$$x^2 + xy - ny^2 = 1$$

sera donnée par X et Y, tels que

$$X - Y\omega = (x_1 - y_1\omega)^2 = x_1^2 + ny_1^2 - y_1(2x_1 + y_1)\omega,$$

en tenant compte de

$$\omega^2 + \omega - n = 0,$$

d'où

$$X = x_1^2 + ny_1^2,$$
$$Y = y_1(2x_1 + y_1).$$

Remarque. — Si y_1 est impair, Y est impair; si y_1 est pair, Y est divisible par 4.

Ceci posé, remarquons que l'équation de Fermat peut s'écrire

$$(2x + y)^2 - py^2 = \pm 4.$$

Examinons d'abord le cas de $+4$; en posant :

$$2x + y = u,$$

il vient :

$$u^2 - 4 = py^2,$$
$$(u + 2)(u - 2) = py^2,$$

et, comme p est premier, nous aurons

$$u = Kp \pm 2.$$

I. Si

$$u = Kp - 2,$$

nous devons écrire

$$Kp(Kp - 4) = py^2$$

ou

$$K(Kp - 4) = y^2,$$

K peut être divisible par 4, par 2, ou être impair.

a. Supposons K impair, K et $Kp - 4$ sont premiers entre eux et K est nécessairement un carré, soit

$$K = y_1^2, \qquad y_1^2(py_1^2 - 4) = y^2,$$

y est divisible par y_1; y et y_1 étant impairs, on peut écrire

$$y = 2x_1 + y_1,$$

d'où

$$py_1^2 - 4 = (2x_1 + y_1)^2,$$

c'est-à-dire

$$(2x_1 + y_1)^2 - py_1^2 = -4,$$

c'est-à-dire que l'unité fondamentale satisfait à

$$x_1^2 + x_1 y_1 - py_1^2 = -1.$$

b. Si

$$u = \mathrm{K}p + 2,$$

avec K impair, nous aurons, en répétant le raisonnement précédent,

$$(2x_1 + y_1)^2 - py_1^2 = +4,$$

avec

$$2x + y = py_1^2 + 2,$$
$$y = y_1(2x_1 + y_1);$$

x et y ne peuvent être la solution fondamentale de l'équation

$$x^2 + xy - py^2 = 1.$$

Examinons maintenant le cas où x et y forment la solution fondamentale de

$$(2x + y)^2 - py^2 = +4,$$

y étant pair et égal à $2y'$:

$$(x + y')^2 - py'^2 = 1,$$
$$(x + y' - 1)(x + y' + 1) = py'^2,$$
$$x + y' = \mathrm{K}p \pm 1,$$
$$x + y' = \mathrm{K}p + 1,$$
$$\mathrm{K}(\mathrm{K}p + 2) = y'^2.$$

Supposons y' impair, c'est-à-dire y divisible par 2 et non par 4, K sera impair et sera nécessairement un carré, on aura

$$\mathrm{K} = y_1^2;$$

soit

$$y' = x_1 y',$$

x_1 et y_1 seront donnés par

$$x_1^2 - py_1^2 = 2,$$

équation qui ne peut admettre de solution que si p est resté quadratique de 2, c'est-à-dire, comme nous avons supposé,

$$p = 4n + 1,$$

si p est de la forme

$$p = 8n' + 1.$$

c. Soit

$$x + y' = Kp - 1,$$

nous trouverons de même, en posant

$$K = y_1^2, \qquad y' = x_1 y',$$
$$x_1^2 - p y_1^2 = -2,$$

ce qui exige également que p soit de la forme

$$8n' + 1.$$

d. Enfin, supposons y' divisible par 2 :

$$y = 2y' = 4y'',$$

la relation (3) devient,

$$K(Kp + 2) = 4y''^2,$$

K est nécessairement pair et l'on a

$$K'(K'p + 1) = y''^2,$$
$$K' = y_1^2, \qquad y'' = x_1 y_1,$$
$$x_1^2 - p y_1^2 = 1,$$

ce qui est contraire à l'hypothèse : l'équation proposée admettrait une solution $x_1 y_1$ plus petite en valeur absolue que x et y.

Il résulte de l'analyse que nous venons de faire que l'unité fondamentale du corps $\sqrt{p}$ (p premier de la forme $4n + 1$), unité que nous écrirons

$$x - y\omega,$$

ne peut avoir pour norme $+1$ que si p est de la forme $8n' + 1$ et qu'alors $y = 2y'$, y' étant impair.

Si p est de la forme $4n + 1$ et non de la forme $8n' + 1$, la norme de l'unité fondamentale est nécessairement -1.

Encore, n'avons-nous pas démontré que si $p = 8n' + 1$, la norme était nécessairement $+1$. J'ai tiré des considérations qui précèdent une méthode de résolution de l'équation de Fermat par réductions successives.

M. Fontené : *Sur l'emploi de l'analyse vectorielle par l'extension à l'espace d'un théorème de Bellavitis.*

1. De quelque façon que l'on définisse le produit (AB)(CD) de deux vecteurs, si la multiplication est distributive, la quantité

$$(DA)(BC) + (DB)(CA) + (DC)(AB),$$

a pour expression, en prenant D comme origine,

$$-[(DB, DC)-(DC, DB)]-\ldots-\ldots$$

Si la multiplication est en outre commutative, on a

$$(1)\qquad (DA, BC)+(DB, CA)+(DC, AB)=0.$$

2. Pour des points en ligne droite, il suffit de mesurer (AB) par une quantité algébrique $\bar{AB}$; on a l'identité d'Euler. Pour un quadrangle plan, ou quatre points dans l'espace, en employant le produit scolaire, on a une identité bien connue.

3. Pour quatre points dans un plan, on peut mesurer (AB) par une quantité imaginaire $\overline{AB}$; on a ainsi un théorème auquel on doit attacher le nom de Bellavitis, encore que l'illustre auteur n'ait explicité l'énoncé que dans des cas particuliers :

Dans un quàdrangle plan ABCD, *les produits*

$$l=DA.BC,\qquad m=DB.CA,\qquad n=DC.AD$$

sont proportionnels aux côtés d'un triangle LMN *dont les angles ont pour valeurs, à des multiples près de quatre angles droits,*

$$(2)\qquad \widehat{LN, LM}=\widehat{DB, DC}+\widehat{AC, AB}=\widehat{BD, BA}+\widehat{CA, CD},\qquad \ldots$$

Si le quadrangle est inscriptible, on a le théorème de Ptolémée. Le théorème s'obtient aisément par une inversion de pôle D.

4. *J'ai donné dans les* Nouvelles Annales (1899, p. 407) *l'analogue du théorème de Bellavitis dans le cas du tétraèdre, les formules* (2) *étant remplacées par des formules analogues où entrent, au second membre, des angles résultants au lieu de sommes d'angles.* L'angle résultant de deux angles (a, b) et (c, d) est l'angle (e, f) obtenu en amenant ces angles, par glissement dans leurs plans respectifs, le premier dans la position (e, ω), le second dans la position (ω, f), ω étant l'intersection de deux plans prise dans un sens arbitraire si l'on a égard seulement à la grandeur de l'angle (e, f) et non à la direction de son plan.

Dans un autre article (*N. A.*, 1917, p. 161), j'ai montré que le théorème en question s'obtient aisément par une inversion de pôle D [1].

---

[1] Dans cet article, il faut lire $\widehat{LN, LM}$, ... au lieu de LM, LN, ..., page 163, et au lieu de L, ..., page 165. Dans les figures 1 et 2, on doit accentuer le triangle LMN, et l'on a alors $\widehat{L'M', L'N'}=$ LN, LM.

Mon but, en faisant aujourd'hui cette communication, a été de poser la question suivante :

SERAIT-IL POSSIBLE DE DÉFINIR LE PRODUIT DE DEUX VECTEURS DE FAÇON QUE LA MULTIPLICATION FUT DISTRIBUTIVE ET COMMUTATIVE, LE RÉSULTAT D'UNE TELLE DÉFINITION DEVANT ÊTRE DE DÉDUIRE DE L'IDENTITÉ (1) L'EXTENSION A L'ESPACE DU THÉORÈME PLAN DE BELLAVITIS, EXTENSION RECONNUE EXACTE ?

M. Laisant a bien donné (*N. A.*, 1899, p. 419) une démonstration vectorielle du théorème en question, mais cette démonstration reste en dehors des considérations précédentes.

En ce qui concerne le résultat auquel on arrive en évaluant la quantité (DA) (BC) + ... + ... avec des produits vectoriels qui n'ont pas le caractère commutatif, je me borne à renvoyer au dernier des articles cités.

SÉANCE DU 12 NOVEMBRE 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, M[lle] R. Masson, présentée par MM. Fehr, et Lebesgue, et M. H. Parodi, présenté par MM. Hadamard et Lebesgue.

Communications :

M. Hadamard : *Sur les singularités des séries entières.*

M. Fabry a démontré en 1896 un théorème fondamental, relatif aux points singuliers d'une série entière sur un cercle de convergence. M. Faber, en 1904, a donné une démonstration simple d'une des conséquences du théorème fondamental. L'auteur montre comment on peut modifier la méthode de M. Faber, pour obtenir aisément la démonstration du théorème général de M. Fabry.

SÉANCE DU 26 NOVEMBRE 1919

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, MM. G. Juvet, présenté par MM. Hadamard et Lebesgue; G. Cerf, présenté par MM. Goursat et Lebesgue; P. Langevin, présenté par MM. Lebesgue et Montel; A. Lambert, présenté par MM. Andoyer et Lebesgue; Flamant, présenté par MM. Borel et Lebesgue; R. C. Geary, présenté par MM. Browne et Lebesgue; J. Chapelon, présenté par MM. Chazy et P. Lévy; A. Marchand, présenté par MM. Lebesgue et Montel; P. Robert, présenté par MM. Borel et Marchand; R. Dautry, présenté par MM. Lebesgue et Montel; Ch. Lefebvre, présenté par MM. Lebesgue et Montel; J. Carpentier, présenté par MM. Appell et Hadamard; M. Leblanc, présenté par MM. Appell et Hadamard; Rateau, présenté par MM. Hadamard et Leblanc.

Communications :

M. P. Fatou : *Sur l'équation fonctionnelle d'Abel.*

Lorsque la substitution rationnelle $z_1 = R(z)$ admet un point double de multiplicateur égal à $+1$, l'équation fonctionnelle d'Abel

$$F[R(z)] = F(z) + \text{const.}$$

admet des solutions holomorphes dans certains secteurs assemblés autour du point double, et devenant infinies en ce point. Dans certains de ces secteurs, les solutions obtenues donnent lieu, lorsqu'on les prolonge, à des fonctions uniformes ayant un ensemble parfait de singularités. Dans les autres secteurs, les solutions obtenues donnent lieu à des fonctions multiformes, mais qui sont les inverses de fonctions méromorphes ou entières vérifiant l'équation fonctionnelle

$$\varphi(u + \omega) = R[\varphi(u)],$$

où ω désigne une constante; ces fonctions ont donc une sorte de périodicité ou de théorème d'addition dans un sens restreint. Ce sont des fonctions entières d'ordre infini, ou des quotients de deux fonctions entières de cette nature. Elles prennent une infinité de fois chaque valeur sauf une au plus, dans certaines bandes de largeur infiniment petite, parallèles au vecteur ω. D'une manière générale, l'étude de leurs variations, pour des valeurs infiniment grandes de la variable, conduit à des résultats assez précis, notamment quand la substitution $[z|R(z)]$ possède un cercle fondamental.

M. Auric : *Sur une propriété des orbites obéissant à la loi d'attraction newtonienne.*

Nous considérons le cas théorique bien connu d'un mobile I de masse négligeable, soumis à l'attraction $\frac{KM}{\rho^2} = g$ d'un corps O de masse M, située à la distance ρ.

Appelons v la vitesse du mobile en ce point I et θ l'angle formé par cette vitesse avec le rayon vecteur OI.

Le mobile décrit une conique ayant O pour foyer; si, par ce dernier point, on mène la corde de la conique AOB, parallèle à la vitesse v, on a la relation simple

$$AB = \frac{2v^2\rho^2}{KM} = \frac{2v^2}{g}.$$

On trouve également, en appelant p le paramètre de l'orbite décrite,

$$OA = \frac{p}{1 - \cos\theta} = \frac{p}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}, \qquad OB = \frac{p}{1 + \cos\theta} = \frac{p}{2\cos^2\frac{\theta}{2}},$$

ce qui permet de calculer aisément ces deux rayons vecteurs.

Ces relations sont des conséquences directes du théorème des aires, et se déduisent immédiatement des équations classiques

$$\rho = \frac{p}{1 + e\cos\theta}, \qquad \operatorname{tang}\theta = \rho\frac{d\theta}{d\rho}, \qquad C^2 = \rho^2 v^2 \sin^2\theta = KMp,$$

C étant la constante des aires. On en déduit cette propriété géométrique : la corde focale AOB est égale au double de la projection du rayon de courbure en I sur le rayon vecteur OI.

M. Montel : *Sur une forme quadratique.*

L'expression de la surface d'un triangle en fonction des longueurs des médianes est, à un facteur numérique près, la même que l'expression de cette surface en fonction des longueurs des côtés. L'auteur cherche à obtenir tous les triangles dont l'aire est dans un rapport constant avec celle d'un triangle donné et dont les côtés sont liés simplement à ceux de ce triangle. Remarquant que le carré de l'aire d'un triangle est une forme quadratique des carrés des côtés, il détermine toutes les substitutions linéaires que reproduisent cette forme à un facteur constant près. Il trouve ainsi, en dehors de solutions banales évidentes, un groupe de substitutions fournissant une famille de triangles liés simplement à un triangle donné, et possédant la propriété demandée.

SÉANCE DU 10 DÉCEMBRE 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, MM. R. Wavre, présenté par MM. Hadamard et Juvet; R. Deltheil, présenté par MM. Borel et Lebesgue; B. Baillaud, présenté par MM. Appell et Lebesgue ; J. Haag, présenté par MM. Borel et Lebesgue; A. Marijon, présenté par MM. Lebesgue et Vessiot; Emery, présenté par MM. Boulanger et Lebesgue; P. Helbronner, présenté par MM. Appell et Hadamard; H. Vogt, présenté par MM. Andoyer et Blutel; L. Sartre, présenté par MM. Borel et Lebesgue; M. Brillouin, présenté par MM. Hadamard et Picard; de Thoisy, présenté par MM. Dautry et Montel; Loiseau présenté par MM. Dautry et Montel; Guillaume, présenté par MM. Dautry et Lebesgue; H. Dain, présenté par MM. Dautry et Montel; F. Gros, présenté par MM. Dain et Dautry; G. Arnou, présenté par MM. Dain et Dautry; P. Trimbach, présenté par MM. Dain et Dautry; A. Brice, présenté par MM. Dain et Dautry; P. Guérin, présenté par MM. Dain et Dautry; Charbonnier, présenté par MM. Hadamard et d'Ocagne; Garnier, présenté par MM. Hadamard et d'Ocagne; P. Métrol, présenté par MM. Humbert et Lebesgue; Luc Picard, présenté par MM. Hadamard et Vessiot; Muxart, présenté par MM. Lebesgue et Montel; Lapointe, présenté par MM. Lebesgue et Michel; Bachelier, présenté par MM. Appell et Lebesgue; E. Chandon, présenté par MM. Fatou et Lebesgue; Tissier, présenté par MM. Lebesgue et Montel; G. Vimeux, présenté par MM. Borel et Langevin; Simonin, présenté par MM. Andoyer et Baillaud; Labrousse, présenté par MM. Cartan et Montel; Béghin, présenté par MM. Lebesgue et Montel; L. Antoine, présenté par MM. Lebesgue et Montel; Bosler, présenté par MM. Andoyer et Auric; Iliovici, présenté par MM. Hadamard et Lebesgue; Chilovsky, présenté par MM. Hadamard et Painlevé.

Communications :

M. J. Hadamard : *Sur un théorème fondamental de la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables.*

M. Goursat (*Bull. de la Soc.*, t. XXXVI, 1908, p. 209-224) a donné, du théorème fondamental qui sert de base à la notion de fonction algébroïde introduite par Poincaré, une démonstration reposant exclusivement sur les notions d'algèbre élémentaire, au lieu que les démonstrations précédentes font intervenir les théorèmes de la théorie générale des fonctions.

On peut aller encore un peu plus loin, à ce qu'il m'a semblé, dans la voie suivie par M. Goursat, en réduisant sa démonstration à une série d'opérations exclusivement rationnelles.

Cette démonstration consiste à partir d'une équation de degré n en y

$$\varphi(y) = y^n - \mu_0 - \mu_1 y - \ldots - \mu_{n-1} y^{n-1} = 0, \tag{1}$$

à coefficients arbitraires. L'algèbre élémentaire apprend que, si l'on tient compte de l'équation $\varphi(y) = 0$, tout polynome $P(y)$ de degré égal ou supérieur à n peut être réduit à un polynome R de degré $n-1$ au plus : il suffit d'effectuer la division, c'est-à-dire d'écrire

$$P(y) = \varphi(y)Q(y) + R(y). \tag{2}$$

M. Goursat établit tout d'abord que si, au lieu d'opérer sur un polynome de degré fini, on opère sur une série entière convergente

$$F(y) = A_0 + A_1 y + \ldots + A_q y^q + \ldots,$$

le même calcul fournit un polynome $R(y)$ dont les coefficients sont représentés par des séries entières en $\mu_0, \mu_1, \ldots, \mu_{n-1}$ qui ont des rayons de convergence différents de zéro, $Q(y)$ étant également [1] une série entière en $\mu_0, \ldots, \mu_{n-1}, y$ convergente tant que ces quantités sont suffisamment petites.

Ce lemme une fois acquis, on constate que tout se ramène à un calcul ordinaire de fonctions implicites.

Mais pour démontrer ce lemme, l'auteur introduit les racines de l'équation $\varphi(y) = 0$ et exprime, tout d'abord, les coefficients de $R(y)$

[1] La méthode de M. Goursat ne lui fournit directement que l'expression de R. La formation de la quantité Q, ou plutôt de celle qui lui correspond dans l'énoncé final, nécessite de sa part de nouvelles remarques. Elle s'obtient en même temps que R dans le calcul tel que je le présente ici.

à l'aide des résultats de substitution de ces racines dans la fonction F, une nouvelle transformation étant nécessaire pour n'introduire que les coefficients de $\varphi(y)$. C'est l'intervention de ces racines que je me propose d'éviter.

A cet effet, il suffit de remarquer que, avec la notation par laquelle nous avons représenté le polynome $\varphi(y)$, les calculs de division de polynomes qui fournissent Q et R ne font intervenir que les signes $+$ et $\times$. Il suffira donc de faire la preuve de convergence lorsque les μ et les A seront positifs, la série $F(y)$ étant remplacée par une majorante. Prenons, comme d'habitude, la majorante $F(y) = \dfrac{M}{1 - \dfrac{y}{\rho}}$, M et ρ étant deux constantes positives.

La recherche d'un polynome $R(y)$ de degré $n-1$ et d'une fonction $Q(y)$, tels que l'on ait identiquement en y

$$\frac{1}{1-\dfrac{y}{\rho}} = Q(y)\varphi(y) + R(y) \tag{2'}$$

est un problème tout élémentaire. On sait qu'il suffit de déterminer la constante A et le polynome R par la relation

$$1 = A\varphi(y) + R\left(1 - \frac{y}{\rho}\right),$$

ce qui donne $A = \dfrac{1}{\varphi(\rho)}$, et

$$R(y) = \frac{\rho}{\varphi(\rho)}\,\frac{\varphi(y)-\varphi(\rho)}{y-\rho} = \frac{\rho}{\varphi(\rho)}\,\psi(y,\rho), \tag{3}$$

$Q(y)$ étant égal à $\dfrac{A}{1-\dfrac{y}{\rho}} = \dfrac{\rho}{\varphi(\rho)\left(1-\dfrac{y}{\rho}\right)}$.

A l'inspection de ces valeurs, on reconnaît immédiatement qu'*elles se développent en séries convergentes tant que* $|y| < \rho$ *et que*

$$\mu_0 + \mu_1\rho + \ldots + \mu_{n-1}\rho^{n-1} < \rho^n.$$

Si l'on avait coupé la série du premier membre de $(2')$ après le $q^{\text{ième}}$ terme, c'est-à-dire si on lui avait substitué le polynome $\dfrac{1-\left(\dfrac{y}{\rho}\right)^q}{1-\left(\dfrac{y}{\rho}\right)}$, on aurait trouvé

$$(3') \qquad \frac{1-\left(\frac{y}{\rho}\right)^q}{1-\left(\frac{y}{\rho}\right)} = Q(y)\varphi(y) + R(y) - [Q_1(y)\varphi(y) + R_1(y)],$$

$Q(y)$ et $R(y)$ ayant leurs valeurs trouvées en dernier lieu, pendant que $Q_1(y)$ et $R_1(y)$ sont les résultats que donnerait l'opération (2) appliquée au produit $[Q(y)\varphi(y) + R(y)]\left(\frac{y}{\rho}\right)^q$. Ces quantités $Q_1(y)$ et $R_1(y)$ étant à coefficients positifs, on voit bien que l'expression $R(y) - R_1(y)$ est, quel que soit q, majorée par la série convergente (3), une conclusion correspondante ayant lieu pour

$$Q(y) - Q_1(y) \text{ [1]}.$$

M. Hadamard : *Démonstration directe d'un théorème de Poincaré sur les périodes des intégrales abéliennes, attachées à une courbe algébrique qui satisfait à une équation différentielle linéaire.*

Le théorème dont il s'agit (relation quadratique entre les périodes de l'intégrale considérée) a été démontré par Poincaré, à la page 167 de son Mémoire *Sur l'intégration algébrique des équations linéaires et les périodes des intégrales abéliennes* (*Journ. de Math.*, 5ᵉ série, t. IX, 1903, p. 139-212) par le moyen des fonctions fuchsiennes. Cette démonstration peut être exposée sans leur introduction.

Comme y, fonction algébrique de x à m déterminations, est, d'autre part, solution d'une équation différentielle linéaire (E) à coefficients rationnels en x, Poincaré part d'une combinaison linéaire

$$u = \alpha_1 y_1 + \ldots + \alpha_m y_m$$

qui n'est autre que la résolvante de Galois. Dès lors, on sait que toutes les valeurs de y sont des fonctions rationnelles de x et de u et, par conséquent, aussi toutes les déterminations $u_1, u_2, \ldots$ de u. Il en résulte :

1° que l'intégrale abélienne donnée peut être considérée comme de la forme $I = \int R(x, u)\, dx$;

---

(1) On pourrait même arriver à une démonstration du théorème principal sans l'intervention du lemme considéré dans le texte. Si, en effet, partant de l'équation $y^n = a_0 + \ldots + a_{n-1} y^{n+1} + a_{n+1} y^{n+1} + \ldots$, on s'en sert pour exprimer y^{n+1}, y^{n+2}, $\ldots$, y^{n+p} et, par suite, y^n lui-même en fonction de $y, \ldots, y^{n-1}, y^{n+p+1}, \ldots$, on constate que ces opérations n'introduisent que les signes $+$ et $\times$.

2° que, en changeant de détermination de u, on obtient une expression $I_1 = \int R(x_1 u_1)\,dx$ qui peut s'écrire $\int R_1(x, u)\,dx$ (R_1 rationnel).

Comme les périodes de cette nouvelle intégrale sont des combinaisons linéaires de celle de I et, d'autre part, liées à elles par la relation bilinéaire de Riemann, le théorème est démontré.

M. Pellet : *Sur un cas particulier du théorème de M. Landon.*

Désignons par e, e_1, e_2 les trois racines de l'équation

$$4x^3 - g_2 x - g_3 = 0;$$

le rapport $\frac{e - e_1}{e - e_2} = r$ satisfait à l'équation

$$4(r^2 - r + 1)^3 - 27\mathfrak{J}(r^2 - r)^2 = 0,$$

où

$$\mathfrak{J} = \frac{g_2^3}{g_2^3 - 27 g_3^2}.$$

Remplaçons $\mathfrak{J}$ par $\frac{1}{j^2}$, et posons $r = \left(\frac{1-l}{1+l}\right)^4$, il vient

$$j^2(1 + 60l^2 + 134l^4 + 60l^6 + l^8)^3 - 27.16\,l^2(1 + l^2)^2(1 - l^2)^8 = 0.$$

Les seuls points singuliers de la fonction l à distance finie correspondent à $j = 0$ et $j^2 = 1$. Cela posé, remplaçons j par une fonction entière de z, s'annulant pour $z = 0$,

$$j = z^k + a_1 z^{k+1} + a_2 z^{k+2} + \ldots;$$

traçons dans le plan de z un contour fermé simplement connexe, renfermant l'origine, mais aucun des points pour lesquels $j^2 = 1$. La fonction l, qui s'annule pour $z = 0$, est holomorphe pour tous les points situés dans l'intérieur de ce contour, et ne prend, dans ce domaine, aucune des valeurs $1, -1, +\sqrt{-1}, -\sqrt{-1}$.

Les seuls points singuliers de la fonction q, définie par l'équation (à distance finie)

$$0 = \frac{l}{2} + q + lq^4 + q^9 + lq^{16} + \ldots + q^{(2n-1)^2} + lq^{4n^2} + \ldots,$$

correspondent à $l = 1, -1, \sqrt{-1}$, ou $-\sqrt{-1}$; la fonction q, qui s'annule pour $l = 0$, est donc holomorphe en z pour tous les points du domaine défini plus haut. Or

$$q = \pm \frac{1}{24\sqrt{3}} z^k + \ldots$$

Se rappelant que $|q|$ est toujours inférieur à 1, R désignant le module de la racine la plus voisine de l'origine des équations $j + 1 = 0$, $j - 1 = 0$, on a

$$\frac{1}{R^k} > \frac{1}{24\sqrt{3}} \quad \text{ou} \quad R < 24\sqrt{3}.$$

Si, même, la fonction

$$j = z^k + a_1 z^{k+1} + \ldots.$$

n'a que des termes à exposants impairs de sorte que, changeant z en $-z$, j se change en $-j$, les deux équations ont chacune une racine de module inférieur à $24\sqrt{3}$:

$$j + 1 = 0, \qquad j - 1 = 0.$$

SÉANCE DU 24 DÉCEMBRE 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, MM. P. Cousin, présenté par MM. Esclangon et Montel ; E. Nörlund, présenté par MM. Appell et Borel ; Forgeron, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; Carrus, présenté par MM. Boulanger et Dulac ; Ch. Blondel, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; Maroger, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; E. Richard, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; Darmois, présenté par MM. Husson et Lebesgue ; Bénézé, présenté par MM. Goursat et Lebesgue ; Réveille, présenté par MM. Kœnigs et Montel ; Casabonne, présenté par MM. Thybaut et Montel ; Matanovitch, présenté par MM. Appell et Picard ; J. Renaud, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; F. Meyer, présenté par MM. Lebesgue et Montel ; Danjoy, présenté par MM. Dautry et Montel ; Mérieux, présenté par MM. Grévy et Le Roy ; Pradel, présenté par MM. Grévy et Le Roy ; Weill, présenté par MM. Grévy et Le Roy ; Collin, présenté par MM. Grévy et Le Roy ; Turmel, présenté par MM. Grévy et Le Roy; Alméras, présenté par MM. Grévy et Le Roy.

Communication :

M. Lebesgue : *Sur les polygones de Poncelet.*

Considérons un faisceau de coniques, et soit T une conique du faisceau coupant, en un point A, l'un des côtés du triangle autopolaire commun. Soit C une conique quelconque du faisceau, menons de A les deux tangentes à C qui touchent, en c et c', deux autres coniques du faisceau. c et c' décrivent une cubique C_0 quand C varie. Si C a pour équation

$$T + \lambda T_1 = 0,$$

dans un système de coordonnées convenables, c et c' ont pour coordonnées

$$x = \lambda, \quad y = \pm\sqrt{\Delta(\lambda)},$$

$\Delta(\lambda)$ étant le discriminant de C.

La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe des polygones de Poncelet inscrits dans T et circonscrits à des coniques C_1, C_2, ... du faisceau, c'est que les points c_1, c'_1; c_2, c'_2; ..., réprésentatifs de ces coniques sur C_0, se répartissent en deux groupes $c_1, c_2, \ldots$; $c'_1, c'_2, \ldots$, tels que les points d'un même groupe, et le point $\lambda = \infty$ pris 0, 1 ou 2 fois, constituent l'intersection complète de C_0 et d'une courbe algébrique.

Ceci conduit aux relations que Cayley a donné en 1861 dans ces *Philosophical Transactions*. Ce qui précède n'est d'ailleurs qu'une illustration géométrique facile des résultats analytiques de Cayley.

Note de la Commission de Comptabilité.

(M. ANDOYER, Président; MM. AURIC et VESSIOT, Membres.)

A deux reprises, des renseignements financiers n'ayant pas le caractère de rapport annuel ont été publiés dans les *Comptes rendus* des séances (*Comptes rendus*, 1916, p. 35, et 1918, p. 37). C'est par erreur que cette dernière publication a été faite sous le titre de *Rap-*

port de la Commission des Comptes (M. Humbert, président; MM. Bioche et Fouret, membres). Elle ne contient qu'un simple projet, établi à la demande du Conseil d'administration, pour préparer le rapport annuel et être soumis à une réunion de la Commission des Comptes qui n'a pas eu lieu. Pour établir ce projet, il avait fallu demander à l'imprimeur une évaluation de sa facture. Cette évaluation était de 3807^{fr},15; la facture elle-même s'est montée en réalité à 7517^{fr},37. Aussi, les conclusions optimistes de ce rapport doivent-elles être abandonnées.