BULLETIN DE LA S. M. F.

SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 49 (1921), p. 1-59 (supplément spécial)

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1921__49__v1_0>

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.

ÉTAT
DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
AU COMMENCEMENT DE L'ANNÉE 1921 (1).

Membres honoraires du Bureau....	MM. ANDOYER. APPELL. BONAPARTE (le Prince). DEMOULIN. DERUYTS. GOURSAT. HADAMARD. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. HUMBERT. KŒNIGS. JORDAN. LECORNU. MITTAG-LEFFLER. NEUBERG. PAINLEVÉ. PICARD. VALLÉE POUSSIN (DE LA) VOLTERRA.
Président..........................	MM. BOULANGER.
Vice-Présidents....................	CAHEN. P. LÉVY. MONTEL. SERVANT.
Secrétaires........................	FLAMANT. GALBRUN.
Vice-Secrétaires...................	CHAZY. THYBAUT.
Archiviste.........................	FATOU.
Trésorier..........................	MALUSKI.
Membres du Conseil (2)	AURIC, 1922. BARRÉ, 1924. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, 1924. BRICARD, 1922. CARTAN, 1924. DRACH, 1924. GRÉVY, 1923. LEBESGUE, 1923. LÉVY (A.), 1922. MAILLET, 1922. D'OCAGNE, 1923. VESSIOT, 1923.

(1) MM. les Membres de la Société sont instamment priés d'adresser au Secrétariat les rectifications qu'il y aurait lieu de faire à cette liste.

(2) La date qui suit le nom d'un membre du Conseil indique l'année au commencement de laquelle expire le mandat de ce membre.

Dans la séance du 14 janvier 1920, l'Assemblée générale de la Société mathématique de France, considérant que les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies ont été suspendues pendant la guerre, a décidé que ces relations ne pourraient être reprises qu'à la suite d'une demande formelle des membres susvisés, demande qui serait soumise au vote du Conseil; en conséquence, les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous ([1]) :

Date de l'admission.

1920. **ABELIN**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Paris, 1, Versailles (Scine-et-Oise).
1872. **ACHARD**, ancien directeur de la Compagnie d'assurances sur la vie *La Foncière*, rue de la Terrasse, 6 *bis*, à Paris (17e).
1900. **ADHÉMAR** (vicomte Robert D'), place de Genevières, 14, à Lille (Nord).
1920. **ALBO**, professeur au lycée Jules-Ferry, rue de Berne, 7, à Paris (8e).
1919. **ALMÉRAS**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1896. **ANDOYER**, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Val-de-Grâce, 11, à Paris (5e).
1894. **ANDRADE**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Villars, 3, à Besançon.
1918. **ANGELESCO**, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).
1919. **ANTOINE**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, quai Zorn, 15, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1920. **ANZEMBERGER**, professeur au lycée, à Besançon (Doubs).
1879. **APPELL**, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, recteur de l'Université de Paris, à la Sorbonne, à Paris (5e).
1910. **ARCHIBALD** (C.-R.), professeur à Brown-Université, Providence, Rhode Island (États-Unis).
1919. **ARNOU**, ingénieur, rue de Provence, 126, à Paris (9e).
1920. **ARVENGAS**, ingénieur à la poudrerie de Sevran-Livry, Sevran-Livry (Seine-et-Oise)
1920. **AUBERT**, professeur au lycée Henri IV, à Paris (5e).
1900. **AURIC**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, rue du Val-de-Grâce, 2, à Paris (5e).
1920. **AUTERBE**, sous-directeur à la Cie d'assurances sur la vie, *L'Union*, place Vendôme, 9, à Paris (1er).
1919. **BACHELIER**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Besançon (Doubs).
1919. **BAILLAUD**, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, directeur de l'Observatoire de Paris (14e).
1900. **BAIRE**, professeur à la Faculté des Sciences, de Dijon, en congé, place Saint-François, 12, à Lausanne (Suisse).
1896. **BAKER**, professeur à l'Université de Toronto (Canada).
1917. **BARRAU** (J.-A.), professeur à l'Université, à Groningen (Hollande).
1905. **BARRÉ**, chef de bataillon du génie, docteur ès sciences mathématiques, rue Lhomond, 10, à Paris (5e).
1918. **BARRIOL** (A.), directeur des Services de la comptabilité aux chemins de fer du P.-L.-M., rue Saint-Lazare, 88, à Paris (9e). S. P. ([2]).
1920. **BAYS**, professeur agrégé à l'Université de Fribourg, rue Lafontaine, 39, à Paris (16e).
1919. **BÉGHIN**, professeur à l'École Navale, boulevard Gambetta, 36, à Brest (Finistère).
1919. **BÉNÉZÉ**, professeur au lycée, à Cahors, (Lot).
1920. **BERNHEIM**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue de Siam, 15, à Paris (16e).

([1]) La liste qui suit donne les noms des membres de la Société à la fin de l'année 1921

([2]) Les initiales S. P. indiquent les Sociétaires perpétuels.

Date
de
l'admission.

1891. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, avenue de Wagram, 167, à Paris (17ᵉ). S. P.

1910. **BERTRAND** (G.), astronome à l'Observatoire d'Abbadia, par Hendaye (Basses-Pyrénées).

1913. **BILIMOVITCH**, privat-dozent à l'Université de Kiew, rue Stanislas, 14, à Paris (6ᵉ).

1921. **BINDSCHLEDER**, rue Monge, 75 *bis*, à Paris (5ᵉ).

1888. **BIOCHE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Notre-Dame-des-Champs, 56, à Paris (6ᵉ). S. P.

1920. **BLOCH** (Eug.), professeur au lycée Saint-Louis, rue Rataud, 11, à Paris (5ᵉ).

1919. **BLONDEL** (Ch.), professeur de philosophie à l'Université, quai des Pêcheurs, 7, à Strasbourg (Bas-Rhin).

1891. **BLUTEL**, inspecteur général de l'Instruction publique, rue Denfert-Rochereau, 110, à Paris (14ᵉ).

1902. **BOBERIL** (comte Roger DU), rue d'Antibes, 114, à Cannes (Alpes-Maritimes). S. P.

1907. **BOITEL DE DIENVAL**, ancien élève de l'École Polytechnique, au château de Valsery, à Cœuvres (Aisne). S. P.

1892. **BONAPARTE** (prince), membre de l'Institut, avenue d'Iéna, 10, à Paris (16ᵉ).

1920. **BONCENNE**, professeur au lycée Voltaire, place de la République, 4, à Levallois-Perret (Seine).

1895. **BOREL** (Émile), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Bac, 32, à Paris (7ᵉ). S. P.

1913. **BORTOLOTTI** (E.), professeur à l'Université de Modène, via Maggiore, 18, à Bologne (Italie).

1919. **BOSLER**, docteur ès sciences, à l'Observatoire de Meudon (Seine-et-Oise).

1909. **BOULAD** (F.), ingénieur au service des ponts des chemins de fer de l'État égyptien, au Caire (Égypte).

1896. **BOULANGER**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, directeur des études à l'École Polytechnique, rue Descartes, 21, à Paris (5ᵉ).

1913. **BOULIGAND**, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers (Vienne).

1921. **BOUNY**, professeur de mécanique à l'École des Mines de Mons.

1903. **BOUTIN**, rue Lavieuville, 26, à Paris (18ᵉ).

1904. **BOUTROUX** (P.), professeur au Collège de France, à Paris. S. P.

1920. **BRANTUT**, ingénieur en chef d'artillerie navale, directeur de la Pyrotechnie, à Toulon (Var).

1911. **BRATU**, professeur à l'Université stradela Goliei, 8, à Jassy (Roumanie).

1897. **BRICARD**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Denfert-Rochereau, 108, à Paris (14ᵉ).

1919. **BRILLOUIN** (M.), membre de l'Institut, professeur au Collège de France, boulevard du Port-Royal, 31, à Paris (13ᵉ).

1920. **BRILLOUIN** (Léon), docteur ès sciences, rue Boissonnade, 16, à Paris (16ᵉ).

1919. **BRICE**, président de la Chambre syndicale des constructeurs en ciment armé, place Paul-Verlaine, 3, à Paris (13ᵉ).

1873. **BROCARD**, lieutenant-colonel du génie territorial, rue des Ducs-de-Bar, 75, à Bar-le-Duc. S. P.

1920. **BROGLIE** (DE), square de Messine, 9, à Paris (8ᵉ).

1912. **BROWNE**, Grange Mockler, à Carrick-on-Suir (comté de Tipperary, Irlande).

1920. **BRUNSCHWICG**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Lettres, rue Schæffer, 53, à Paris (16ᵉ).

Date
de
l'admission.

1901. **BUHL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Coffres, 11, à Toulouse.
1894. **CAHEN** (E.), rue Cortambert, 46, à Paris (16e).
1920. **CAHEN** (Armand), professeur au lycée Rollin (ancien collège), à Paris (17e).
1921. **CAIRNS** (W.-D.), professeur de mathématiques Oberlin Collège, à Oberlin, Ohio (États-Unis).
1920. **CAMBEFORT**, professeur au lycée, rue de Liége, 42, à Pau (Basses-Pyrénées).
1917. **CANDÈZE**, lieutenant-colonel, place du Square, 13, à Aurillac (Cantal).
1885. **CARON**, chef honoraire des travaux graphiques à la Sorbonne, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5e).
1892. **CARONNET**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au Collège Chaptal, avenue Niel, 15, à Paris (17e).
1919. **CARRUS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Michelet, 66, à Alger.
1896. **CARTAN**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue de Montespan, 4, au Chesnay (Seine-et-Oise).
1887. **CARVALLO**, directeur honoraire des études à l'École Polytechnique, rue des Bourdonnais, 27, à Versailles. S. P.
1919. **CASABONNE**, professeur au lycée Henry IV, rue Censier, 26, à Paris (5e).
1920. **CAUSSE**, professeur au lycée, rue Saint-Antoine, 12, à Toulouse (Haute-Garonne).
1890. **CEDERCREUTZ** (baronne Nanny), Unionsgatan, 4, à Helsingfors (Finlande).
1919. **CERF**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, rue du Nord, à Dijon (Côte-d'Or).
1911. **CHALORY**, professeur au lycée Carnot, 38, rue de Vaugirard, à Paris (6e).
1919. **CHANDON** (Mme), aide-astronome à l'Observatoire, avenue de l'Observatoire, à Paris (14e).
1919. **CHAPELON**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille, répétiteur à l'École Polytechnique, boulevard Morland, 2, à Paris (4e).
1919. **CHARBONNIER**, ingénieur-général d'artillerie navale, avenue Octave-Gréard, 3, à Paris (7e).
1920. **CHARPY**, membre de l'Institut, place de la Poterie, 13, à Montluçon (Allier).
1896. **CHARVE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, villa Gambie, 23, rue Va-à-la-Mer, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1911. **CHATELET**, doyen et professeur à la Faculté des Sciences, rue Caumartin, 78, à Lille (Nord).
1907. **CHAZY**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1920. **CHERONNET**, ingénieur aux établissements Gaumont, rue d'Uzès, 10, à Paris (2e).
1919. **CHILOWSKY**, rue du Lunaïn, 15, à Paris (14e).
1921. **CLAPIER**, docteur ès sciences, avenue de Lodève, 47, à Montpellier (Hérault).
1921. **CLAUDON**, ingénieur des Ponts et Chaussées, rue Pasteur, 8, à Brest (Finistère).
1913. **COBLYN**, capitaine du génie, rue des Vignes, 34, à Paris (16e).
1920. **COISSART**, professeur au lycée Voltaire, avenue Gambetta, 17, à Paris (11e).
1919. **COLLIN**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 51, à Paris (5e).
1920. **COMBET**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Lagarde, 5, à Paris (5e).
1920. **COMMISSAIRE**, professeur au lycée Charlemagne, quai des Célestins, 2, à Paris (4e).
1915. **CONSTANTINIDÈS**, professeur au Gymnase de Phodos (Grèce).
1920. **COPPEL**, licencié ès sciences, avenue d'Orléans, 109, à Paris (14e).
1896. **COSSERAT** (E.), directeur de l'Observatoire, à Toulouse (Haute-Garonne).
1900. **COTTON** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, rue Hébert, 20, à Grenoble (Isère). S. P.
1919. **COUSIN**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).

Date de l'admission.

1914. **CRELIER**, professeur à l'Université de Berne, à Bienne (Suisse).
1904. **CURTISS**, professeur à l'Université Northwestern, Stermann Avenue, 2023, à Evanston (Illinois, États-Unis).
1919. **DAIN**, ingénieur, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17e).
1920. **DANELLE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, à Paris (5e).
1919. **DANJOY**, ingénieur des constructions civiles, rue de Villersexel, 9, à Paris (7e).
1919. **DARMOIS**, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1885. **DAUTHEVILLE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, cours Gambetta, 27 *bis*, à Montpellier (Hérault).
1919. **DAUTRY**, ingénieur en chef à la Compagnie du chemin de fer du Nord, rue Jacob, 4, à Paris (6e).
1920. **DEDRON**, professeur au Prytanée militaire, à La Flèche (Sarthe).
1920. **DEFOURNEAUX**, professeur au lycée Condorcet, rue Damrémont, 72, à Paris (18e).
1920. **DELARUE**, professeur au lycée Charlemagne, quai de Béthune, 20, à Paris (4e).
1901. **DELASSUS**, professeur de mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences, rue de Brach, 92, à Bordeaux.
1895. **DELAUNAY** (N.), professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).
1920. **DELENS**, professeur au lycée, rue de Sainte-Adresse, 35, Le Havre (Seine-Inférieure).
1919. **DELTHEIL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Montaudran, 48, à Toulouse (Haute-Garonne).
1913. **DELVILLE** (L.), ingénieur, rue de Tournon, 14, à Paris (6e).
1892. **DEMOULIN** (Alph.), professeur à l'Université, rue Joseph-Plateau, 10, à Gand (Belgique).
1905. **DENJOY**, professeur à la Faculté des Sciences de Strasbourg, en mission à l'Université d'Utrecht, Stationstraat, 12 *bis*, à Utrecht (Hollande).
1883. **DERUYTS**, professeur à l'Université, rue Louvrex, 37, à Liége (Belgique).
1894. **DESAINT**, docteur ès sciences, boulevard Gouvion-Saint-Cyr, 47, à Paris (17e).
1900 **DICKSTEIN**, Marszatkowska, 117, à Varsovie.
1914. **DONDER** (J. DE), rue Forestière, 11, à Bruxelles (Belgique).
1920. **DOUCET**, Ker Marguerite, rue Pornichet, à Saint-Nazaire (Loire-Inférieure).
1899. **DRACH**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 53, à Paris (5e).
1909. **DRURY**, bibliothécaire de l'Université, Brown, Providence, Rhode Island (États-Unis).
1920. **DUFOUR**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Monge, 21, à Paris (5e).
1907. **DULAC**, professeur à la Faculté des Sciences, quai des Brotteaux, 4, à Lyon (Rhône).
1896. **DUMAS** (G.), docteur de l'Université de Paris, professeur à l'Université, Cabrières, avenue Mont-Charmant, à Béthusy-Lausanne (Suisse).
1897. **DUMONT**, professeur au lycée, avenue Bouvard, 6, à Annecy (Haute-Savoie).
1921. **EGNELL** (Axel), docteur ès sciences, rue de Courcelles, 181, à Paris (17e).
1902 **EGOROFF** (Dimitry), professeur à l'Université, Povarskaïa, Borissoglebsky per., n° 8, à Moscou (Russie).
1915. **ESCLANGON**, directeur de l'Observatoire de Strasbourg (Bas-Rhin).
1912. **EISENHARDT** (L.-P.), professeur à l'Université de Princeton, Alexander Street, 22, à Princeton (New-Jersey, États-Unis).
1916. **ELCUS**, banquier, rue du Colisée, 36, à Paris (8e). S. P.
1919. **EMERY**, colonel d'artillerie, président de la Commission des poudres de guerre et de la Commission d'expériences de Versailles, rue de Rémusat, 23, à Paris (16e).
1920. **ERRERA**, chaussée de Waterloo, 1039, Uccle (Belgique).

Date de l'admission.

1900. **ESTANAVE**, docteur ès sciences, secrétaire de la Faculté des Sciences de Marseille (Bouches-du-Rhône).
1907. **ETZEL**, professeur de mathématiques et d'astronomie au collège de Saint-Thomas, à Saint-Paul (Minnesota, États-Unis).
1896. **EUVERTE**, ancien élève de l'École Polytechnique, ancien capitaine d'artillerie, rue du Pré-aux-Clercs, 18, à Paris (7e).
1888. **FABRY**, professeur à la Faculté des Sciences, traverse Magnan à Mazargues, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1906. **FARAGGI**, professeur au lycée, avenue Mirabeau, 7, à Nice (Alpes-Maritimes).
1904. **FATOU**, docteur ès sciences, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard du Montparnasse, 172, à Paris (14e).
1892. **FEHR** (Henri), professeur à l'Université, route de Florissant, 110, à Genève (Suisse).
1920. **FETTER**, général commandant l'artillerie, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1885. **FIELDS** (J.), professeur à l'Université, Toronto (Ontario, Canada).
1919. **FLAMANT**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, avenue de la Forêt-Noire, 31, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1920. **FLAVIEN**, professeur au lycée Henri IV, rue Claude-Bernard, 58, à Paris (5e).
1920. **FLEUCHOT**, professeur au lycée, à Dijon (Côte-d'Or).
1872. **FLYE SAINTE-MARIE**, chef d'escadron d'artillerie en retraite, ancien répétiteur à l'École Polytechnique, place Royer-Collard, à Vitry-le-François (Marne).
1897. **FONTENÉ**, inspecteur général honoraire de l'Instruction publique, rue Le Goff, 7, à Paris (5e).
1903. **FORD** (Walter B.), professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1919. **FORGERON**, agrégé de mathématiques, actuaire, rue de la Pompe, 1, à Paris (16e).
1920. **FORT**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Rataud, 9, à Paris (5e).
1889. **FOUCHÉ**, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Soufflot, 5, à Paris (5e).
1905. **FOUËT**, professeur à l'Institut catholique, rue Le Verrier, 17, à Paris (6e).
1872. **FOURET**, ancien examinateur d'admission à l'École Polytechnique, avenue Carnot, 4, à Paris (17e). S. P.
1903. **FRAISSÉ**, inspecteur des études au Prytanée, à La Flèche (Sarthe).
1920. **FRANCESCHINI**, professeur au Prytanée militaire, La Flèche (Sarthe).
1911. **FRÉCHET**, professeur à la Faculté des Sciences, 2, quai Jacoutot, Robertsau, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1911. **GALBRUN**, docteur ès sciences, avenue Émile-Deschanel, 14, à Paris (7e).
1900. **GALDEANO** (Z.-G. de), correspondant des Académies royales des Sciences de Madrid et de Lisbonne, professeur à l'Université, Calle del Coso, 99, à Saragosse (Espagne).
1919. **GAMBIER**, professeur à la Faculté des Sciences de Rennes, 10, rue Oudinot, à Paris (7e).
1906. **GARGAM DE MONCETZ**, licencié ès sciences, rue de Villiers, 42, à Levallois-Perret (Seine).
1872. **GARIEL**, inspecteur général des ponts et chaussées en retraite, professeur honoraire à la Faculté de Médecine, rue Édouard-Detaille, 6, à Paris (17e).
1908. **GARNIER**, professeur à la Faculté des Sciences, à Poitiers (Vienne).
1919. **GARNIER**, ingénieur en chef d'artillerie navale, rue Valentin-Haüy, 10, à Paris (15e).
1911. **GAU**, doyen et professeur à la Faculté des Sciences, cours Saint-André, 116, à Grenoble.
1920. **GAY**, professeur au lycée, à Grenoble (Isère).

Date de l'admission.

1919 **GEARY** (R.-C.), maître ès sciences de l'Université nationale d'Irlande, rue du Renard, 37, à Paris (4e).

1890. **GEBBIA**, professeur libre à l'Université, à Palerme (Italie).

1920. **GEHORGHINE**, rue de l'Abbé-de-l'Épée, 6, à Paris (5e).

1906. **GÉRARDIN**, quai Claude-le-Lorrain, 32, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

1920. **GEVREY**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, à Dijon (Côte-d'Or).

1913. **GIRAUD**, professeur de calcul différentiel et intégral à la Faculté des Sciences de Clermond-Ferrand, La Terrasse-Fontmaure, à Chamalières (Puy-de-Dôme).

1917. **GLOBA-MIKHAÏLENKO**, docteur ès sciences, avenue des Gobelins, 10 *bis*, à Paris (5e).

1913. **GODEAUX**, professeur à l'École Militaire de Belgique, avenue de l'Opale, 109, à Bruxelles (Belgique).

1903. **GODEY**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue du Bois-de-Boulogne, 7, à Paris (16e).

1914. **GOLOUBEFF** (W.), agrégé de l'Université, rue Stanislas, 14, à Paris (6e).

1907. **GOT** (Th.), docteur ès sciences, professeur au lycée Buffon, rue du Dragon, 3, à Paris (6e).

1881. **GOURSAT**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, répétiteur à l'École Polytechnique, rue de Navarre, 11 *bis*, à Paris (5e). S. P.

1920. **GRAMONT** (DE), duc DE GUICHE, docteur ès sciences, avenue Henri-Martin, 42 *bis*, à Paris (16e).

1896. **GRÉVY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5e).

1919. **GROS**, ingénieur, rue Cambon, 37, à Paris (1er).

1899. **GUADET**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de l'Université, 69, à Paris (7e)

1906. **GUERBY**, professeur au collège Stanislas, rue d'Assas, 50, à Paris (6e). S. P.

1919. **GUÉRIN**, administrateur délégué de l'Électro-entreprise, rue de la Bienfaisance, 43, à Paris (8e).

1900. **GUICHARD** (C.), professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Fontaine, 19, à Paris (16e).

1907. **GUICHARD** (L.), professeur de mathématiques au collège de Barbezieux (Charente).

1919. **GUILLAUME**, ingénieur à la Compagnie des chemins de fer du Nord, à Valenciennes (Nord).

1920. **GUITTON**, professeur au lycée Henri IV, rue de Bagneux, 41, à Sceaux (Seine).

1919. **HAAG**, professeur à la Faculté des Sciences rue Mont-Ladreuil, 20, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).

1896. **HADAMARD**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France et à l'École Polytechnique, rue Humboldt, 25, à Paris (14e). S. P.

1894. **HALSTED** (G.-B.), Colorado State Teachere College, à Greeley (Colorado, États-Unis). S. P.

1920. **HAMY**, membre du Bureau des Longitudes, astronome à l'Observatoire, rue de Rennes, 108, à Paris (6e).

1901. **HANCOCK**, professeur à l'Université de Cincinnati, Auburn Hotel (Ohio, États-Unis)

1909. **HANSEN**, privat-docent à l'Université, Strandboulevarden, 66, Copenhague (Danemark).

1872. **HATON DE LA GOUPILLIÈRE**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur honoraire de l'École des Mines, rue de Vaugirard, 56, à Paris (6e). S. P.

1905. **HEDRICK**, professeur à l'Université, Hicks Avenue, 304, à Columbia (Missouri, États-Unis).

1919. **HELBRONNER**, docteur ès sciences, avenue Kléber, 46, à Paris (16e).

Date
de
l'admission.

1892. **HERMANN**, libraire-éditeur, rue de la Sorbonne, 8, à Paris (5e).
1911. **HIERHOLTZ**, professeur, avenue de Belmont, 28, à Montreux (Suisse).
1911. **HOLMGREN**, professeur à l'Université d'Upsal, à l'Observatoire, à Upsal (Suède).
1921. **HOSTINSKY**, professeur à l'Université Masaryk, Moravska, 40, à Prague (Rep. Tchécoslovaque).
1895. **HOTT** (S.), professeur à l'École Ste-Croix de Neuilly, boulevard Pereire, 218 *bis*, à Paris (17e). S. P.
1918. **HUBER** (M.), sous-directeur de la Statistique générale de la France au Ministère du Travail et de la Prévoyance sociale, quai d'Orsay. 97, à Paris (7e).
1918. **HUMBERT** (P.), professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).
1907. **HUSSON**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Isabey, 107 *bis*, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1919. **ILIOVICI**, professeur au lycée Carnot, rue de Vaugirard, 225, à Paris (15e).
1920. **ISCH-WALL**, ingénieur, rue de l'Arcade, 23, à Paris (8e).
1921. **JACQUES**, agrégé des sciences mathématiques, rue d'Ulm, 45, à Paris (5e).
1896. **JACQUET** (E.), professeur au lycée Henri IV, rue Notre-Dame-des-Champs, 76, à Paris (6e).
1914. **JAGER** (F.), docteur ès sciences et en droit à Elvange, près Faulquemont (Moselle).
1919. **JANET** (M.), maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1920. **JANSSON**, docteur de l'Université d'Upsal, Fack 8, à Orebro (Suède).
1903. **JENSEN** (J.-L.-W.-V.), ingénieur en chef des téléphones, Amicisvej, 16, à Copenhague V. (Danemark).
1872. **JORDAN**, membre de l'Institut, professeur honoraire à l'École Polytechnique et au Collège de France, rue de Varenne, 46, à Paris (7e). S. P.
1914.* **JORDAN**, docteur ès sciences, chargé de cours à l'Université de Budapest, disznvaitca. I, 15, à Budapest (Hongrie).
1919. **JOUGUET**, ingénieur en chef des mines, répétiteur à l'École Polytechnique.
1919. **JULIA**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, boulevard de Courcelles, 22, à Paris (17e).
1919. **JUVET**, licencié ès sciences, avenue du 1er-Mars, 10, à Neuchâtel (Suisse).
1916. **KAMPÉ DE FÉRIET**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1913. **KASNER** (E.), professeur à l'Université Columbia, à New-York (États-Unis).
1920. **KINNOSUKE OGURA**, professeur à l'Université d'Osaka, place du Panthéon, 9, à Paris (5e).
1913. **KIVELIOVITCH**, licencié ès sciences, rue Laromiguière, 6, à Paris (5e).
1880. **KŒNIGS**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Faubourg-Saint-Jacques, 77, à Paris (14e).
1921. **KOGBELIANTZ**, professeur à l'Université d'Erivan, rue Bonaparte, 49, à Paris (6e).
1913. **KOSTITZIN** (V.), avenue Villemin, 32, à Paris.
1907. **KRYLOFF**, ingénieur des mines, professeur d'analyse à l'École supérieure des Mines de Petrograd, à Ouezd-Radomysl, Gitomirska Chaussée, Station Nebylitza, village Kolganowka, gouvernement de Kiew (Russie).
1919. **LABROUSSE**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6e).
1920. **LACAZE**, nouvelle école Sainte-Geneviève, rue de la Vieille-Église, à Versailles (Seine-et-Oise).
1920. **LAGARDE**, astronome à l'Observatoire, à Paris (14e).
1920. **LAGORSSE**, professeur au Prytanée militaire, La Flèche (Sarthe).
1921. **LAINÉ**, licencié es sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers (Maine-et-Loire).

Date de l'admission.

1906. **LALESCO**, professeur à l'Université, str. Seaune, 19, à Bucarest (Roumanie).

1919. **LAMBERT**, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard Arago, 99, à Paris (14^e).

1893. **LANCELIN**, astronome adjoint à l'Observatoire, rue Boissonnade, 3, à Paris (14^e).

1919. **LANGEVIN**, professeur au Collège de France, boulevard du Port-Royal, 10 *bis*, à Paris (5^e).

1919. **LAPOINTE**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Sophie-Germain, 3, Paris (14^e).

1896. **LAROZE**, ingénieur des télégraphes, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Froidevaux, 8, à Paris (14^e).

1920. **LAUBEUF**, rue François-Ponsard, Paris (16^e).

1896. **LEAU**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Montesquieu, 8, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).

1896. **LEBEL**, professeur au lycée, rue Pelletier-de-Chambrun, 12, à Dijon.

1902. **LEBESGUE**, professeur au Collège de France, rue Saint-Sabin, 35 *bis*, à Paris (11^e).

1903. **LEBEUF**, directeur de l'Observatoire, professeur d'astronomie à l'Université, à Besançon (Doubs).

1919. **LEBLANC** (M.), membre de l'Institut, ingénieur, boulevard de Montmorency, 1, à Paris (16^e).

1919. **LECONTE**, inspecteur de l'Académie de Paris, boulevard Saint-Germain, 78, à Paris (6^e).

1920. **LE CORBEILLER**, ingénieur des télégraphes, rue de Grenelle, 81, à Paris (7^e).

1893. **LECORNU**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 3, à Paris (5^e).

1919. **LEFEBVRE** (Ch.), ingénieur des constructions civiles, boulevard Haussmann, 157, à Paris (8^e).

1920. **LEFEBVRE**, directeur de l'enseignement primaire de la Seine, Hôtel de Ville, place Lobau, à Paris (4^e).

1918. **LEFSCHETZ**, ingénieur E. C. P., professeur assistant de mathématiques à l'Université de Kansas, Missouri St. 937, à Lawrence (Kansas, Etats-Unis).

1895. **LÉMERAY** (E.-M.), professeur libre à la Faculté des Sciences de Marseille, villa Véza, avenue Meissonier, à Antibes (Alpes-Maritimes).

1920. **LERNER**, professeur au lycée de Buzeu (Roumanie); en congé, rue Cujas, 20, à Paris (5^e).

1895. **LE ROUX**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Châteaudun, 13, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

1898. **LE ROY**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, rue Cassette, 27, à Paris (6^e).

1921. **LEROY**, professeur de mathématiques spéciales au lycée de Rennes, faubourg de Fougères, 115, à Rennes (Ille-et-Vilaine).

1920. **LE VAVASSEUR**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Corneille, 125, à Lyon (Rhône).

1900. **LEVI CIVITA** (T.), professeur à l'Université de Rome (Italie).

1907. **LESGOURGUES**, professeur au lycée Henri IV, rue Jean-Bart, 4, à Paris (6^e).

1909. **LÉVY** (Albert), professeur au lycée Carnot, rue de Rennes, 86, à Paris (6^e).

1907. **LÉVY** (Paul), ingénieur des mines, professeur d'analyse à l'École Polytechnique, rue Chernoviz, 9, à Paris (16^e). **S. P.**

1920. **LHERMITTE**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue de Lubeck, 32, à Paris (16^e).

1920. **LHOSTE**, capitaine inspecteur des études à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 8, à Paris (5^e).

1898. **LINDELÖF** (Ernst), professeur à l'Université, Sandvikskajen, 15, à Helsingfors (Finlande).

Date de l'admission.

1886. **LIOUVILLE**, ingénieur en chef des poudres, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, à Maure (Ille-et-Vilaine).
1919. **LOISEAU**, ingénieur à la Compagnie des chemins de fer du Nord, à Cambrai (Nord).
1912. **LOVETT** (E.-O.), Rice Institute, à Houston (Texas, États-Unis).
1902. **LUCAS-GIRARDVILLE**, à la Manufacture de l'État, à Tonneins.
1902. **LUCAS DE PESLOUAN**, ancien élève de l'École Polytechnique, avenue Rapp, 41, à Paris (7ᵉ).
1913. **LUSIN**, professeur adjoint à l'Université de Moscou (Russie).
1895. **MAILLET**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue de Fontenay, 11, à Bourg-la-Reine (Seine). S. P.
1905. **MALUSKI**, proviseur du lycée Lakanal, rue Houdan, 3, à Sceaux (Seine).
1919. **MARCHAUD**, professeur au lycée, rue Henri-René, 3, à Montpellier (Hérault).
1906. **MARCUS**, agrégé de l'Université, rue Frédéric-Passy, 15, à Neuilly (Seine).
1919. **MARIJON**, inspecteur général de l'Instruction publique, avenue Félix-Faure, 37, à Paris (15ᵉ).
1920. **MARMION**, chef de bataillon du génie, avenue de Suffren, 164, à Paris (7ᵉ).
1919. **MAROGER**, professeur au lycée de Marseille (Bouches-du-Rhône).
1904. **MAROTTE**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Reuilly, 35 *bis*, à Paris (12ᵉ).
1884. **MARTIN** (Artemas), Columbia Street 1352, N. W., à Washington D. C. (États-Unis).
1920. **MARTY**, professeur au lycée Henri-Poincaré, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1920. **MASCART**, directeur de l'Observatoire de Lyon, à Saint-Genis-Laval (Rhône).
1919. **MATANOVITCH**, ingénieur E. C. P., rue Damrémont, 8, à Paris (18ᵉ).
1921. **MAURICE**, ingénieur général, directeur de l'École d'application du Génie Maritime rue Octave-Gréard, 3, à Paris (15ᵉ).
1920. **MAYER**, secrétaire général du Bureau d'Organisation économique, rue de Provence, à Paris (9ᵉ).
1889. **MENDIZABAL TAMBOREL** (DE), membre de la Société de Géographie de Mexico, calle de Jesus, 13, à Mexico (Mexique). S. P.
1884. **MERCEREAU**, licencié ès sciences, docteur en médecine, rue de l'Université, 191, à Paris (7ᵉ). S. P.
1919. **MÉRIEUX**, professeur au lycée Condorcet, rue Caumartin, à Paris (8ᵉ).
1902. **MERLIN** (Émile), chargé des cours d'astronomie mathématique et de géodésie à l'Université, rue d'Ostende, 11, à Gand (Belgique).
1919. **MESNAGER**, membre de l'Institut, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, rue de Rivoli, 182, à Paris (4ᵉ). S. P.
1919. **MÉTRAL**, professeur au lycée de Brest (Finistère).
1904. **METZLER**, professeur à l'Université, à Syracuse (État de New-York).
1919. **MEYER** (F.), professeur au lycée Rollin, avenue Trudaine, 16, à Paris (9ᵉ).
1909. **MICHEL** (Charles), professeur au lycée Saint-Louis, rue Sarrette, 14, à Paris (14ᵉ).
1893. **MICHEL** (François), ingénieur en chef des services électriques de la Compagnie du chemin de fer du Nord, faubourg Saint-Denis, 210, à Paris (10ᵉ).
1920. **MILHAUD**, professeur au collège Chaptal, boulevard des Batignolles, 45, à Paris (8ᵉ).
1921. **MILLOUX**, agrégé de mathématiques, rue Quatrefages, 4, à Paris (5ᵉ).
1920. **MINEUR**, professeur au lycée Rollin, avenue Trudaine, 16, à Paris (9ᵉ).
1873. **MITTAG-LEFFLER**, professeur à l'Université, à Djursholm-Stockholm (Suède).
1907. **MONTEL**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, boulevard de Vaugirard, 57, à Paris (15ᵉ).
1898. **MONTESSUS DE BALLORE** (vicomte Robert DE), professeur à la Faculté libre des Sciences, boulevard Bigo-Danel, 15, à Lille (Nord).

Date de l'admission

1911. **MOORE** (Ch.-N.), professeur assistant à l'Université de Cincinnati (États-Unis).
1920. **MOREL**, professeur au Prytanée militaire, à La Flèche (Sarthe).
1920. **MOUTHON**, professeur au lycée Lakanal, rue Alphonse-Daudet, 15, à Paris (14ᵉ).
1920. **MUIR** (Thomas), Elmoste Sandown Road, Rondebasch (Sud-Africain).
1921. **MURRAY** (F.-H.), rue de Tournon, 21, à Paris (6ᵉ).
1919. **MUXART**, professeur au lycée Montaigne, rue Gay-Lussac, 68, à Paris (5ᵉ).
1921. **MYLLER LEBEDEFF** (Mme), professeur à l'Université de Jassy, Str Pacurari, 48, à Jassy (Roumanie).
1918. **NÉCULCÉA**. professeur à l'Université de Jassy (Roumanie).
1909. **NEOVIUS**, ancien professeur à l'Université d'Helsingfors, Chr Vinthersvei 3', à Copenhague (Danemark).
1920. **NEPVEU**, professeur au lycée, boulevard de la Cité, 8, à Limoges (Haute-Vienne).
1885. **NEUBERG**, professeur à l'Université, rue Sclessin, 6, à Liége (Belgique).
1897. **NICOLLIER**, professeur, La Chataigneraie, à Saint-Clarens (Vaud, Suisse).
1920. **NIELSEN** (Frederik Lange), Armauer Hausensat, 5, III, Christiania (Norvège).
1921. **NOAILLON**, rue Monsieur-le-Prince, 63, à Paris (6ᵉ).
1919. **NÖRLUND** (E.), professeur à l'Université de Lund (Suède).
1920. **OBRIOT**, professeur au lycée Buffon, boulevard de Port-Royal, 82, à Paris (5ᵉ).
1882. **OCAGNE** (M. D'), membre de l'Institut, inspecteur général des ponts et chaussées, professeur à l'École Polytechnique et à l'École des Ponts et Chaussées, rue La Boëtie, 30, à Paris (8ᵉ). S. P.
1921. **ONICESCU**, docteur es sciences mathématiques de l'Université de Rome, rue de Lille, 57, à Paris (6ᵉ).
1905. **OUIVET**, professeur au lycée du Parc, à Lyon (Rhône).
1873. **OVIDIO** (E. D'), sénateur, professeur à l'Université, via Sebastiano Valfré, 14, à Turin (Italie).
1920. **PAGÈS**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6ᵉ).
1893. **PAINLEVÉ**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, rue Séguier, 18, à Paris (6ᵉ).
1912. **PANGE** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue François Iᵉʳ, 32, à Paris (8ᵉ). S. P.
1888. **PAPELIER**, professeur au lycée, rue Notre-Dame-de-Recouvrance, 29, à Orléans (Loiret).
1919. **PARODI** (H.), ingénieur en chef à la Compagnie des chemins de fer d'Orléans, quai d'Orsay, 141, à Paris (15ᵉ).
1917. **PASQUIER** (DU), professeur à l'Université, rue de la Côte, à Neuchâtel (Suisse).
1921. **PASQUIER**, licencié es sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers (Maine-et-Loire).
1881. **PELLET**, professeur honoraire à la Faculté des Sciences, boulevard Gergovia, 77, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1914. **PÉRÈS**, professeur à la Faculté des Sciences, Marseille (Bouches-du-Rhône).
1881. **PEROTT** (Joseph), Université Clark, à Worcester (Massachusetts, États-Unis). S. P.
1892. **PERRIN** (Élie), professeur de mathématiques à l'École J.-B. Say, rue de la Convention, 85, à Paris (15ᵉ).
1896. **PETROVITCH**, professeur à l'Université, Kasancić-Venac, 26. à Belgrade (Serbie).
1902. **PETROVITCH** (S.), général major, professeur ordinaire à l'Académie d'artillerie Michel, Sergevskaïa, 42, log. 10, à Pétrograde (Russie).
1887. **PEZZO** (DEL), professeur à l'Université, piazza San Domenico Maggiore, 9, à Naples (Italie).

Date de l'admission

1905. **PFEIFFER**, professeur à l'Université, Szaoudl Wladimirskaïa 45, log. II, à Kiew (Russie).
1879. **PICARD** (Émile), secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Centrale des Arts et Manufactures, quai Conti, 25, à Paris (6e).
1919. **PICART** (L.), directeur de l'Observatoire de Bordeaux, à Floirac (Gironde).
1872. **PICQUET**, chef de bataillon du génie en retraite, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue Monsieur-le-Prince, 4, à Paris (6e).
1920. **PIERRA**, directeur de la Société des appareils de transmission Hale Shan, rue de Provence, à Paris (9e).
1913. **PODTIAGUINE** (N.), rue Stanislas, 14, à Paris (6e).
1920. **POMEY** (J.-B.), ingénieur en chef des postes et télégraphes, boulevard Raspail, 120, à Paris (6e).
1920. **POMEY** (Etienne), professeur à l'École de Physique et de Chimie, boulevard Saint-Marcel, 70, à Paris (5e).
1920. **POMEY** (Léon), ingénieur des Manufactures de l'État, rue Rosa-Bonheur, 10, à Paris
1918. **POMPEIU**, professeur à l'Université de Bucarest (Roumanie).
1920. **PONS**, professeur au lycée, avenue Bouisson-Bertrand, à Montpellier (Hérault).
1906. **POPOVICI**, professeur à la Faculté des Sciences de Jassy (Roumanie).
1894. **POTRON** (M.), docteur ès sciences, nouvelle école Sainte-Geneviève, rue de la Vieille-Eglise, 2, à Versailles (Seine-et-Oise).
1920. **PORTALIER**, professeur au lycée Henri IV, à Paris (5e).
1914. **POWALO-SCHWEIKOWSKI**, licencié ès sciences, rue Gazan, 5 *bis*, à Paris (14e).
1919. **PRADEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6e).
1919. **PRÉVOST**, ingénieur civil des mines, rue Huysmans, 6, à Paris (6e).
1896. **QUIQUET**, actuaire de la Compagnie *la Nationale*, boulevard Saint-Germain, 92, à Paris (5e).
1919. **RATEAU**, membre de l'Institut, avenue Elysée-Reclus, 10 *bis*, à Paris (7e).
1903. **RÉMOUNDOS**, professeur d'analyse supérieure à la Faculté des Sciences, rue Spyridion-Tricoupis, 54, à Athènes (Grèce).
1919. **RENAUD**, professeur au Lycée, rue Dacier, 7, Angers (Maine-et-Loire).
1919. **RÉVEILLE**, répétiteur à l'Ecole Polytechnique, à Saint-Tropez (Var).
1903. **RICHARD**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au lycée, rue de Strasbourg, 100, à Châteauroux.
1919. **RICHARD** (E.), professeur au lycée Michelet, boulevard Lefebvre, 45, à Paris (15e).
1908. **RICHARD D'ABONCOURT** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue Nationale, 74, à Lille.
1920. **RIQUIER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Malfilâtre, 14, à Caen (Calvados).
1908. **RISSER**, actuaire au Ministère du Travail, rue Sédillot, 5, à Paris (7e).
1919. **ROBERT**, professeur au lycée de Montpellier (Hérault).
1916. **ROBINSON** (L.-B.), 22nd street 306 E, à Baltimore (Maryland, États-Unis).
1903. **ROCHE**, agrégé de l'Université, docteur ès sciences, professeur à l'Université libre d'Angers (Maine-et-Loire).
1919. **ROQUES** (Mme), docteur ès sciences, actuaire à la Cie d'assurance « La New York », avenue des Champs-Élysées, 63, à Paris (8e).
1914. **ROSENBLATT**, professeur à l'Université de Cracovie, rue Bartowa, 18, à Cracovie (Pologne).
1896. **ROUGIER**, professeur au Lycée et à l'École des ingénieurs, rue Sylvabelle, 84, à Marseille.

Date de l'admission.

1906. **ROUSIERS**, professeur au collège Stanislas, boulevard du Montparnasse, 62, à Paris (14e).
1920. **ROUYER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Jean-Rameau, 3, à Alger.
1885. **ROY**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Frizac, 9, à Toulouse (Hte-Garonne).
1920. **ROWE** (C.-H.), professeur à Trinity College, rue Gay-Lussac, 28, à Paris (5e).
1911. **RUDNICKI**, licencié ès sciences, avenue Reille, 28, à Paris (14e).
1920. **SAINTE LAGUE**, professeur au lycée Carnot, rue Barye, 12, à Paris (7e).
1919. **SAKELLARIOU**, professeur à l'Université, rue Asklépion, 96, à Athènes (Grèce).
1900. **SALTYKOW**, professeur à l'Université, à Kharkow (Russie). S. P.
1921. **SARANTOPOULOS**, docteur ès sciences de l'Université d'Athènes, rue Solomos, 25, à Athènes (Grèce).
1919. **SARTRE**, agrégé de l'Université, rue d'Ulm, 45, à Paris (5e).
1897. **SCHOU** (Erik), ingénieur, Thorvaldsinsi, 193, à Copenhague (Danemark).
1920. **SCHUH**, professeur à l'Académie technique de Delft, Frenckenolag, La Haye (Hollande).
1901. **SÉE** (Thomas-J.-J.), Observatory Mare Island (Californie).
1896. **SÉGUIER** (J.-A. de), docteur ès sciences, rue du Bac, 114, à Paris (7e).
1882. **SÉLIVANOFF** (Démétrius), professeur à l'Université, Fontanka, 116, log. 16, à Pétrograde (Russie). S. P.
1920. **SERGESCO**, professeur au lycée de Fupnu (Roumanie); en congé, boulevard Saint-Germain, 46, à Paris (5e).
1920. **SERRIER**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Boulard, 38, à Paris (14e).
1900. **SERVANT**, chargé de conférences à la Sorbonne, à Bourg-la-Reine (Seine).
1908. **SHAW** (J.-B.), professeur à l'Université, Box 143, University Station, Urbana (Illinois, États-Unis).
1919. **SIMONIN**, astronome à l'Observatoire, avenue du Parc-de-Montsouris, 30, à Paris (14e).
1912. **SIRE**, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon (Rhône).
1920. **SONO**, docteur ès sciences, College of Science, Université de Kyoto, Japon, rue de la Pompe, 152, à Paris (16e).
1916. **SOULA**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Montpellier, rue de la Bienfaisance, 1, Nîmes (Gard).
1900. **SPARRE** (comte de), doyen de la Faculté catholique des Sciences, avenue de la Bibliothèque, 7, à Lyon. S. P.
1912. **STECKER** (H.-F.), professeur de mathématiques, à Pensylvania State College, Miles St. 306 (Pensylvanie, États-Unis).
1912. **STEINHAUS**, professeur à l'Université de Lwow, rue Kodecka, 14, I, à Lwow (Pologne).
1918. **STOÏLOW** (S.), docteur ès sciences, maître de conférences à l'Université de Jassy (Roumanie).
1898. **STÖRMER**, professeur à l'Université, Huk Avenue, 33, Bygdö, Christiania (Norvège).
1904. **SUDRIA**, directeur de l'École préparatoire à l'École supérieure d'Électricité, rue de Staël, 26, à Paris (15e).
1904. **SUNDMAN**, professeur à l'Université, Observatoire astronomique, à Helsingfors (Finlande).
1920. **TEIJE TAKAGI**, professeur à l'Université de Tokio, (Japon).
1913. **TAMARKINE**, répétiteur à l'École impériale des Ponts et Chaussées, rue Liteinaia, 45, App. 33, à Pétrograde (Russie).
1920. **THIRY**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, rue de l'Université, 36, à Strasbourg (Bas-Rhin).

Date de l'admission.

1919. **THOISY** (DE), ingénieur, rue Vineuse, 20, à Paris (16^e).

1899. **THYBAUT**, professeur au lycée Henri IV, chef des travaux graphiques à la Faculté des Sciences, boulevard St-Germain, 50, à Paris (5^e).

1910. * **TIMOCHENKO**, professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).

1913. **TINO** (O.), via Lagrange, 2, à Turin (Italie).

1919. **TISSIER**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Alger.

1912. **TOUCHARD**, ingénieur des Arts et Manufactures, boulevard Haussmann, 150, à Paris (8^e).

1910. **TRAYNARD**, professeur à la Faculté des Sciences de Besançon, en congé à la Violette, Sommières (Gard). S. P.

1872. **TRESCA**, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite, rue du Général-Henrion-Berthier, 7, à Neuilly-sur-Seine (Seine).

1896. **TRESSE**, professeur au lycée Buffon, rue Mizon, 6, à Paris (15^e).

1919. **TRIMBACH**, ingénieur, avenue du Roule, 97, à Neuilly (Seine).

1907. **TRIPIER** (H.), sous-directeur des études à l'École Centrale, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17^e).

1920. **TROUSSET**, aide astronome à l'Observatoire de Floirac (Gironde).

1919. **TURMEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6^e).

1911. **TURRIÈRE**, docteur ès sciences, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).

1920. **VACQUANT**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue de Siam, 28, à Paris (16^e).

1913. **VALIRON**, professeur à la Faculté des Sciences, allée de la Robertsau, 52, à Strasbourg (Bas-Rhin).

1893. **VALLÉE POUSSIN** (Ch.-J. DE LA), membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, professeur à l'Université, avenue des Alliés, 149, à Louvain (Belgique).

1904. **VANDEUREN**, professeur à l'École militaire, avenue Macan, 16, à Bruxelles.

1905. **VAN VLECK**, professeur de mathématiques, à l'Université, N. Pincknay St, 519, à Madison (Wisconsin, États-Unis).

1920. **VAROPOULOS**, docteur ès sciences de l'Université d'Athènes, rue d'Ulm, 45, à Paris (5^e).

1897. **VASSILAS-VITALIS** (J.), professeur à l'Ecole militaire supérieure, rue Epicure, 13, à Athènes (Grèce).

1898. **VASSILIEF**, membre du Conseil d'État, Vassili Ostrowligne 12, m^e 19, à Pétrograde (Russie).

1920. **VAULOT**, rue Barbet-de-Jouy, 42, à Paris (7^e).

1920. **VAZILESCU**, avenue Carnot, 5, à Paris (17^e).

1913. **VEBLEN** (O.), professeur à l'Université de Princeton (États-Unis).

1920. **VERDIER**, professeur au lycée Saint-Louis, boulexard Saint-Michel, 44, à Paris (6^e).

1920. **VERGNE**, rue Auber, 8, à Paris (9^e).

1920. **VÉRONNET**, astronome à l'Observatoire, chargé de conférences à la Faculté des Sciences, rue Wimpfeling, 29, à Strasbourg (Bas-Rhin).

1901. **VESSIOT**, professeur à la Faculté des Sciences, sous-directeur de l'École Normale supérieure, rue d'Ulm, 45, à Paris (5^e).

1920. **VIEILLEFOND**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Garibaldi, 45, à Paris (15^e).

1911. **VILLAT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Maréchal-Pétain, 11, Strasbourg (Bas-Rhin).

1919. **VIMEUX**, professeur au lycée, à Nice (Alpes-Maritimes).

1920. **VINTEJOUX**, professeur au lycée Carnot, rue Cernuschi, 12, à Paris (17^e).

Date
de
l'admission.

1919. **VOGT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Grand-Verger, 33, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1888. **VOLTERRA** (Vito), sénateur, professeur à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome (Italie).
1900. **VUIBERT**, éditeur, boulevard Saint-Germain, 63, à Paris (5e).
1919. **WAVRE**, docteur ès sciences, Université de Genève, Genève (Suisse).
1880. **WALCKENAER**, inspecteur général en chef des mines, boulevard St-Germain, 218, à Paris (7e).
1920. **WAHH**, gradé de l'Université Harward, rue de Tournon, 21, à Paris (6e).
1920. **WEBER**, professeur au lycée Buffon, avenue de Châtillon, 21, à Paris (14e).
1879. **WEILL**, directeur honoraire du collège Chaptal, boulevard Delessert, 23, à Paris (16e).
1919. **WEILL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6e).
1921. **WIENER** (N.), professeur au Massachusetts Institut of technology, à Boston (États-Unis).
1906. **WILSON** (E.-B.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).
1911. **WINTER**, avenue d'Iéna, 66, à Paris (16e).
1909. **WOODS** (F.-S.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).
1878. **WORMS DE ROMILLY**, inspecteur général des mines, en retraite, rue du Général-Langlois, 5, à Paris (16e).
1920. **XAVIER-LÉON**, directeur de la *Revue de Métaphysique et de Morale*, rue des Mathurins, 39, à Paris (8e).
1921. **YAYOTARO ABE**, professeur à l'École Normale supérieure de Tokio, rue Bausset, 7 *bis*, à Paris (15e).
1912. **YOUNG** (W.-H.), membre de la Société Royale de Londres, professeur à l'Université de Liverpool, villa Collonge, La Conversion, à Vaud (Suisse).
1920. **ZAREMBA**, professeur à l'Université de Cracovie, Warszavokaie, rue Zytnia, 6, Cracovie (Pologne).
1903. **ZERVOS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Sozopoleos, 88, à Athènes (Grèce).
1898. **ZIWET**, professeur de mathématiques à l'Université Tappanavi, 644, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1909. **ZORETTI**, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences de Caen (Calvados).

Membres décédés en 1920 ou 1921 : MM. **BAUDET, BOURGET, CARPENTIER, FAUQUEMBERGUE, GENAUX, HUMBERT (G.), PARENTY.**

SOCIÉTAIRES PERPÉTUELS DÉCÉDÉS.

BENOIST. — BIENAYMÉ. — BISCHOFFSHEIM. — BORCHARDT. — BOURLET. — CANET. — CHASLES. — CLAUDE-LAFONTAINE. — GAUTHIER-VILLARS. — HALPHEN. — HERMITE. HIRST. — LAFON DE LADÉBAT. — LÉAUTÉ. — MANNHEIM. — PERRIN (R.). — POINCARÉ. — DE POLIGNAC. — RAFFY. — SYLOW. — TANNERY (PAUL). — TCHEBICHEF. — VIELLARD.

LISTE

DES

PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

DEPUIS SA FONDATION.

	MM.
1873	CHASLES.
1874	LAFON DE LADÉBAT.
1875	BIENAYMÉ.
1876	DE LA GOURNERIE.
1877	MANNHEIM.
1878	DARBOUX.
1879	O. BONNET.
1880	JORDAN.
1881	LAGUERRE.
1882	HALPHEN.
1883	ROUCHÉ.
1884	PICARD.
1885	APPELL.
1886	POINCARÉ.
1887	FOURET.
1888	LAISANT.
1889	ANDRÉ (D.).
1890	HATON DE LA GOUPILLIÈRE.
1891	COLLIGNON.
1892	VICAIRE.
1893	HUMBERT.
1894	PICQUET.
1895	GOURSAT
1896	KŒNIGS
1897	PICARD.
1898	LECORNU.
1899	GUYOU.
1900	POINCARÉ.
1901	D'OCAGNE.
1902	RAFFY.
1903	PAINLEVÉ.
1904	CARVALLO.
1905	BOREL.
1906	HADAMARD.
1907	BLUTEL.
1908	PERRIN (R.).
1909	BIOCHE.
1910	BRICARD.
1911	LÉVY (L.).
1912	ANDOYER.
1913	COSSERAT (F.).
1914	VESSIOT.
1915	CARTAN.
1916	FOUCHÉ.
1917	GUICHARD.
1918	MAILLET.
1919	LEBESGUE.
1920	DRACH.
1921	BOULANGER.

Liste des Sociétés scientifiques et des Recueils périodiques avec lesquels la Société mathématique de France échange son Bulletin.

Amsterdam.......	Académie Royale des Sciences d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	Société mathématique d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	*Revue semestrielle des publications mathématiques.*	Pays-Bas.
Bâle.............	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.
Baltimore........	*American Journal of Mathematics.*	États-Unis.
Berlin............	Académie des Sciences de Berlin.	Allemagne.
Berlin............	*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.*	Allemagne.
Berlin............	*Journal für die reine und angewandte Mathematik.*	Allemagne.
Bologne..........	Académie des Sciences de Bologne.	Italie.
Bordeaux.........	Société des Sciences physiques et naturelles.	France.
Bruxelles.........	Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique.	Belgique.
Bruxelles.........	Société scientifique de Bruxelles.	Belgique.
Calcutta..........	Calcutta mathematical Society.	Inde anglaise.
Cambridge	Cambridge philosophical Society.	Grande-Bretagne.
Christiania.......	*Archiv for Mathematik og Naturvidenskab.*	Norvège.
Coïmbre.	*Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto.*	Portugal.
Copenhague.	*Nyt Tidsskrift for Mathematik.*	Danemark.
Copenhague......	*Det Kongelige danske videnskabernes selskabs Skrifter.*	Danemark.
Cracovie..........	Académie des Sciences de Cracovie.	Autriche.
Delft.............	Académie technique.	Pays-Bas.
Édimbourg........	Société Royale d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Édimbourg........	Société mathématique d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Gand	*Mathesis.*	Belgique.
Göttingen........	Société Royale des Sciences de Göttingen.	Allemagne.
Halifax...........	Nova Scotian Institute of Science.	N[lle]-Écosse (Canada)
Hambourg........	Société mathématique de Hambourg.	Allemagne.
Harlem...........	Société hollandaise des Sciences.	Hollande.
Helsingfors.......	Société des Sciences de Finlande.	Finlande.
Kansas...........	Université de Kansas.	États-Unis.
Kasan............	Société physico-mathématique.	Russie.
Kharkow.........	Annales de l'Université.	Russie.
Kharkow.........	Société mathématique de Kharkow.	Russie.
Leipzig...........	Société Royale des Sciences de Saxe.	Allemagne.
Leipzig...........	*Mathematische Annalen.*	Allemagne.
Leipzig...........	*Archiv der Mathematik und Physik.*	Allemagne.
Liége............	Société Royale des Sciences.	Belgique.
Livourne.........	*Periodico di Matematica.*	Italie.
Londres..........	Société astronomique de Londres.	Grande-Bretagne
Londres..........	Société mathématique de Londres.	Grande-Bretagne.

Londres..........	Société Royale de Londres.	Grande-Bretagne
Luxembourg......	Institut grand-ducal de Luxembourg.	Luxembourg.
Marseille.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Mexico...........	Sociedad cientifica *Antonio Alzate.*	Mexique.
Milan............	Institut Royal lombard des Sciences et Lettres.	Italie.
Moscou...........	Société mathématique de Moscou.	Russie.
Munich...........	Académie des Sciences de Munich.	Bavière.
Naples...........	Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples.	Italie.
New-Haven.......	Académie des Sciences et Arts du Connecticut.	États-Unis.
New-York........	American mathematical Society.	États-Unis.
Odessa...........	Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.	Russie.
Palerme..........	*Rendiconti del* Circolo matematico.	Italie.
Paris............	Académie des Sciences de Paris.	France.
Paris............	Association française pour l'avancement des Sciences.	France.
Paris............	Société philomathique de Paris.	France.
Paris............	*Bulletin des Sciences mathématiques.*	France.
Paris............	*Journal de l'École Polytechnique.*	France.
Paris............	Institut des Actuaires français.	France.
Paris............	*Intermédiaire des Mathématiciens.*	France.
Pétrograde.......	Académie Impériale des Sciences.	Russie.
Pise..............	École Royale Normale supérieure de Pise.	Italie.
Pise..............	Université Royale de Pise.	Italie.
Pise..............	*Il Nuovo Cimento.*	Italie.
Prague...........	Académie des Sciences de Bohême.	Tchéco-Slovaquie.
Prague...........	*Jednota českých mathematiců a fysiků.*	Tchéco-Slovaquie.
Prague...........	Société mathématique de Bohême.	Tchéco-Slovaquie.
Princeton.........	*Annals of Mathematics.*	New-Jersey, États-Unis
Rennes...........	*Travaux de l'Université.*	France.
Rome.............	Académie Royale des *Lincei.*	Italie.
Rome.............	Società italiana delle Scienze.	Italie.
Rome.............	Società per il progresso delle Scienze.	Italie.
Sophia...........	*Annuaire de l'Université de Sophia.*	Bulgarie.
Stockholm........	*Acta mathematica.*	Suède.
Stockholm........	*Archiv for Mathematik.*	Suède.
Stockholm........	*Bibliotheca mathematica.*	Suède.
Tokyo............	Mathematico-physical Society.	Japon.
Toulouse.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Turin.............	Académie des Sciences.	Italie.
Upsal............	Société Royale des Sciences d'Upsal.	Suède.
Varsovie.........	Prace Matematyczno Fizyczne.	Pologne.
Venise...........	Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts.	Italie.
Vienne...........	Académie Impériale des Sciences de Vienne.	Autriche.
Vienne...........	*Monatshefte für Mathematik und Physik.*	Autriche.
Washington......	National Academy of Sciences.	États-Unis.
Zagreb (Agram)..	Académie Sud-Slave des Sciences et Beaux-Arts	Yougo-Slavie.
Zurich...........	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 12 JANVIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. DRACH.

La Société, réunie en Assemblée générale, procède au renouvellement de son Bureau et d'une partie du Conseil.

Élections :

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : MM. Clapier, présenté par MM. Guichard et Thybaut; l'abbé Laîné, présenté par MM. Bouligand et Roche; l'abbé Pasquier, présenté par MM. Bouligand et Roche.

Communications :

M. Maurice Fouché : *Sur la détermination du centre de courbure de la trajectoire d'un point d'un plan mobile sur lui-même.*

Je voudrais montrer comment on peut traiter cette question classique d'une manière à la fois plus simple et plus générale qu'on ne le fait d'ordinaire.

Soient I le centre instantané de rotation, (B) la base, (R) la roulante, Ix la tangente commune à ces deux courbes, Iy la normale, et M un point quelconque du plan. Nous prenons pour sens positif des arcs sur (B) et (R) le sens Ix, et pour sens positif de rotation celui d'une rotation d'un quart de tour amenant Ix sur Iy.

On pourra d'abord démontrer aisément que le point M et le centre de courbure C de sa trajectoire forment sur la normale IM deux divisions homographiques dont les points doubles sont confondus en I. Si N est la position de C qui correspond au point M rejeté à l'infini, on aura donc

$$(1) \qquad \frac{1}{\overline{IC}} - \frac{1}{\overline{IM}} = \frac{1}{\overline{IN}}.$$

Si, au contraire, c'est le point C qui s'éloigne à l'infini, et si N' est la position correspondante de M, on aura

$$\frac{1}{IC} - \frac{1}{IM} = -\frac{1}{IN'} = \frac{1}{IN}.$$

N′, symétrique de N, est le point de la droite IM dont la trajectoire a un rayon infini : c'est un point *d'inflexion* de cette trajectoire. Quant au point N, il est facile de montrer que c'est le centre de courbure commun des enveloppes de toutes les droites perpendiculaires à IM.

Soient I′ le point de la base qui devient le centre instantané de rotation quand le plan a tourné de $d\theta$, et I'_2 sa projection sur Ix qui n'en diffère que d'un infiniment petit du second ordre. Le point N est à l'intersection de IM que j'appellerai aussi Iz pour fixer le sens positif, avec la parallèle à IM menée par I'_2 qu'on aura fait tourner de l'angle $d\theta$, autour de I'_2. En projetant le contour II'_2NI sur un axe perpendiculaire à Iz, on obtiendra

$$IN = \frac{ds}{d\theta}\cos\varphi = -IN',$$

φ désignant l'angle de I_z avec Iy, et ds l'arc II′.

Comme $\frac{ds}{d\theta}$ ne dépend pas de φ, on voit déjà que les lieux de N et N′ sont des cercles symétriques tangentes à la base. Le premier sera appelé le cercle des *enveloppes*, on l'appelle aussi cercle des rebroussements. Le second est le cercle des inflexions.

Soient B le centre de courbure de la base, R celui de la roulante, b et r les rayons de courbure correspondants, IB et IR, pris avec leurs signes. On voit presque immédiatement que

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{b} - \frac{1}{r};$$

d'où

$$\frac{1}{IC} - \frac{1}{IM} = \frac{1}{\cos\varphi}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r}\right).$$

C'est la *formule d'Euler*.

Les extrémités J et J′ des diamètres des deux cercles précédents sont données par les formules

$$\frac{1}{IJ} = -\frac{1}{IJ'} = \frac{1}{b} - \frac{1}{r}.$$

La détermination des centres de courbure ne dépend donc que des points J et J′, et il n'y aura rien de changé si l'on change la base et la roulante de manière que

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{r} = \text{const.}$$

Cette relation homographique est identique à la relation (1); mais elle est relative à la droite Iy au lieu de la droite Iz. Il s'ensuit que le centre de courbure B de la base est le centre de courbure de la trajectoire du centre de courbure R de la roulante.

Une homographie est complètement déterminée par trois couples de points. Ici, nous connaissons déjà les deux couples de points doubles confondus en I. Si l'on connaît de plus sur la droite Iz un point M et le centre de courbure C de sa trajectoire, ou bien l'un des points N et N′, on sera ramené, pour la détermination des autres centres de courbure, à construire le point qui correspond dans l'homographie à un point donné. On y arrive parfaitement par la *méthode des deux projections*. Supposons d'abord les points doubles séparés I et K. Par l'un d'eux I, je mène une droite Iu, appelée *charnière*, et d'un point quelconque S du plan je projette sur Iu le deuxième point double K, en K_1 et le point M dont on connaît l'homologue C, en M_1. M_1C rencontre la droite SK_1K en un point T qui est le deuxième centre de projection. Pour avoir l'homologue de M′, pris sur Iz, on projette de S, M′ sur la charnière en M'_1, puis de T, M'_1 en C_1 sur Iz.

Dans le cas actuel, la droite SKK_1I passe au point I et la construction s'en trouve simplifiée.

Si l'on part du point à l'infini sur Iz auquel correspond le point N, supposé connu, on obtient la *règle des deux triangles semblables :*

Construire deux triangles homothétiques, l'un sur MI, l'autre sur IN (I homologue de M). La droite MT qui joint les troisièmes sommets de ces deux triangles donne sur IM le centre de courbure cherché.

Rappelons que N est la projection de J sur IM. Il suffit donc de connaître le point J, c'est-à-dire l'un des deux cercles pour pouvoir appliquer cette règle fort simple à tous les points du plan mobile. Cette méthode est plus avantageuse que la construction classique de Savary, parce que, dans bien des cas, il est plus facile de déterminer le point N ou le point J que les centres de courbure de (B) et de (R), sans compter que la construction de Savary devient illusoire si le point M est sur Oy. Par exemple on trouve immédiatement le cercle des enveloppes si le mouvement est défini par un angle mobile dont les côtés restent tangents à deux courbes fixes, ce qui comprend le cas des podaires. Si l'on connaît la trajectoire d'un point M, la règle des deux triangles semblables appliquée en sens inverse fera connaître le point N de IM, ce qui permet d'appliquer la méthode à de nombreux cas : mouvement défini par l'ensemble d'une droite et d'un point connaissant la trajectoire du point et l'enveloppe de la droite; par un vecteur dont on connaît les trajectoires des extrémités, courbes en coordonnées polaires, courbes transformées de celles-ci en multipliant l'angle polaire par un nombre invariable, ou en élevant le rayon vecteur à une puissance quelconque positive ou négative, entière ou fractionnaire, etc. L'ellipse est l'antipodaire de son cercle principal par rapport à l'un de ses foyers. En lui appliquant la construction relative à la podaire effectuée en sens inverse, on retrouve la construction du centre de courbure enseignée par M. d'Ocagne dans son cours de l'École Polytechnique, et qu'il a obtenue par des moyens tout différents.

On peut aller plus loin : Reprenons les méthodes des deux projections. Laissons la charnière invariable et déplaçons le point S sur la droite IS. La construction même montre que T est relié à S par une relation homographique de même nature que celle qui relie les points M et C :

$$\frac{1}{IT} - \frac{1}{IS} = \text{const.} = \frac{1}{IU}.$$

Seulement, la constante n'a pas la valeur qu'il faut pour que T soit le centre de courbure de la trajectoire de S. Cette constante dépend de la direction de la charnière. Si l'on veut que la constante ait la valeur convenable, il faut que le point U qui correspond au point S rejeté à l'infini soit sur le cercle des enveloppes. Alors, les propriétés les plus simples des angles inscrits montrent que la charnière doit faire avec Iz le même angle que fait IS avec Ix, et l'on obtient le *théorème de Bobillier*.

Si la droite IS se confond avec Iy, et si l'on se rappelle que B est le centre de courbure de la trajectoire de R, on pourra prendre pour centres de projections B à la place de S et R à la place de T. Alors la charnière devra être perpendiculaire à I_z et l'on retrouve la *construction de Savary* qui est bien un cas particulier de la méthode des deux projections.

La règle des deux projections conduit aussi à cette généralisation du théorème de Bobillier.

Considérons deux plans mobiles P et P_1 qui se déplacent sur un plan fixe de manière que la base soit la même pour les deux mouvements. Par le centre instantané de rotation I, commun aux deux mouvements, menons deux droites Iz dans le plan P, et Iz_1 dans le plan P_1. Les droites qui joignent deux points M et M_1 de ces deux droites et les centres de courbure C et C_1 de leurs trajectoires se coupent sur une droite passant par I qui reste la même quand M se déplace sur Iz, et M_1 sur Iz_1.

M. Bertrand Gambier : *Application imaginaire de surfaces réelles.*

J'ai montré que si une surface réelle S n'admet aucune auto-application elle recouvre complètement toute surface réelle S_1 de même ds^2, ou, si l'on préfère, S_1 recouvre une certaine fraction, non nulle, de S ou même la totalité de S suivant les circonstances. Au contraire pour que deux surfaces réelles applicables S et S_1 ne se correspondent, dans toute leur étendue, que point réel pour point imaginaire, il est nécessaire que S et S_1 aient chacune une auto-application.

Examinons la réciproque : une surface réelle, donnée, S admettant une auto-application, existe-t-il des surfaces S_1 de même ds^2 que S, réelles, ne recouvrant S sur aucune étendue ?

La réponse est aisée à faire en général et repose sur la formation de ce que j'appelle *ds^2 réduit et régions du ds^2 réduit.*

Je suppose que la surface n'a pas un ds^2 de révolution ou à courbure constante. Imaginons par exemple une quadrique à centre

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} - 1 = 0.$$

Si nous prenons comme variables indépendantes x et y, le ds^2 s'exprime par une forme quadratique en dx, dy dont les coefficients sont rationnels en x et y; les auto-applications de la surface, groupant les points huit par huit par symétries, tiennent avec cette forme du ds^2 à deux causes : z est une fonction à deux déterminations de x, y, de sorte que la surface admet une auto-application, symétrie plane xOy, qui n'est pas mise en évidence par l'inspection du ds^2; d'autre part, le changement de x en $-x$ ou de y en $-y$ ne change pas le ds^2; ceci est mis en évidence par l'inspection du ds^2, c'est ce que j'appelle une *transformation intrinsèque du ds^2*. Je peux les faire disparaître en prenant pour nouvelles variables $X = x^2$ et $Y = y^2$; avec ces nouvelles variables X, Y, il n'y a plus de transformation intrinsèque, les auto-applications résultent toutes de ce fait que le *nouveau ds^2*, dit *réduit*, étant une forme quadrique en dX, dY à coefficients uniformes, les coordonnées x, y, z sont multiformes en X et Y; le système (x, y, z) admet en effet huit déterminations. Le ds^2 est

$$(1)\quad 4ds^2 \equiv dX^2\left[\frac{1}{X}+\frac{c}{a^2}\frac{1}{1-\frac{X}{a}-\frac{Y}{b}}\right]+dY^2\left[\frac{1}{Y}+\frac{c}{b^2}\frac{1}{1-\frac{X}{a}-\frac{Y}{b}}\right]$$
$$+2\,dX\,dY\,\frac{c^2}{ab}\frac{1}{\left(1-\frac{X}{a}-\frac{Y}{b}\right)^2}$$
$$\equiv E(X, Y)\,dX^2+2F(X, Y)\,dX\,dY+G(X, Y)\,dY^2.$$

Or imaginons le ds^2 (1) donné *a priori*, si l'on écrit les inégalités

$$(2)\qquad EG-F^2>0,\quad E>0,\quad G>0$$

qui reviennent à deux seulement on définit, quels que soient les signes de a, b, c, donc qu'il s'agisse d'ellipsoïdes réels ou imaginaires, ou d'hyperboloïdes, trois *régions* et trois seulement dans le plan X, Y sans point commun, même sur leurs frontières. Or on démontre aisément que dans une région où un ds^2 est une forme quadratique définie positive on peut obtenir une infinité de surfaces réelles ayant ce ds^2 et cette région pour image. Bornons-nous par exemple au cas $a>b>c>0$, ellipsoïde réel E; alors on voit que la région 1 étant celle qui correspond à E, dans la région 2 on obtient un point de l'ellipsoïde imaginaire (x, y réels, z imaginaire pure). Donc les surfaces E_2 ou E_3, réelles, correspondant aux régions 2 et 3, ont même ds^2 que l'ellipsoïde E et à un point réel arbitraire de E_2 ou E_3 correspond un point imaginaire de E; de même E_2 et E_3 ne peuvent se recouvrir sur aucune étendue.

Cette méthode se généralisera pour un ds^2 quelconque

$$E\,du^2+2F\,du\,dv+G\,dv^2;$$

s'il existe des transformations intrinsèques, c'est-à-dire une substitution

$$(3)\qquad u_1=f(u, v),\qquad v_1=(u, v)$$

entraînant

$$(4)\qquad E(u_1, v_1)\,du_1^2+2F(u_1, v_1)\,du_1\,dv_1+G(u_1, v_1)\,dv_1^2$$
$$\equiv E(u, v)\,du^2+2F(u, v)\,du\,dv+G(u, v)\,dv^2,$$

on peut, sauf dans le cas des ds^2 de révolution ou à courbure constante, la supprimer par un changement de variables convenables. On arrive donc à un ds^2 *réduit*, avec changement de notation,

$$(5)\qquad ds^2=E(X, Y)\,dX^2+2F(X, Y)\,dX\,dY+G(X, Y)\,dY^2,$$

tel qu'à tout point réel d'une surface réelle ayant ce ds^2 correspond un seul système (X, Y), X et Y étant donc réels, et qu'aux points correspondants dans l'application de deux surfaces (ou d'une seule surface auto-applicable) les valeurs de X et Y soient les mêmes. Alors les inégalités

$$EG - F^2 > 0, \quad E > 0, \quad G > 0$$

définissent soit une, soit plusieurs régions; deux surfaces représentatives de deux régions distinctes ne peuvent se recouvrir. Les frontières des régions correspondent à des courbes remarquables sur les surfaces représentatives, caractérisées par certaines propriétés *permanentes* (lignes d'arrêt, ou courbes invariantes dans une auto-application, etc.).

On remarquera que si F n'est pas nul, le ds^2 nouveau

$$(6) \qquad ds^2 = E(X, Y)\,dX^2 - 2F(X, Y)\,dX\,dY + G(X, Y)\,dY^2$$

définit, s'il est réduit, les mêmes régions que (5); s'il n'est pas réduit, il en définit au moins autant.

Sur une surface donnée on peut réaliser le ds^2 réduit d'une infinité de façons, par substitution biunivoque sur X et Y; mais tous les ds^2 réduits sont équivalents pour l'étude de la surface.

Pour ce qui concerne deux surfaces réelles représentatives d'une même région, la question est plus délicate. J'ai donné des exemples où même dans une seule et unique région on peut obtenir des surfaces, en nombre limité ou même infini, ne pouvant se recouvrir.

SÉANCE DU 26 JANVIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

M. le Président adresse un dernier hommage à la mémoire de M. Georges Humbert, ancien président de la Société, décédé le 22 janvier.

Conférence de M. Bertrand de Fontviolant, *sur les Méthodes modernes de la Résistance des Matériaux.*

SÉANCE DU 9 FÉVRIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Deuxième *Conférence* de M. Bertrand de Fontviolant *sur les Méthodes modernes de la Résistance des Matériaux.*

SÉANCE DU 23 FÉVRIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élections :

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : MM. Jacques et Onicescu, présentés par MM. Sartre et Flamant; M. Cairns, présenté par MM. Hadamard et Boulanger.

Communications :

M. Traynard (présenté par M. Maluski) : *Sur le nombre des droites tracées sur une surface du quatrième degré.*

J'ai étudié dans ma Thèse [1] une surface hyperelliptique du quatrième degré sur laquelle 32 droites sont tracées. Ces droites sont partagées en deux ensembles de 16 droites, chaque droite rencontrant 10 droites de l'autre ensemble, et j'en ai donné la représentation symbolique par les caractères à deux chiffres introduits par G. Humbert.

Je me propose de démontrer ici que cette surface ne peut contenir une trente-troisième droite sans se décomposer. Je rappelle, en renvoyant à ma Thèse pour les détails, qu'il existe des groupes de 8 droites et des groupes de 6 droites et une conique, intersections complètes de la surface avec une quadrique.

Je considère un groupe de 8 droites : une droite A tracée sur la surface le rencontre en deux points situés soit sur deux génératrices

---

[1] *Thèses de la Faculté des Sciences de Paris*, 1907, et *Annales de l'École Normale supérieure*, 1907.

d'ensemble différent, soit sur deux génératrices du même ensemble. Écartant d'abord la première hypothèse je suppose que, le groupe de 8 droites étant

$$11' \quad 22' \quad 33' \quad 44' \quad (11') \quad (22') \quad (33') \quad (44'),$$

les deux droites rencontrées par A sont 33' et 44' par exemple. Dans le groupe suivant,

$$11' \quad 22' \quad 34' \quad 43' \quad (11') \quad (22') \quad (34') \quad (43'),$$

A ne peut rencontrer que deux des droites 34', 43', (34'), (43') qui doivent être associées en couples du même ensemble par suite de l'hypothèse initiale. Deux cas sont alors à distinguer :

1° A rencontre 33', 44', 34', 43'. Mais il existe une quadrique

$$33' \quad 44' \quad 34' \quad 43' \quad (11') \quad (22') \quad (12') \quad (21'),$$

dont A est alors une génératrice. Cette quadrique coupant la surface du quatrième degré suivant 9 droites, celle-ci se décompose.

2° A rencontre 33', 44', (34'), (43'). Elle ne peut, par suite de l'hypothèse initiale, rencontrer aucune droite qui coupe (34') ou (43'); or, les seules droites dans ce cas sont 33' et 44'; de même elle ne peut rencontrer d'autre droite du second ensemble que (34') et (43'). Or il existe par exemple la quadrique

$$12' \quad 23' \quad 34' \quad 41' \quad (12') \quad (23') \quad (34') \quad (41'),$$

qui ne serait rencontrée qu'en un point. Cette disposition n'est donc pas admissible.

Je suppose maintenant que A rencontre une droite de chaque ensemble. Autrement dit, l'intersection de la surface par un certain plan de 2 droites se décompose en 4 droites. Soit par exemple le plan 44', (44'), qui coupe en outre la surface suivant les droites A et B. L'ensemble de ces deux droites est rencontré par toutes celles des 32 droites qui ne rencontrent ni 44' ni (44'); ce sont

$$14' \quad 24' \quad 34' \quad 41' \quad 42' \quad 43' \quad (14') \quad (24') \quad (34') \quad (41') \quad (42') \quad (43').$$

Or il existe les deux quadriques

$$14' \quad 24' \quad 34' \quad (41') \quad (42') \quad (43'),$$
$$41' \quad 42' \quad 43' \quad (14') \quad (24') \quad (34'),$$

qui coupent en outre la surface suivant la conique du plan $44'$, $(44')$. La droite A, par exemple, rencontre nécessairement deux des trois droites $14'$, $24'$, $34'$, car si elle n'en rencontre que une ou zéro, B rencontre les autres et le raisonnement qui va suivre s'applique à B.

Soit donc A rencontrant $24'$ et $34'$. Il existe la quadrique

$$24' \quad 34' \quad 44' \quad (11') \quad (12') \quad (13'),$$

qui est rencontrée par A en trois points; d'ailleurs, cette quadrique coupe en outre la surface suivant la conique du plan $14'$, $(14')$; elle la coupe donc suivant 7 droites et une conique et la surface se décompose.

Le résultat annoncé est ainsi démontré : *La surface hyperelliptique du quatrième degré à* 32 *droites ne peut contenir une trente-troisième droite sans se décomposer.*

En lui-même ce fait n'aurait qu'un intérêt accessoire, mais il me paraît faire prévoir la proposition suivante, qui a plus d'importance :

Le nombre maximum des droites tracées sur une surface du quatrième degré est 32.

Dire qu'une droite est tracée sur une surface du quatrième degré, c'est imposer à cette surface une condition; d'autre part, la surface du quatrième degré dépend de 34 paramètres; déduction faite des 15 paramètres de la transformation homographique, il reste 19 paramètres vrais; mais la surface hyperelliptique à 32 droites conserve 3 paramètres, ce qui montre que l'existence des 32 droites correspond à 16 conditions; on vient de voir qu'il est impossible de particulariser les 3 paramètres restants de façon que la surface contienne des droites supplémentaires. Il ne paraît pas probable qu'une autre disposition de droites puisse conduire à une économie de paramètres supérieure à celle que réalise la surface que j'ai étudiée et par suite à un nombre de droites supérieur; mais je n'ai pu parvenir à une démonstration de ce maximum.

M. Hadamard : *Sur la comparaison des problèmes aux limites pour les deux principaux types d'équations aux dérivées partielles.*

On sait que l'étude des conditions aux limites propres à déterminer une solution u d'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre conduit à des résultats tout différents, suivant que l'équation est elliptique ou hyperbolique.

Y a-t-il cependant des problèmes aux limites que l'on puisse transposer tels quels d'un cas à l'autre?

La question se pose, par exemple, pour le cas d'une courbe fermée C (telle qu'une circonférence) dans le plan. S'il s'agit de l'équation (elliptique)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

u peut être déterminé par ses valeurs le long de C.

Peut-on de même déterminer par ses valeurs le long de C une solution de l'équation hyperbolique

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial y} = 0?$$

La réponse est négative ([1]). On l'obtient immédiatement si C est un cercle, chaque rectangle inscrit $\alpha\beta\gamma\delta$ parallèle aux axes donnant une condition de possibilité $u_\alpha + u_\gamma = u_\beta + u_\delta$.

Lorsque C est une ellipse, elle se présente de même ou sous une forme un peu différente, suivant qu'un certain argument h est commensurable ou incommensurable avec π. Dans le second cas, on a des conditions de possibilité de nature infinitaire, consistant, non en ce que certaines quantités doivent s'annuler, mais en ce qu'une certaine suite de coefficients du développement trigonométrique de u sur C doit tendre vers zéro avec une rapidité minima assignable à l'avance.

M. A. Buhl : *Sur les volumes engendrés par la rotation d'un contour sphérique.*

1. La question du volume engendré par un contour sphérique en rotation autour d'un axe quelconque paraît être en relation avec d'autres questions géométriques et pouvoir donner ainsi d'assez abondants développements.

Tout d'abord il faut rappeler une fois de plus qu'elle rentre, comme cas très particulier, dans les résultats généraux de M. G. Kœnigs, relatifs au mouvement quelconque d'un contour fermé (*Journal de*

([1]) Les vraies données propres à déterminer u s'obtiennent (C étant, par exemple, supposée convexe) en considérant les quatre arcs en lesquels C est divisée par les points de contact de ses tangentes parallèles aux axes et se donnant u sur le premier et le troisième arc, les données de Cauchy sur le deuxième et rien sur le quatrième. C'est cette remarque, indiquée par M. Picard en 1907 dans ses *Leçons* à la Sorbonne, qui m'a suggéré la présente Communication.

Mathématiques, 1889). Elle est aussi en relation avec les aires sphéro-coniques de M. G. Humbert, aires déterminées sur une sphère par un cône qui la transperce (cf. *Géométrie et Analyse des intégrales doubles*, Gauthier-Villars et C[ie], 1920).

Bien que ces analogies constituent, à mon avis, le plus grand intérêt de la question, je me propose ici de réduire celle-ci à elle-même. Comment pourrait-on, de manière directe et aussi simple que possible, évaluer le volume en litige? Le théorème suivant, s'il n'est pas le plus simple, est, à coup sûr, peu compliqué.

Quand un contour fermé, C, *tracé sur une sphère* S *de centre* O *tourne autour d'un axe quelconque* AB *situé à une distance* ρ *de* O, *ce contour engendre un volume produit de deux facteurs qui sont :* 1° *le chemin circulaire* $2\pi\rho$ *décrit par* O; 2° *l'aire plane contenue dans la projection du contour* C *sur le plan* OAB.

Pour démontrer ce théorème, je puis supposer que O est l'origine de trois axes rectangulaires par rapport auxquels la droite AB a pour équations

$$x = -\rho, \qquad z = 0.$$

Soit un point M de la sphère S en lequel nous considérerons l'élément d'aire $d\sigma$; soient aussi λ, μ, ν les cosinus directeurs de OM. Soit encore δ la plus courte distance de OM et de AB.

Les cosinus directeurs de δ sont

$$-\frac{\nu}{\sqrt{\lambda^2+\nu^2}}, \quad 0, \quad \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2+\nu^2}}.$$

La normale au plan contenant δ et AB a, de même, pour cosinus directeurs

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2+\nu^2}}, \quad 0, \quad \frac{\nu}{\sqrt{\lambda^2+\nu^2}}.$$

Dès lors, l'élément $d\sigma$ pouvant être considéré comme plan, le volume coronnal élémentaire dV qu'il engendre en tournant autour de AB peut être évalué par le théorème de M. G. Kœnigs relatif aux aires planes tournant autour d'axes *quelconques*, théorème que l'on trouvera dans les publications précitées et d'après lequel dV doit être égal au produit de $2\pi\delta$ par la projection de $d\sigma$ sur le plan δAB. Donc

$$dV = 2\pi\delta\sqrt{\lambda^2+\nu^2}\,d\sigma.$$

D'autre part, pour la plus courte distance δ, on a immédiatement

$$\delta = \frac{\rho\nu}{\sqrt{\lambda^2+\nu^2}}.$$

Donc

$$dV = 2\pi\rho\nu\, d\sigma.$$

Ceci, pour l'élément $d\sigma$, démontre le théorème énoncé d'abord, puisque $\nu\, d\sigma$ est la projection de $d\sigma$ sur le plan OAB. Et si le théorème est vrai pour $d\sigma$, il est vrai pour une aire sphérique finie.

Tout compte fait, ce théorème est bien élémentaire et, quoique mes recherches bibliographiques ne me l'aient point fait rencontrer ailleurs, je ne sais si je puis le considérer comme vraiment original. Mais ce qui doit, malgré tout, avoir quelque intérêt, c'est précisément la facilité avec laquelle on passe du théorème de M. Kœnigs relatif à l'aire plane au théorème relatif à l'aire sphérique. Il me semble bien que cette analogie n'a pas été signalée jusqu'ici.

2. De telles considérations fourmillent d'ailleurs d'analogies de formes diverses. Bornons-nous à rappeler la suivante.

Soit une sphère S′ ayant pour diamètre le rayon Oz de S si z est le point où Oz coupe S.

On démontre facilement que la nappe conique ayant O pour sommet et le contour C (tracé sur S) pour directrice détermine sur S′ une aire sphérique égale à l'aire plane enfermée dans la projection de C sur le plan OAB.

On peut donc, à volonté, dans l'évaluation du volume tournant dû à un contour sphérique, faire intervenir le produit de $2\pi\rho$ soit par une aire plane, soit par une aire sphérique.

Enfin comme conséquence du théorème de M. Kœnigs et des résultats précédents on peut encore parvenir à cet élégant énoncé :

Soit un contour fermé plan F *enfermant une aire de centre de gravité* G. *Soit un axe* AB *du même plan ne coupant pas* F. *Soit* Γ *le cylindre droit admettant* F *comme section droite. Toutes les sections droites de* Γ *et toutes ses sections sphériques de centre* G *sont des contours qui, par rotation autour de* AB, *donnent des volumes tournants équivalents.*

M. Lebesgue : *Sur les constructions possibles avec le compas seul en géométrie sphérique.*

SÉANCE DU 9 MARS 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Election :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Axell Egnell, présenté par MM. Guichard et Lebesgue.

Communication :

M. S. Bays : *Sur le problème des triples de Steiner et sa généralisation.*

1. Le problème des *triples* ou *triades* de Steiner est connu :

Pour quel nombre d'éléments N *peut-on trouver un système de triples (combinaisons* 3 *à* 3) *contenant* UNE FOIS ET UNE SEULE FOIS *chaque couple de ces éléments? Pour un* N *donné, combien y a-t-il de systèmes* DIFFÉRENTS, *c'est-à-dire de systèmes qui ne proviennent pas l'un de l'autre par une permutation des* N *éléments?*

Les derniers résultats dans le problème sous sa forme générale ont été obtenus par H. White, F. Cole et L. Cummings ([1]). Ils ont obtenu entre autres les systèmes de triples de Steiner différents pour $N=15$; leur nombre est 80.

Je ne me suis occupé moi-même que d'une classe particulière de solutions du problème ([2]) : les systèmes de triples *cycliques* pour $N=6n+1$ éléments. Un système de triples de Steiner des $6n+1$ éléments $0, 1, 2, \ldots, 6n$, est *cyclique* lorsque ses $\frac{N(N-1)}{6}=n(6n+1)$ triples sont répartis en n séries cycliques de la forme ([3])

$$a+x, \quad b+x, \quad c+x \qquad (x=0, 1, 2, \ldots, 6n).$$

J'ai actuellement un résultat général : pour $N=6n+1$, premier, un système de caractéristiques ([2]) *déterminant sans autre* $\left[\frac{2^{n-1}}{n}\right]$ ([4]) *systèmes cycliques de Steiner différents*, et un procédé permettant d'obtenir pour les premières valeurs de $N=6n+1$, premier ou puissance de nombre premier, *tous les systèmes cycliques de Steiner*

([1]) F.-N. Cole, *Transactions of the Amer. Mathem. Society*, vol. XIV, 1913, n° 1, p. 1. — H.-S. White, *Ibid.*, même numéro, p. 6. — S.-D. Cummings, *Ibid.*, vol. XV, 1914, n° 3, p. 311. — H. White, vol. XVI, 1915, n° 1, p. 14. — F. Cole, L. Cummings et H. White, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. II, 1916, p. 197.

([2]) *Voir* deux Notes des *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 543; t. 171, 1920, p. 1363.

([3]) a, b, c sont trois des nombres $0, 1, 2, \ldots, 6n$. Par chaque nombre $a+x$, $b+x$, $c+x$, j'entends son plus petit reste positif $(\bmod N)$.

([4]) En entendant par ces crochets le premier entier qui *dépasse* ou *est égal* à $\frac{2^{n-1}}{n}$.

différents. J'ai effectué jusqu'ici cette recherche pour $N = 7, 13, 19, (25), 31, 37, 43$; les nombres correspondants des systèmes cycliques de triples différents sont 1, 1, 4, (12), 80, 820, 9380. L'intérêt d'ailleurs est moins maintenant dans ces nombres que dans la manière dont se répartissent ces systèmes cycliques différents, pour chaque N, et les groupes qu'ils possèdent; *répartition et groupes qui dépendent entièrement de la constitution de certains systèmes de caractéristiques fondamentaux désignés par* S''. Chaque système S'' détermine une famille de systèmes cycliques de triples différents à symétrie propre. C'est maintenant une loi de formation de ces systèmes S'' qu'il s'agit d'obtenir.

2. Il y a intérêt à généraliser le problème des triples de Steiner, ne serait-ce que pour aider à sa résolution. La question de la constitution de certains systèmes S'' pour $N = 43$, par exemple, dépend de systèmes de *quadruples* cycliques, et même pour l'un d'eux d'un système de *septuples* cyclique.

Le problème des *quadruples* est naturellement celui-ci :

Pour quel nombre d'éléments N *peut-on trouver un système de quadruples* (*combinaisons* 4 *à* 4), *tel que chaque triple de ces éléments entre* UNE FOIS ET UNE SEULE FOIS *dans un quadruple ?*

Pour qu'un système de *triples* existe pour N éléments, la condition nécessaire est l'intégrité de

$$\frac{N-1}{2}, \quad \frac{N(N-1)}{2.3}, \tag{1}$$

ce qui exige N de la forme $6n+1$ ou $6n+3$. D'autre part, pour chaque N de la forme $6n+1$ et $6n+3$, il existe des systèmes de triples de Steiner.

Pour qu'un système de *quadruples* existe pour N éléments, la condition nécessaire est l'intégrité de

$$\frac{N-2}{2}, \quad \frac{(N-1)(N-2)}{2.3}, \quad \frac{N(N-1)(N-2)}{2.3.4}. \tag{2}$$

Les deux premières conditions (2) reviennent aux conditions (1), en substituant dans celles-ci $N-1$ à N. Elles exigent donc $N = 6n+2$ ou $6n+4$. La troisième condition (2) n'introduit pas ici une nouvelle restriction.

Existe-t-il maintenant des systèmes de quadruples pour chaque

$N = 6n + 2$ et $6n + 4$? Je réponds par un système pour les deux premières valeurs de N.

$N = 8$, *forme* $6n + 2$. — Soient les éléments 0, 1, 2, ..., 7. Un système de quadruples est

0	1	4	5	0	2	4	6	0	1	2	3	0	2	5	7
1	2	5	6	1	3	5	7	2	3	4	5	2	4	7	1
2	3	6	7					4	5	6	7	4	6	1	3
3	4	7	0					6	7	0	1	6	0	3	5

Ce système n'est pas cyclique; il ne possède que le sous-groupe $[(x, 1 + x)^2]$ du groupe cyclique $[(x, 1 + x)]$. Pour ce cas $N = 8$, il n'existe *aucun* système de quadruples cyclique.

$N = 10$, *forme* $6n + 4$. — Soient les éléments 0, 1, 2, ..., 9. Il existe pour $N = 10$ *un seul* système de quadruples cyclique, celui qui est déterminé par les trois quadruples suivants [1] :

0 1 3 4 0 1 2 6 0 2 4 7

3. Le problème des *quintuples est :*

Pour quel nombre d'éléments N *peut-on trouver un système de quintuples, tel que chaque quadruple de ces éléments entre* UNE FOIS ET UNE SEULE FOIS *dans un quintuple ?*

Pour qu'un système de quintuples existe pour N éléments, la condition nécessaire est l'intégrité de

$$(3)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{N-3}{2},\quad \dfrac{(N-2)(N-3)}{2.3},\quad \dfrac{(N-1)(N-2)(N-3)}{2.3.4}, \\ \qquad\qquad \dfrac{N(N-1)(N-2)(N-3)}{2.3.4.5}. \end{array}\right.$$

Les trois premières conditions (3) reviennent aux conditions (2), en substituant dans celles-ci $N-1$ à N. Elles exigent donc $N = 6n + 3$ ou $6n + 5$. Ici la quatrième condition apporte aux deux formes une restriction; n ne doit pas être de la forme $5x + 1$ dans $6n + 3$, et $5x + 4$ dans $6n + 5$.

Existe-t-il maintenant des systèmes de quintuples pour chacune des formes permises? Pour la première valeur $N = 11$, voici un système de quintuples cyclique, contenant donc les 330 quadruples de

[1] Formé donc des 30 quadruples découlant de ces trois premiers par la substitution cyclique (0, 1, 2, ..., 9).

11 éléments (¹) :

0 1 2 3 5 0 1 2 6 9 0 1 2 7 8 0 1 3 4 7 0 1 3 6 8 0 1 5 7 9

Il en existe un second :

0 1 2 3 9 0 1 2 4 7 0 1 2 5 6 0 1 3 4 8 0 1 3 5 7 0 1 4 6 9

mais il est équivalent au premier et s'en déduit par la permutation $|x, \mathrm{N} - x|$, de sorte que probablement existe pour les quintuples le même théorème que pour les triples :

Les systèmes cycliques de quintuples vont par couples de systèmes équivalents, sans quintuples communs, déductibles l'un de l'autre par la substitution $|x, \mathrm{N} - x|$ (²).

En terminant, la question suivante a peut-être déjà quelque intérêt. Pour l'existence d'un système de n-uples de N éléments, la condition nécessaire est l'intégrité de

$$\frac{[\mathrm{N}-(n-2)]}{2}, \quad \frac{[\mathrm{N}-(n-3)][\mathrm{N}-(n-2)]}{2.3}, \quad \ldots,$$
$$\frac{\mathrm{N}(\mathrm{N}-1)\ldots[\mathrm{N}-(n-3)][\mathrm{N}-(n-2)]}{2.3\ldots n}.$$

Existera-t-il indéfiniment des nombres N *satisfaisant à cet ensemble de conditions, ou viendra-t-il un n à partir duquel le problème n'est plus possible pour aucun* N ?

M. Pomey : *Sur un problème de probabilités posé par la conduite d'appareils téléphoniques automatiques.*

Le calcul de ces probabilités trouve un nouveau champ d'application dans le calcul du nombre des organes de mise en communication qui sont nécessaires à un commutateur téléphonique destiné à un réseau dans lequel des études de statistique ont fait ressortir l'activité à prévoir pour le trafic. La question est d'importance pour les commutateurs automatiques.

Récemment, pour le bureau de Fleurus à Paris, l'Administration a demandé des propositions à des constructeurs pour des organes répar-

(¹) En n'écrivant de nouveau que les quintuples de tête des séries cycliques fournies par la substitution (0, 1, 2, ..., 9, 0').

(²) Ce théorème pour les triples a été remarqué par H. White (travail cité plus haut, 1913) pour le cas particulier du système cyclique de triples de 13 éléments. Je l'ai établi d'une manière générale.

titeurs automatiques d'appels. Le problème avait été ainsi posé. Le bureau doit desservir 6000 abonnés; chacun appelle un nombre de fois égal en moyenne à 1,80 par heure, la durée moyenne de la conversation est de 2,25 minutes. L'un des constructeurs a proposé des organes conçus à peu près comme suit : d'un côté, se trouvent les abonnés appelants; chacun se trouve représenté par un plot où sa ligne aboutit et, dès qu'il décroche son téléphone, un chercheur se met, au bureau central, immédiatement en mouvement pour prendre contact successivement avec les divers plots, et la construction est telle qu'il s'arrête sur la ligne appelante.

Le chercheur est lui-même relié en permanence à un autre chercheur qui s'inquiète de trouver à son associé un cordon avec une fiche disponible. Un cordon avec fiche s'appelle un *monocorde*. Le second chercheur dont je viens de parler est aussi un organe automatique qui tâte les divers plots où sont raccordés les monocordes et qui s'arrête dès qu'il a trouvé un monocorde disponible. Alors un téléphoniste intervient et achève la communication. Le bureau téléphonique de Fleurus ne sera donc pas un automatique. Mais il y aura une répartition automatique des appels entre les diverses opératrices du bureau.

Voici alors la combinaison adoptée :

Un chercheur double comprend un chercheur O_1C qui tourne autour de O_1 et qui tâte les plots **1**, **2**, **3**, ... et **50**. L'abonné n° **3** est par exemple rattaché au plot **3**; mais comme le chercheur O_1C peut déjà avoir été mis en mouvement par une autre demande, la ligne de l'abonné n° **3** aboutit non seulement au plot **3** du chercheur double $O_1O'_1$, mais encore aux plots n° **3** de 11 chercheurs semblables. C'est ce qu'on appelle un *multiplage*. Par le fait, à un groupe de 50 abonnés correspondront $50 \times 11 = 550$ plots. Passons à l'autre bout du chercheur double.

Le chercheur double $O_1O'_1$ comprend un chercheur de monocordes O'_1C'. Si le plot **1'** est libre, l'abonné n° **3** sera relié par $O_1O'_1$ et **1'** à un premier monocorde qui servira à l'établissement de la communication. Mais il se peut que ce monocorde soit occupé. Le chercheur continuera donc sa marche jusqu'à ce qu'il en rencontre un disponible.

Or l'expérience (ou le calcul des probabilités) a montré que, pour desservir 50 *abonnés* de façon à ne perdre qu'un appel sur 1000, il fallait 11 chercheurs doubles et l'expérience (ou le calcul des probabilités) a montré de même que, si l'on a 50 *monocordes* à sa disposition, on peut desservir 460 abonnés avec la même chance de ne perdre qu'un appel sur 1000. Ces nombres se rapportent à l'activité du trafic qui a été donnée (1,80 appel à l'heure; 2,25 minutes de durée de conversation). On est ainsi amené à répéter 9 fois le groupe des onze chercheurs doubles, de façon à avoir $50 \times 9 = 450$ (nombre voisin de 460) abonnés pour les 50 monocordes auxquels aboutissent les appels.

$$\text{50 monocordes...}\left\{\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} O'_1 \overset{1}{\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}} O_1 \\ O'_2 \overset{2}{\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}} O_2 \\ O'_3 \overset{3}{\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}} O_3 \\ \dots\dots\dots\dots \\ O'_{11} \overset{11}{\rule[0.5ex]{4em}{0.4pt}} O_{11} \end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{50 abonnés.}\\ \text{I.}\end{array} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \left\}\begin{array}{l}\text{50 autres abonnés.}\\ \text{II.}\end{array}\right. \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad \text{III, etc.} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \left\}\begin{array}{l}\text{50 autres abonnés.}\\ \text{IX.}\end{array}\right. \end{array}\right\}\text{450 abonnés.}$$

I, II, III, etc. et IX forment neuf groupes identiques, composés chacun de 11 chercheurs doubles.

Chaque chercheur double cherche à droite entre 50 abonnés et à gauche entre 50 monocordes. Chaque chercheur double se met en marche à tour de rôle.

Du côté des abonnés, nous avons ce qu'on appelle un *multiplage* sur 11 chercheurs doubles pour chaque abonné, et, du côté des monocordes, nous avons un multiplage de 50 monocordes sur les neuf groupes de 11 chercheurs.

Comme il y a 6000 abonnés, tout l'ensemble décrit est répété 13 fois. Car 6000 : 13 est voisin de 450.

Avec les données indiquées par l'Administration, chaque abonné occupe une durée de

$$\frac{2,25 \times 1,80}{60} = 0,067 \qquad \text{(fraction d'heure);}$$

le calcul des probabilités donne 11 pour le nombre d'organes nécessaires à ces 50 abonnés.

De même, le calcul des probabilités indique que, pour la probabilité d'un appel perdu par 1000, 50 monocordes peuvent écouler un trafic de $30^{h}96^{m}$ (l'unité de durée d'occupation étant l'heure).

Or $30,96 : 0,067$ donne 460 ; c'est le nombre des abonnés qu'on peut grouper sur 50 monocordes, en admettant que chaque abonné occupe sa ligne pendant $0^h,067$.

La formule d'Erlang (qui paraît la plus employée) est

$$P = \frac{\dfrac{a^x}{x!}}{1 + a + \ldots + \dfrac{a^x}{x!}}.$$

Ici, $P =$ la probabilité de $\frac{1}{1000}$ et si a est pris égal à $0,067$, on trouve $x = 11$.

De même encore, si l'on prend toujours $P = \frac{1}{1000}$ et que x soit égal à 50, le nombre a représentera $30,96$.

La formule d'Erlang est déduite de la théorie, moyennant certaines hypothèses simplificatrices.

Des formules analogues à celle d'Erlang ont été aussi proposées. Il serait intéressant de préciser les hypothèses impliquées dans les simplifications adoptées par les divers auteurs.

Le journal *Automatic Telephone* [1] de Chicago (New-York Office 21 East 40 th. st.) a publié des études détaillées sur ce sujet.

Les travaux d'Erlang et d'Englet ont été donnés dans l'*Électrotechnische Zeitschrift*.

Le *Journal des Ingénieurs* du Post Office de Londres a aussi donné d'importants résumés.

M. Cornet, ingénieur des Télégraphes, 75, boulevard Brune, pourra donner les renseignements de détail ou de bibliographie nécessaires à ceux que ces questions intéresseraient.

SÉANCE DU 13 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Conférence de M. Parenty *sur l'onde stationnaire dans les jets de vapeur et de gaz à travers les orifices.*

Conférence de M. Esclangon *sur les ondes produites par les projectiles.*

---

[1] H.-E. CLAPHAM, Editor Chicago U.S.A.

SÉANCE DU 27 AVRIL 1921.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL LÉVY.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Forrest H. Murray, présenté par MM. Boutroux et Chazy.

Communication :

M. Paul Lévy : *Sur la notion de moyenne dans l'espace fonctionnel.*

Soit dans l'espace fonctionnel un volume V limité par une surface S. Les parties intérieures du volume ont une mesure négligeable à côté de celles voisines de la surface, et par suite la moyenne dans l'ensemble du volume d'une fonctionnelle uniformément continue ne dépend que de ses valeurs sur la surface S (pour la définition de la moyenne dans l'espace fonctionnel, *voir* le Mémoire de Gateaux dans le *Bull. Soc. math.*, 1919). On pourrait être tenté en conséquence de penser que la moyenne dans le volume et la moyenne sur la surface sont égales. Il n'en est pas toujours ainsi. La moyenne dans le volume se ramène à une moyenne sur la surface, *à condition d'accorder à des éléments d'aire égaux des poids inversement proportionnels aux valeurs correspondantes de la courbure moyenne* K.

On s'en rend compte aisément en remarquant que le volume V peut se réduire, en négligeant des parties négligeables, à la portion comprise entre la surface S et la surface voisine S', obtenue en portant sur la normale en chaque point où la courbure moyenne K est positive (en prenant le sens positif de la normale vers l'intérieur), une longueur $\frac{\varepsilon}{K}$ (ε étant une constante très petite). Si l'on divise la surface S en éléments égaux, les éléments correspondants de S' seront aussi égaux et le volume considéré est divisé en troncs de cônes dont les mesures sont proportionnelles à leurs hauteurs, c'est-à-dire inversement proportionnelles aux valeurs de K.

Il est d'ailleurs fréquent dans l'espace fonctionnel qu'une variété soit telle que n'importe quelle fonctionnelle uniformément continue U y soit presque partout égale à sa moyenne m, c'est-à-dire que, quelque petit que soit ε, les parties de la variété considérée pour lesquelles U n'est pas compris entre $m - \varepsilon$ et $m + \varepsilon$ sont négligeables devant les autres. Nous dirons qu'une telle variété est de la première catégorie. Si la surface S considérée ci-dessus est de la première catégorie, sa courbure moyenne en particulier a presque partout une même valeur et il est inutile de la faire intervenir dans le calcul de la moyenne.

On peut aisément définir des surfaces qui ne sont pas de la première catégorie. Soit une surface S décrite par des variétés V dépendant de p paramètres, ayant des mesures comparables (c'est-à-dire qu'aucune n'est négligeable devant les autres), et dont chacune est de la première catégorie. La surface S est ce que nous appellerons une *surface de la deuxième catégorie et d'ordre p*. Un système de q fonctionnelles peut évidemment y prendre des systèmes de valeurs dépendant d'un nombre de paramètres égal au plus petit des nombres p et q, chacun de ces systèmes étant réalisé dans une fraction non négligeable de l'aire totale. Il peut arriver en particulier que les valeurs moyennes de K dans les différentes variétés V ne soient pas toutes égales, et alors il est effectivement nécessaire d'introduire la courbure moyenne dans le théorème énoncé au début.

SEANCE DU 12 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Noaillon, présenté par MM. Hadamard et Boulanger.

Communication :

M. Hadamard : *Sur les transformations ponctuelles.*

Étant donnée une transformation ponctuelle qui à chaque point P d'un certain domaine G fait correspondre un point-image P′, lequel décrit un second domaine G′, la première question qui se pose est de savoir à quelles conditions cette transformation est biunivoque, c'est-à-dire telle que chaque point P′ est l'image d'un seul et unique point P. On est d'ailleurs forcément conduit à la traiter en deux étapes, en se plaçant d'abord au point de vue *local*, autrement dit en se demandant si, autour d'un point déterminé quelconque P de G, existe un domaine partiel g ayant avec son image g' une correspondance biunivoque.

Cette condition locale étant supposée vérifiée autour de chaque point P, il s'agit de savoir quelles conditions supplémentaires il y a lieu de lui adjoindre pour assurer la même conclusion en ce qui concerne l'ensemble du domaine G.

C'est la question dont je me suis occupé en 1906 (1) pour le cas où G est le plan ou l'espace à n dimensions tout entier.

Un problème tout semblable se pose pour des domaines limités. C'est lui, en particulier, qu'introduit la théorie de la représentation conforme et que M. Picard a été ainsi conduit à résoudre dans son *Traité d'Analyse* (2), G étant une aire plane. La conclusion supplémentaire est alors la suivante :

La correspondance doit être biunivoque entre le contour C de l'aire G et son image C'; autrement dit, celle-ci doit être une courbe de Jordan, dépourvue de points doubles.

Dans le Tome **26** (1917) des *Archiv der Math. und Physik*, MM. Carathéodory et Rademacher reviennent sur cette question et, en particulier, sur la démonstration de M. Picard. Ils lui reprochent de faire intervenir la formule de Cauchy relative aux fonctions analytiques et la remplacent par une autre fondée sur des considérations assez délicates de théorie des ensembles.

Il y a lieu d'observer, si tant est que ce ne soit pas là enfoncer une porte ouverte, que la démonstration de M. Picard ne fait appel qu'en apparence aux propriétés des fonctions analytiques. En réalité, elle ne repose que sur les propriétés de l'indice de Kronecker, qui s'introduisent d'elles-mêmes dans toute question de cette nature et ne supposent que la continuité des fonctions employées.

Il suffit pour le voir, comme j'ai eu l'occasion de le montrer dans les conférences que j'ai professées à Madrid en 1919, de reprendre les considérations mêmes par lesquelles, dans une Note additionnelle insérée à la suite de l'*Introduction à la théorie des fonctions d'une variable* de J. Tannery (2e édition), j'avais déduit le théorème de M. Schönflies de celui de M. Jordan.

Non seulement le théorème est ainsi établi pour le cas du plan, mais la démonstration s'étend d'elle-même au cas d'espaces à un nombre quelconque n de dimensions, étant donné que les travaux de M. Lebesgue ont étendu le théorème de M. Jordan à de tels espaces. En d'autres termes, si le domaine à n dimensions G a une image G' telle que, localement, la correspondance soit toujours biunivoque et

---

(1) *Voir* le Tome XXXIV de ce *Bulletin*, p. 71.

(2) Tome II, p. 309.

si, en outre, la frontière C de G a pour image une surface ou hypersurface de Jordan (donc sans points doubles), la correspondance est biunivoque relativement à l'ensemble des domaines G, G'.

La forme de condition supplémentaire donnée par MM. Carathéodory et Rademacher est cependant assurément digne d'intérêt, quoi qu'elle soit notablement moins simple (¹) que celle qui avait été donnée par nous-même pour le cas des espaces illimités, et par M. Picard pour le cas d'aires limitées, par le fait qu'elle s'applique aux deux cas et qu'on peut, en effet, en déduire les deux résultats en question (²).

SÉANCE DU 26 MAI 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Hostinsky, présenté par MM. Ricard et Kœnigs.

Communications :

M. Barré : *Note sur les lignes isoclines.*

Soit donnée l'équation différentielle du premier ordre

$$F(x, y, y') = 0, \tag{1}$$

on sait que l'on appelle *isoclines* les lieux des points du plan pour lesquels l'intégrale a la même pente, autrement dit les lignes définies par

$$F(x, y, K) = 0. \tag{2}$$

M. Massau a tiré de la considération de ces lignes un excellent parti pour la construction graphique des intégrales de l'équation (1). Les particularités présentées par les isoclines renseignent également sur

(¹) Cette condition est qu'à une suite de points P de G n'ayant aucun point d'accumulation dans le domaine (ouvert) G corresponde nécessairement une suite de points images P' sans points d'accumulation dans G'.

(²) Cette déduction n'est faite par les auteurs qu'en ce qui concerne le cas des aires limitées. Elle est toutefois aisée pour le cas (laissé de côté par eux) des espaces complets.

celles des intégrales. Le savant ingénieur belge a montré, notamment, qu'en un point où l'isocline touche l'intégrale, celle-ci est inflexionnelle. Le lieu de ces points est une courbe $\mathfrak{J}$. M. Massau ajoute qu'aux points ou $\mathfrak{J}$ touche l'isocline correspondante, et par suite l'intégrale, l'isocline est inflexionnelle. Nous avons bien aisément retrouvé ce résultat, mais la proposition de M. Massau doit être complétée ainsi qu'il suit :

En un point du lieu $\mathfrak{J}$ des inflexions des intégrales où ce lieu touche à la fois l'intégrale et l'isocline qui y passent :

1° *L'isocline présente, en général, une inflexion ordinaire;*

2° *L'intégrale présente, en général, un méplat ordinaire.*

Ces résultats s'obtiennent très simplement par dérivation des équations (1) et (2) en considérant suivant le cas dans cette dernière K comme constant (isocline) ou K comme une fonction implicite de x et de y satisfaisant à la fois à l'équation (2) et à la suivante :

$$\frac{dF(x, y, K)}{dx} + K\frac{dF(x, y, K)}{dy} = 0. \tag{3}$$

M. Boulanger : *Sur l'intégration des équations hypergéométriques du troisième ordre.* — Enumération des divers types d'équations hypergéométriques du troisième ordre, intégrables algébriquement (application d'une méthode indiquée en 1885 par M. Goursat et consistant en l'identification des substitutions fondamentales du groupe de l'équation et de substitutions canoniques spéciales de chacun des groupes linéaires ternaires finis).

SÉANCE DU 8 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL LÉVY.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Yayotaro Abe, présenté par MM. Hadamard et Flamant.

Communication :

M. le commandant Marmion : *Sur les courbes dont les normales principales rencontrent deux droites fixes.*

SÉANCE DU 22 JUIN 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Communication :

M. Jean Chazy : *Sur la théorie de la relativité.*

La formule célèbre de la théorie de la relativité

$$ds^2 = \left(1 - \frac{a}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{a}{r}} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2$$

contient une fonction arbitraire d'une variable. Si l'on substitue dans cette formule à la distance r du point gravitant au centre fixe, une fonction arbitraire de cette distance, les nouveaux coefficients satisfont encore aux dix équations différentielles formées par Einstein.

Dans les Mémoires et Ouvrages que j'ai lus, je n'ai pas trouvé de raison pour particulariser cette fonction arbitraire et la remplacer par la distance elle-même, sauf *dans une certaine mesure* les vérifications expérimentales de la théorie : avance du périhélie de Mercure et déviation des rayons lumineux au voisinage du Soleil.

SÉANCE DU 13 JUILLET 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Bouny, présenté par MM. Flamant et Galbrun.

Communication :

M. Auric : *Sur la courbe de raccordement entre deux droites données* (1).

---

(1) *Voir* l'article de M. Appell, *Bulletin de la Société*, 1921, et *Note sur diverses courbes de raccordement par* M. Auric (*Annales des Ponts et Chaussées*, t. IV, 1908. p. 84).

Soient deux droites données OAA′, OBB′ qu'on désire raccorder en A et en B avec

$$\mathrm{OA} = a, \qquad \mathrm{OB} = b.$$

La courbe doit évidemment, autant que possible, posséder en ces deux points une courbure nulle comme les droites avec lesquelles elle se raccorde; en prenant OA et OB comme axes de coordonnées on pourra choisir comme solution simple

$$\begin{aligned} y &= b + px^3 + qx^4 \qquad (y = b \text{ pour } x = 0), \\ y' &= \phantom{b+{}} 3px^2 + 4qx^3, \\ y'' &= \phantom{b+{}} 6px + 12qx^2. \end{aligned}$$

On voit immédiatement que $y'' = 0$ pour $x = 0$; en écrivant en outre que y et y'' s'annulent pour $x = a$, il vient

$$y = b\left(1 - \frac{2x^3}{a^3} + \frac{x^4}{a^4}\right)$$

et l'on vérifie aisément que cette courbe remplit bien les conditions voulues.

Le maximum de courbure a lieu pour $x = \frac{a}{2}$ et l'on trouve pour les valeurs correspondantes

$$y = \frac{13}{16}b, \qquad y' = -\frac{b}{a}, \qquad y'' = -\frac{3b}{a^2}.$$

La tangente en ce point est donc parallèle à AB.

On aurait pu évidemment en permutant les axes de coordonnées prendre comme courbe de raccordement

$$x = a\left(1 - \frac{2y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4}\right).$$

Le maximum de courbure aurait eu lieu alors pour

$$y = \frac{b}{2}$$

avec

$$x = \frac{13}{16}a, \qquad x' = -\frac{a}{b}, \qquad x'' = -\frac{3a}{b^2}.$$

On pourrait également prendre une combinaison linéaire des deux courbes ainsi obtenues.

Ces remarques pourront être utilisées pour la solution du problème des raccordements des routes et des voies ferrées.

SÉANCE DU 26 OCTOBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élection :

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Leroy (Florentin), présenté par MM. Bouligand et Leroux.

Communications :

M. Fatou : *Sur la résolution approchée en nombres entiers des équations linéaires et ses rapports avec la théorie des fonctions.*

M. Gambier : *Représentation conforme de deux surfaces avec conservation des lignes de courbure et de la valeur absolue du rapport des rayons de courbure principaux.*

Si une correspondance ponctuelle entre deux surfaces S et S_1 conserve les lignes de longueur nulle et les asymptotiques, on constate que les images sphériques de S et S_1 sont aussi en représentation conforme.

Réciproquement, si deux surfaces S et S_1 sont en représentation conforme et si leurs images sphériques le sont aussi, on constate deux cas distincts :

1° Ou bien les deux surfaces sont dans la correspondance précédemment définie, que j'appellerai P_1. Il est équivalent de dire que les lignes de longueur nulle et les lignes de courbure sont conservées et que le rapport $\frac{R}{R'}$ des rayons de courbure principaux homologues est conservé.

2° Ou bien les lignes de longueur nulle et les lignes de courbure sont conservées, et le rapport $\frac{R}{R'}$ change de signe, en conservant la même valeur absolue. J'appelle P_2 cette correspondance.

Une surface S quelconque ne peut pas, *en général*, être associée à une autre surface S_1 de façon à réaliser la correspondance P_1 ou P_2. On néglige pour P_1 le cas banal où S_1 est semblable à S. Quand le problème est possible, il fait correspondre à la surface S une surface S_1 dépendant suivant le cas de 0, 1 ou 2 paramètres arbitraires de forme, si S n'est ni une sphère, ni une surface minima.

Deux surfaces minima quelconques admettent ∞^3 correspondances P_1 entre elles. Toute représentation conforme de la sphère sur elle-même est une correspondance P_1.

Une surface minima quelconque et une sphère sont mises en correspondance P_2 en associant les points où les plans tangents sont parallèles. En composant cette correspondance avec la représentation conforme la plus générale de la sphère sur elle-même on a la correspondance P_2 la plus générale entre la surface minima donnée et la sphère.

Deux surfaces isothermiques associées se correspondent par plans tangents parallèles et avec conservation des angles, c'est le cas particulier de correspondance P_2 où les images sphériques coïncident.

A toute surface de révolution S correspondent par P_1 ∞^2 surfaces de révolution S_1 ; Σ et Σ_1 étant les surfaces de révolution respectivement isothermiques associées de S et S_1, les surfaces Σ_1 correspondent par P_1 à Σ et par P_2 à S. Les méridiens se correspondent ; les parallèles aussi.

Si, de plus, S est la surface de révolution définie, à une homothétie près négligeable ici, par la relation $\frac{R}{R'} = m$, où m est une constante numérique, toutes les surfaces S_1 coïncident avec S, mais non point pour point, de sorte que S admet ∞^2 auto-correspondances du type P_1, les surfaces Σ_1 coïncident toutes avec la surface de révolution définie par $\frac{R}{R'} = -m$.

Dans ce cas particulier où $\frac{R}{R'} = m$ et où S est de révolution, il y a une autre solution, spéciale à ce cas, de P_1 ou P_2. Si l'élément de la représentation sphérique a été mis sous la forme classique conduisant à la projection de Mercator

$$d\sigma^2 = \frac{du^2 + dv^2}{\operatorname{ch}^2 u},$$

l'élément linéaire de S est d'après Olinde Rodrigues

$$ds^2 = \frac{R'^2}{\operatorname{ch}^2 u}(m^2 du^2 + dv^2),$$

d'où résulte immédiatement que l'équation des asymptotiques est, quel que soit le signe de m,

$$m\,du^2 + dv^2 = 0,$$

tandis que celle des lignes de longueur nulle est

$$m^2 du^2 + dv^2 = 0.$$

Il résulte de là que la transformation en elle-même de S définie par

$$u = \alpha u + \beta,$$
$$v = \alpha v$$

conserve à la fois les asymptotiques, les lignes de longueur nulle.

Si, d'autre part, on considère la surface de révolution S_1 définie par $\frac{R}{R'} = \frac{1}{m}$ (R désignant toujours le rayon de courbure du méridien) on trouve pour équation soit des asymptotiques, soit des lignes de longueur nulle

$$\frac{du_1^2}{m} + dv_1^2 = 0,$$
$$\frac{du_1^2}{m_1^2} + dv_1^2 = 0$$

et il est clair que la correspondance

$$u_1 = \alpha v + \beta,$$
$$v_1 = \alpha u$$

conserve encore les asymptotiques et les lignes de longueur nulle. Cette fois les méridiens deviennent les parallèles et inversement.

La surface isothermique de S définie par $\frac{R}{R'} = -m$ et la surface analogue pour S_1 définie par $\frac{R}{R'} = -\frac{1}{m}$ admettent par les mêmes formules ∞^2 correspondances P_2 avec S.

Enfin on constate aisément que l'on peut réaliser une infinité de couples de deux surfaces solutions de P_1 ou P_2, en associant soit deux surfaces spirales convenablement choisies, soit deux hélicoïdes convenablement choisis, soit une surface spirale et un hélicoïde convenablement choisis.

L'auteur allemand Stäckel avait signalé diverses propriétés de la correspondance P_1 (*Mathematische Annalen*, 1894, et *Leipziger Berichte*, 1896 et 1898) sans indiquer explicitement de solution précise, tout au plus une vague indication sur la surface de révolution $\frac{R}{R'} = m$.

L'auteur avait de plus donné une généralisation inexacte de la proposition de M. Kœnigs relative au système conjugué commun à deux surfaces applicables. Je développe autre part l'ensemble des deux problèmes P_1 et P_2.

SÉANCE DU 9 NOVEMBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Communications :

M. E. Cahen : *Sur les formes quadratiques binaires qui représentent les mêmes entiers.*

Deux formes arithmétiques qui se déduisent l'une de l'autre par une substitution unité représentent les mêmes entiers. La réciproque n'est pas vraie en général, pour des formes quelconques, mais elle l'est pour les formes linéaires et pour les formes quadratiques binaires. Pour les formes linéaires et pour les formes quadratiques binaires définies la démonstration est relativement facile. Elle est plus difficile pour les formes quadratiques binaires indéfinies. Il y a une démonstration de Schering (*Journal de Crelle*) mais très compliquée. En voici une plus simple.

On commence par démontrer que si deux formes représentent les mêmes entiers elles représentent aussi les mêmes entiers d'une façon primitive (les valeurs des variables étant premières dans leur ensemble); on se bornera donc à considérer les représentations primitives. On peut aussi se borner aux formes primitives.

Soit p un nombre premier impair. Si l'on considère les entiers représentés primitivement par une forme et que l'on cherche à quelles puissances le facteur p peut entrer dans ces entiers, on trouve un résultat qui dépend de l'exposant δ auquel p entre dans le déterminant de la forme, et de façon que si deux formes f représentent primitivement les mêmes entiers δ est le même pour les deux formes.

Pour le facteur 2, la démonstration est un peu plus longue. Il faut alors considérer non seulement les entiers pairs représentés par les deux formes mais aussi les entiers impairs et s'aider de la théorie des genres.

On en conclut que les deux formes en question ont des déterminants qui contiennent les mêmes facteurs premiers aux mêmes exposants. Comme de plus ces deux déterminants ont le même signe on en conclut qu'ils sont égaux.

Maintenant il faut s'appuyer sur le théorème de Dirichlet qui dit que parmi les entiers représentés primitivement par une forme primitive il y a des nombres premiers. Or si l'on considère toutes les classes primitives d'un déterminant donné on sait qu'un nombre premier ne peut être représenté que dans deux classes inverses l'une de l'autre (pouvant d'ailleurs n'en faire qu'une). Donc les deux formes considérées appartiennent à la même classe ou à des classes inverses l'une de l'autre, ce qui démontre le théorème.

M. Fatou : *Remarques sur la méthode d'approximation de Newton.*

SÉANCE DU 23 NOVEMBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élections :

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : M. Maurice, ingénieur général du Génie Maritime, directeur de l'École d'Application, présenté par MM. Boulanger et Got; M. Claudon, ingénieur des Ponts et Chaussées, présenté par MM. Gambier et Leroux; M. Sarantopoulos, docteur de l'Université d'Athènes, présenté par MM. Remoundos et Galbrun; M. Milloux, agrégé de mathématiques, présenté par MM. Châtelet et Chazy.

Communications :

M. le commandant Barré : *Sur la propagation des mouvements vibratoires dans les milieux cristallins anisotropes.*

De premières recherches ont été faites sur ce sujet par Greenn et Blanchet dans la première moitié du XIXe siècle. Elles ne paraissent pas avoir été poursuivies. Quel que puisse être l'avenir physique de cette étude, il m'a paru intéressant de la reprendre et d'examiner comment se généralisent, pour les milieux cristallins anisotropes, les résultats bien connus relatifs aux milieux isotropes et à la propagation des ondes planes lumineuses, à l'intérieur des cristaux, suivant les idées de Fresnel et de ses continuateurs.

Une Note ultérieure résumera les résultats obtenus signalés au cours de la présente Communication.

M. Gambier : *Sur un théorème de M. Kœnigs.*

SÉANCE DU 14 DÉCEMBRE 1921.

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Élections :

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : M. Kogbeliantz, professeur à l'Université d'Erivan, présenté par MM. Appell et Borel; Mme Myller-Lebedeff, professeur à l'Université de Jassy, présentée par MM. Appell et Galbrun; M. Binschleder, présenté par MM. Hadamard et Galbrun; M. Wiener (N.), professeur au Massachusetts Institut of Technology, présenté par MM. Fréchet et Valiron.

Communication :

M. Denjoy : *Sur une classe de fonctions non analytiques de variables réelles qui sont déterminées par leurs valeurs et celles de toutes leurs dérivées en un point.*

M. A. Lévy : *Sur la série récurrente résultant du produit de deux polynomes.*

M. Defourneaux : *Note sur les polynomes* $\cos(n \operatorname{arc} \cos x)$.

Dans une Note, publiée au *Bulletin de la Société mathématique de France* (1), M. Michel, prenant comme point de départ l'équation différentielle

$$(x^2-1)y''+\alpha xy'-n(n+\alpha-1)y=0,$$

a pu obtenir certains théorèmes généraux concernant le nombre des

---

(1) Séance du 24 novembre 1920.

racines réelles de tout polynome $f(x)$ développé sous la forme

$$AV_n + BV_p + \ldots + LV_t,$$

$V_n(x)$ désignant un polynome solution de l'équation différentielle précédente, et V_t un polynome solution de l'équation différentielle obtenue en remplaçant n par t.

M. Michel considère, en particulier, les polynomes $V_n(x)$ qui correspondent au cas $\alpha = 1$, et qui sont susceptibles de deux formes :

La première, pour $|x| < 1$, qui est $\cos(n \arccos x)$;

La deuxième, pour $|x| > 1$, qui est $\dfrac{(x+\sqrt{x^2-1})^n + (x-\sqrt{x^2-1})^n}{2}$.

Antérieurement à cette Communication, j'ai eu l'occasion de signaler l'intérêt qui s'attache à ces derniers polynomes puisqu'ils se présentent spontanément comme combinaisons linéaires des polynomes électrosphériques U [1] dans certains calculs d'ordre purement physique, tels que ceux qui sont relatifs à la répartition de l'électricité dans un système électrisé composé d'un plan et d'une sphère en présence [2], ou de deux sphères en présence.

La recherche des formules d'un emploi pratique m'a précisément conduit aux expressions précédentes dans lesquelles x est remplacé par $\frac{v}{2}$, la deuxième, celle qui correspond à $|x| > 1$ ou à $|v| > 2$, ayant seule un intérêt physique.

J'ai montré, en outre, comment ces polynomes

$$H_n(v) = \left(\frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^n + \left(\frac{v}{2} - \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^n$$

se rattachent à plusieurs questions d'analyse, notamment à la résolution en nombres entiers de certaines équations du deuxième degré de la forme

$$ax^2 + bxy + cy^2 = m \quad [3].$$

Il convient de présenter ici d'autres polynomes, susceptibles de certaines analogies avec les polynomes H et U, qui apparaissent également dans les calculs d'électricité, lorsqu'on cherche à simplifier ces calculs.

Ce sont

$$F_n(v) = U_n(v) + U_{n-1}(v), \qquad G_n(v) = U_n(v) - U_{n-1}(v)$$

---

[1] A. Guillet et M. Aubert, *Annales de Physique*, 9ᵉ série, p. 58 à 95.

[2] Voir *Journal de Physique*, livraison de mai 1919.

[3] Voir *Comptes rendus Acad. des Sc.*, t. 168, 5 mai 1919, p. 880.

qui satisfont aux équations différentielles suivantes :

$$(v^2-4)F''_n(v)+2(v+1)F'_n(v)-n(n+1)F_n(v)=0,$$
$$(v^2-4)G''_n(v)+2(v-1)G'_n(v)-n(n+1)G_n(v)=0,$$

dont on peut trouver des généralisations analogues à la précédente.

D'ailleurs le changement de variables $v=4w-2$ montre que les quatre fonctions $U(w)$, $H(w)$, $F(w)$, $G(w)$ satisfont à des équations différentielles qui sont chacune un cas particulier de l'équation différentielle de Gauss :

$$w(1-w)\frac{d^2z}{dw^2}+[\gamma-(\alpha+\beta+1)w]\frac{dz}{dw}-\alpha\beta z=0.$$

SÉANCE DU 28 DÉCEMBRE 1921

PRÉSIDENCE DE M. BOULANGER.

Communications :

M. A. Auric : *Sur la généralisation des fractions continues.*

On connaît le rôle capital que devraient jouer les développements en fractions continues dans la théorie des nombres arithmétiques ou algébriques et l'on sait combien Hermite attachait de l'importance à l'établissement d'un algorithme qui aurait été une généralisation rationnelle de celui des fractions continues.

Soit dans ses œuvres, soit dans sa correspondance avec Stieltjes (*voir* notamment la lettre n° 408, t. II, p. 389), Hermite revient à plusieurs reprises sur les recherches qu'il avait entreprises à ce sujet et qui, dit-il, « n'ont cessé pendant plus de 50 ans de le préoccuper et aussi de le désespérer ».

Les difficultés rencontrées par Hermite et par ses continuateurs semblent tenir surtout à ce qu'ils ont abordé de front le calcul et l'étude des tableaux (déterminants ou matrices) qui sont la représentation explicite d'un système de formes linéaires, tandis qu'il eût été évidemment préférable et plus simple de commencer par l'étude du point représentatif d'une forme linéaire ; de même qu'en géométrie analytique l'étude des coordonnées précède toujours celle des systèmes de droites.

La théorie des fractions continues ordinaires peut s'exposer comme il suit :

On considère deux nombres quelconques a_0, a_1 appartenant soit au domaine réel, soit au domaine complexe.

On envisage alors l'équation

$$a_0 - x_1 a_1 = 0$$

et l'on choisit l'entier λ_1 le plus rapproché de x_1

$$x_1 = \lambda_1 + \varepsilon_1 \qquad \text{avec} \qquad |\varepsilon_1| < \frac{1}{2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

suivant le domaine dans lequel on se trouve.

On posera alors pour définir l'élément suivant a_2,

$$a_0 - \lambda_1 a_1 + a_2 = 0,$$

on résoudra de même l'équation

$$a_1 - x_2 a_2 = 0,$$

et en prenant l'entier λ_2 le plus rapproché de x_2, on pourra définir l'élément suivant a_3

$$a_1 - \lambda_2 a_2 + a_3 = 0$$

et ainsi de suite.

On peut dire que la suite limitée ou illimitée

$$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad \ldots$$

réprésente la fraction continue issue du quotient $\frac{a_0}{a_1}$.

Il est facile de généraliser cette théorie en partant d'un nombre quelconque d'éléments initiaux, quatre par exemple.

Considérons quatre éléments consécutifs

$$a_i, \quad a_{i+1}, \quad a_{i+2}, \quad a_{i+3}.$$

On déterminera les entiers λ_{i+1}, μ_{i+2}, ν_{i+3}, de manière à rendre minima les modules des expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
&a_0 - \lambda_{i+1} a_{i+1}, \\
&a_0 - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2}, \\
&a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2} - \nu_{i+3} a_{i+3},
\end{aligned}$$

et l'élément suivant a_{i+4} sera défini par la relation

$$a_i - \lambda_{i+1} a_{i+1} + \mu_{i+2} a_{i+2} - \nu_{i+3} a_{i+3} + a_{i+4} = 0.$$

On prend les termes de cette relation alternativement positifs et négatifs afin que les déterminants des substitutions aient constamment pour valeur $+1$.

Dans le cas où tous les coefficients $\lambda_i \mu_i$ sont pris égaux à zéro, on retombe sur un développement que nous avons indiqué antérieurement ([1]).

Jusqu'ici on n'a considéré qu'une suite d'éléments initiaux, mais les principes exposés permettent de traiter également le cas de deux ou de plusieurs suites.

Considérons, par exemple, le cas de deux séries de trois éléments initiaux :

$$\begin{array}{ccc} a_0 & a_1 & a_2, \\ b_0 & b_1 & b_2. \end{array}$$

On résoudra les équations

$$a_0 - x_1 a_1 + y_2 a_2 = 0,$$
$$b_0 - x_1 b_1 + y_2 b_2 = 0,$$

et l'on prendra les entiers λ_1, μ_2 les plus rapprochés respectivement de x_1, y_2.

On définira alors a_3 et b_3 par les relations récurrentes

$$a_0 - \lambda_1 a_1 + \mu_2 a_2 - a_3 = 0,$$
$$b_0 - \lambda_1 b_1 + \mu_2 b_2 - b_3 = 0.$$

De même les éléments a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 seront utilisés pour la détermination de a_4 et de b_4 au moyen des deux équations de récurrence

$$a_1 - \lambda_2 a_2 + \mu_3 a_3 - a_4 = 0;$$
$$b_1 - \lambda_2 b_2 + \mu_3 b_3 - b_4 = 0,$$

et ainsi de suite.

Il sera facile de passer au cas général de h suites formées par $h + K$ éléments initiaux; on sera ainsi en possession d'une méthode systématique pour la résolution exacte ou approchée d'équations quelconques, ce qui permettra de retrouver et de généraliser les résultats déjà obtenus dans cette voie par Hermite et par Stieltjes.

([1]) *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences,* 1er décembre 1902 et 11 septembre 1905.

M. Janet : *Sur les capacités d'un système de conducteurs électrisés.*

M. Worms de Romilly : *Calcul de la racine carrée d'un nombre.*

Soit un nombre entier A, dont on développe la racine carrée sous forme d'une fraction continue. Les termes du développement se reproduisent périodiquement. En désignant par a le plus grand nombre entier dont le carré est inférieur à A, on aura

$$\sqrt{A} - a = \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cdots + \cfrac{1}{a_p + \cfrac{1}{2a + \sqrt{A} - a}}}}.$$

Si nous représentons par H la quantite $\sqrt{A} + a$, nous pourrons poser

$$\sqrt{A} - a = \frac{MH + P}{RH + M}, \tag{1}$$

où M, P, R sont des nombres entiers.

Donnons à H la valeur approchée $2a$, il vient

$$N_1 = \frac{2aM + P}{2aR + M} = \frac{E_1}{G_1}.$$

Nous obtiendrons pour $\sqrt{A} - a$ une valeur plus approchée que N_1 en remplaçant, dans la relation (1), H par $2a + N_1$, ce qui donne

$$N_2 = \frac{M(2a + N_1) + P}{R(2a + N_1) + M} = \frac{E_2}{G_2}.$$

En continuant à opérer de même, nous trouverons

$$N_m = \frac{M\left(2a + \frac{E_{m-1}}{G_{m-1}}\right) + P}{R\left(2a + \frac{E_{m-1}}{G_{m-1}}\right) + M} = \frac{E_m}{G_m}.$$

Un calcul très simple montre alors que les E_i et les G_i se déduisent les uns des autres par les relations

$$E_m = (2aR + 2M)\,E_{m-1} + (PR - M^2)\,E_{m-2},$$
$$G_m = (2aR + 2M)\,G_{m-1} + (PR - M^2)\,G_{m-2},$$

avec les conditions

$$E_0 = 0, \qquad E_1 = 2aM + P, \qquad G_0 = 1, \qquad G_1 = 2aR + M.$$

On pourra donc calculer les E_i et les G_i au moyen de fonctions génératrices de la forme

$$\frac{\alpha + \beta x}{1 + \gamma x + \delta x^2}.$$

Appelons A, B, C, D les quatre premières valeurs des E_i ou des G_i; les α, β, γ, δ devront satisfaire aux équations

$$A = \alpha, \qquad B = -\gamma A + \beta, \qquad C = -\gamma B - \delta A, \qquad D = -\gamma C - \delta B,$$

d'où l'on tire

$$\alpha = A, \qquad \beta = B + A\frac{CB + AD}{AC - B^2}. \qquad \gamma = \frac{CB - AD}{AC - B^2}, \qquad \delta = \frac{BD - C^2}{AC - B^2}.$$

On aura donc, pour le cas des E_i,

$$\alpha = 0, \qquad \beta = 2aM + P, \qquad \gamma = -(2aR + 2M), \qquad \delta = -PR + M^2 = \pm 1$$

et, pour le cas des G_i,

$$\alpha = 1, \qquad \beta = -M, \qquad \gamma = -(2aR + 2M), \qquad \delta = -PR + M^2 = \pm 1.$$

Prenons par exemple $A = 10$ qui correspond à

$$a = 3, \qquad M = 0, \qquad P = R = 1$$

et aux fonctions génératrices

$$\frac{x}{1 - 6x - x^2}, \qquad \frac{1}{1 - 6x - x_2}$$

on voit que dans ce cas

$$E_0 = 0, \qquad G_0 = 1, \qquad E_{m+1} = G_m,$$

$$\frac{1}{1 - 6x - x^2} = 1 + 6x + 37x^2 + 228x^2 + 1\,405x^4 + 8658x^5 + 53\,353x^6 + \ldots,$$

par conséquent

$$\frac{E_6}{G_6} = \frac{8\,658}{53\,353} = 0,16227\,76611\,68379\,30,$$

la dernière décimale est inexacte, il faudrait 3 au lieu de 0.

Soit encore

$$A = 101, \qquad a = 10, \qquad M = 0, \qquad P = R = 1$$

qui donne les fonctions génératrices

$$\frac{x}{1-20x-x^2}, \qquad \frac{1}{1-20x-x^2}$$

et par suite

$$\frac{1}{1-20x-x^2} = 1 + 20x + 401x^2 + 8\,040x^3 + 161\,201\,x^4.$$

On en déduit que

$$\frac{E_8}{G_8} = \frac{1\,299\,280\,080}{26\,050\,404\,001} = 0,04987\,56211\,20890\,26$$

et que

$$\frac{E_9}{G_9} = \frac{26\,050\,404\,001}{522\,307\,368\,100} = 0,0498\,75621\,12089\,02702\,\ldots$$

ou que

$$\frac{E_{10}}{G_{10}} = \frac{522\,307\,390\,100}{10\,472\,197\,606\,001} = 0,04987\,56211\,20890\,27017$$

avec au moins 20 décimales exactes.

Le nombre $A = 41$ correspond à

$$a = 6, \qquad M = 2, \qquad P = 1, \qquad R = 5.$$

Avec les équations génératrices

$$\frac{25x}{1-64x-x^2}, \qquad \frac{1-2x}{1-64x-x^2}$$

qui donnent

$$\frac{G_5}{E_5} = \frac{419\,837\,625}{1\,041\,211\,582} = 0,40312\,42374\,32848\,6868.$$

Les dix-neuf premières décimales sont exactes.

Soit encore

$$A = 19, \qquad a = 4, \qquad M = 14, \qquad P = 5, \qquad R = 39$$

et les fractions génératrices

$$\frac{117x}{1-340x+x^2}, \qquad \frac{1-14x}{1-340x+x^2},$$

$$\frac{1}{1-340x+x^2} = 1 + 340x + 115\,599x^2 + 39\,303\,320x^3 + 13\,363\,013\,201\,x^4.$$

En s'arrêtant aux termes en x^2 on a

$$\frac{39\,780}{110\,839} = 0,358\,898\,943\,5$$

avec plus de huit décimales exactes.

Supposons que l'on s'arrête à la valeur $\frac{E_m}{G_m}$, quelle est l'erreur?

Posons $\frac{E_m}{G_m} = \varepsilon$, on aura

$$\frac{M(2a + \varepsilon_m) + P}{R(2a + \varepsilon_m) + M} - \varepsilon_m = \delta,$$

où δ représente la différence $\varepsilon_{m+1} - \varepsilon_m$. Les décimales communes à ε_{m+1} et ε_m sont évidemment exactes, de sorte que la première décimale différente de zéro de $\varepsilon_{m+1} - \varepsilon_m$ indique la première décimale inexacte de ε_m, et par suite fait connaître le degré d'approximation de la valeur ε_m. Prenons $A = 10$, $m = 5$.

Pour $A = 10$, on trouve

$$\delta = \left(6 + \frac{8\,658}{53\,353}\right) \frac{8\,658}{53\,353} = 1 - \delta_4,$$

$$i - \delta_4 = \frac{328\,776}{53\,353} \frac{8658}{53\,253} = \frac{284\,654\,260\,8}{284\,654\,260\,9} \qquad \text{(où } \delta_4 \text{ est faible)}$$

ou

$$\delta_4 = \frac{1}{284\,654\,260\,9} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon_4 = \frac{1\,405}{8\,658} = 0,162\,277\,66\overline{2\,2}$$

(soit neuf décimales exactes, à très peu près) et

$$\begin{array}{r} \varepsilon_6 = 0,162\,277\,661\,16 \\ \varepsilon_4 = 0,162\,277\,662\,2 \\ \hline 0,000\,000\,001\,1 \end{array}$$

Il y a donc une erreur d'une unité sur la neuvième décimale.