

# THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

EDMÉE CHANDON

**Recherches sur les marées de la mer Rouge et du golfe de Suez**

*Thèses de l'entre-deux-guerres*, 1930

[http://www.numdam.org/item?id=THESE\\_1930\\_\\_106\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=THESE_1930__106__1_0)

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Thèse numérisée dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*  
<http://www.numdam.org/>

N° D'ORDRE :

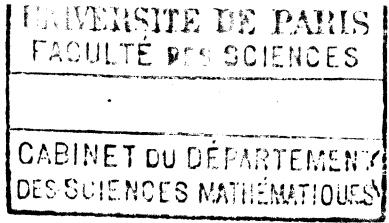
2109

Série A.

N° de Série 1240.

# THÈSES

PRÉSENTÉES



## A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

**M<sup>me</sup> Edmée Chandon**

Astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — RECHERCHES SUR LES MARÉES DE LA MER ROUGE ET DU GOLFE DE SUEZ.

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — LA PARALLAXE SOLAIRE.

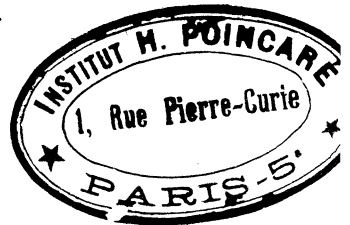
Soutenues le Mars 1930 devant la Commission d'examen.

MM. ESCLANGON, *Président.*

CHAZY

LAMBERT

*Examineurs.*



PARIS

GAUTHIER-VILLARS et C<sup>e</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55

1930

# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

MM.

**Doyen**..... C. MAURAIN, Professeur, Physique du Globe.  
**Doyens honoraires**..... P. APPELL, M. MOLLIARD.  
**Professeurs honoraires**. A. JOANNIS, H. LE CHATELIER, H. LEBESGUE, A. FERNBACH, A. LEDUC, E. HÉROUARD.

<p><b>Professeurs</b>.....</p>	<p>ÉMILE PICARD..... Analyse supérieure et Algèbre supérieure.            KENIGS..... Mécanique physique et expérimentale.            GOURSAT..... Calcul différentiel et Calcul intégral.            JANET..... Electrotechnique générale.            WALLERANT..... Minéralogie.            PAINLEVÉ..... Mécanique analytique et Mécanique céleste.            GABRIEL BERTRAND..... Chimie biologique.            M<sup>me</sup> P. CURIE..... Physique générale et radioactivité.            GAULLERY..... Zoologie (Evolution des êtres organisés).            G. URBAIN..... Chimie générale.            ÉMILE BOREL..... Calcul des probabilités et Physique mathém.            L. MARCHIS..... Aviation.            JEAN PERRIN..... Chimie physique.            REMY PERRIER..... Zoologie (Enseignement P. C. N.).            ABRAHAM..... Physique.            MOLLIARD..... Physiologie végétale.            CARTAN..... Géométrie supérieure.            LAPICQUE..... Physiologie générale.            VESSIOT..... Théorie des fonctions et théorie des transfor-            mations].            COTTON..... Physique générale.            DRACH..... Application de l'Analyse à la Géométrie.            C. FABRY..... Physique.            CHARLES PÉREZ..... Zoologie.            LÉON BERTRAND..... Géologie appliquée et Géologie régionale.            LESPIEAU..... Théories chimiques.            RABAUD..... Biologie expérimentale.            PORTIER..... Physiologie comparée.            É. BLAISE..... Chimie organique.            DANGEARD..... Botanique.            PAUL MONTEL..... Mécanique rationnelle.            WINTREBERT..... Anatomie et Histologie comparées.            DUBOSQ..... Biologie maritime.            G. JULIA..... Mathématiques générales.            A. MAILHE..... Étude des combustibles.            L. LUTAUD..... Géographie physique.            EUGÈNE BLOCH..... Physique théorique et physique céleste.            HENRI VILLAT..... Mécanique des fluides et applications.            CH. JACOB..... Géologie.            P. PASCAL..... Chimie minérale.            LÉON BRILLOUIN..... Théories physiques.            V. AUGER..... Chimie appliquée.            ESCLANGON..... Astronomie.</p>
<p>RÉCHARD..... Chimie (Enseig<sup>t</sup> P. C. N.).            GUICHARD..... Chimie minérale.            GUILLET..... Physique.            MAUGUIN..... Minéralogie.            BLARINGHEM..... Botanique.            MICHEL-LEVY..... Pétrographie            DEREIMS..... Géologie.            DENJOY..... Calcul différentiel et intégral.            BENARD..... Physique (P. C. N.).            DARMOIS..... Physique            BRUHAT..... Physique.</p>	<p>MOUTON..... Chimie physique.            JOLEAUD..... Paléontologie.            JAVILLIER..... Chimie biologique.            DUFOUR..... Physique (P. C. N.).            PICARD..... Zoologie (Evolution des êtres            organisés).            ROBERT-LÉVY..... Zoologie.            DUNOYER..... Optique appliquée.            GUILLIERMOND..... Botanique (P. C. N.).            DEBIERNE..... Radioactivité.            FRECHET..... Calcul des Probabilités et Phy-            sique mathématique.</p>

**Secrétaire**..... A. PACAUD.

UNIVERSITÉ DE PARIS  
FACULTÉ DES SCIENCES

CABINET DU DÉPARTEMENT  
DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

A MA MÈRE



---

# PREMIÈRE THÈSE

---

## RECHERCHES

SUR LES

# MARÉES DE LA MER ROUGE

## ET DU GOLFE DE SUEZ

---

### PRÉFACE.

On doit au regretté Adolphe Blondel une importante contribution théorique à l'étude des Marées dans un canal <sup>(1)</sup>. Son Mémoire contient une application numérique aux Marées de la mer Rouge avec emploi de la méthode de Ritz.

Partant des constantes harmoniques observées à Périn, Blondel a trouvé pour l'amplitude de la marée principale semi-diurne, à l'extrémité nord de la mer (Shermsheik ou Shadwan), une valeur bien supérieure au nombre observé (5<sup>m</sup> au lieu de 0<sup>m</sup>, 25). Il a cru pouvoir attribuer cette divergence au frottement, et s'est réservé de reprendre l'étude des marées dans cette mer en cherchant les valeurs numériques des coefficients que l'hypothèse du frottement introduit dans les équations. Mais, en 1916, une mort glorieuse enleva ce jeune astronome à la Science et nous avons tenté de reprendre l'étude qu'il n'a pu poursuivre.

Cette étude offre d'autant plus d'intérêt que, grâce aux campagnes

---

<sup>(1)</sup> *Sur la Théorie des Marées dans un canal. Application à la mer Rouge (Thèse, Toulouse, 1912).*

hydrographiques faites en 1923 et en 1924 par la Marine italienne, on connaît maintenant avec précision les constantes harmoniques des ondes principales pour huit ports de la mer Rouge entre Périn et Shadwan. La comparaison entre les calculs et les observations est ainsi plus facile que dans le passé.

En vérifiant les laborieux calculs auxquels donne lieu la méthode de Ritz, nous avons trouvé, à la fin de la Thèse de Blondel, deux erreurs numériques. Toutes corrections faites, nous avons pu achever l'étude des marées dans la mer Rouge, et les résultats obtenus cadrent assez bien avec les observations. Cependant, les résidus « observation — calcul » relatifs aux amplitudes, sont systématiquement négatifs, et donnent à penser que le frottement peut jouer un rôle qui n'est pas absolument négligeable.

Remarquant toutefois que le régime des marées varie très rapidement au voisinage immédiat de l'île de Périn, et que les données de l'observation sont peu nombreuses dans cette région, nous avons cru plus rationnel de reprendre l'étude des marées en adoptant comme point de départ Shermshik, extrémité nord fermée de la mer Rouge.

La méthode que nous avons employée, plus rapide que celle de Ritz, est simplement esquissée dans les Traités classiques.

Elle consiste à assimiler un canal quelconque fermé à l'une de ses extrémités à une suite de canaux partiels, tels que dans chacun d'eux la profondeur est constante et la largeur est, ou constante, ou fonction exponentielle de la distance  $x$  à l'extrémité fermée, cette distance étant comptée suivant l'axe du canal.

On peut toujours établir cette subdivision de manière que dans chaque canal partiel le potentiel générateur,  $\frac{W_i}{g}$ , d'une onde déterminée ait la forme  $A_i + B_i x + C_i x^2$ , où  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  sont des fonctions harmoniques du temps (*cf.* POINCARÉ, *Théorie des Marées*, § 132).

Pour chaque canal partiel on obtient alors une équation différentielle qu'on sait intégrer, et il est facile d'établir les formules de récurrence qui permettent d'étudier le canal de rang  $i + 1$  quand on a fait l'étude du canal de rang  $i$ .

Comme cette méthode n'a pas encore donné lieu à des calculs détaillés, il nous a paru intéressant de l'appliquer à deux canaux

dont les dimensions sont très différentes : la mer Rouge, qui a  $1975^{\text{km}}$  de longueur entre Shadwan et Périm, et dont la profondeur dépasse  $1000^{\text{m}}$  dans la région centrale; et le golfe de Suez, long de  $300^{\text{km}}$  et profond de  $45^{\text{m}}$  en moyenne.

Entre Suez et Assab, c'est-à-dire sur une longueur de  $2200^{\text{km}}$  environ, alors que les amplitudes des diverses marées atteignent dans certaines régions  $30^{\text{cm}}$ , les différences « observation-calcul » que nous trouvons, sont en moyenne de  $2^{\text{cm}}$ ; et, comme elles ne présentent pas un caractère systématique, on peut conclure, d'une part, que la méthode employée est très satisfaisante; et, d'autre part, que le frottement ne joue pas un rôle appréciable dans les marées de la mer Rouge; il n'en a pas davantage dans celles du golfe de Suez, qui est cependant peu profond.

Un autre résultat, important à signaler, c'est l'accord jusqu'à Périm (inclus) entre les heures cotidales calculées et observées pour toutes les ondes.

A Périm, l'amplitude calculée de la marée semi-diurne est d'accord avec l'amplitude observée. Mais l'amplitude calculée de la marée diurne ne dépasse pas le centimètre, tandis que l'amplitude observée atteint  $35^{\text{cm}}$  pour l'onde principale  $K_1$ .

Si l'on admet la théorie de Harris ces résultats peuvent s'expliquer de la façon suivante : il y a une résonance suffisante de la mer Rouge et de l'océan Indien avec la période semi-diurne, c'est pourquoi nous avons pu obtenir un nombre satisfaisant pour la marée semi-diurne à Périm. Au contraire, avec la période diurne, l'océan Indien seul est en bonne résonance et non la mer Rouge.

De là une variation rapide pour l'amplitude de la marée diurne dans le détroit qui réunit ces deux bassins, variation que la méthode de fractionnement en canaux partiels, applicable seulement à une mer étroite, se trouve impuissante à déceler.

Toutefois nous avons le projet d'appliquer cette méthode à l'étude des marées dans des mers fermées, plus larges que la mer Rouge, dans lesquelles l'existence de points amphidromiques n'a pas été constatée. La comparaison des résultats du calcul à ceux de l'observation fera connaître la grandeur de l'erreur commise en négligeant la force centrifuge composée.

*Objets des divers Chapitres.* — Le premier Chapitre de ce



Mémoire contient toutes les données des observations : constantes harmoniques, profondeurs de la mer, potentiel.

Dans le deuxième Chapitre, on trouvera l'étude des marées de la mer Rouge par la méthode de Ritz, en partant des données de Périn.

Au troisième Chapitre, nous exposons la méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante, et l'appliquons à la mer Rouge, en partant des données de Shadwan.

Vient ensuite une série d'études sur les modifications apportées aux résultats, soit qu'on augmente le nombre des canaux partiels, soit qu'on supprime le potentiel générateur, soit qu'on change la valeur adoptée pour la profondeur moyenne d'un ou de plusieurs canaux, soit enfin qu'on fasse varier la largeur.

Le quatrième Chapitre est consacré à l'étude des marées du golfe de Suez, en prenant les constantes harmoniques de Suez comme point de départ.

Un paragraphe est réservé au calcul de la profondeur moyenne d'un golfe à l'aide des constantes harmoniques d'une onde déterminée, observées dans deux stations quelconques du golfe.

Des graphiques représentent la variation des marées des six ondes principales le long de la mer Rouge et du golfe de Suez ; à la suite de nos conclusions figure un Appendice contenant des tableaux numériques qui permettent de vérifier les résultats obtenus dans ce Mémoire.

En terminant cette préface, nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à M. Fichot, Directeur du Service hydrographique de la Marine française, qui a bien voulu nous communiquer des renseignements extrêmement précieux, et à M. Simonin, Astronome à l'Observatoire de Paris, qui a eu la bonté de vérifier les principaux résultats de ce travail.

A l'Institut des Marées anglais et aux Services hydrographiques américain et italien nous adressons également nos meilleurs remerciements pour les documents qu'ils ont eu l'obligeance de nous envoyer.

## CHAPITRE I.

### DONNÉES DE L'OBSERVATION.

Nous réunissons dans ce Chapitre toutes les données d'observations qui sont nécessaires à l'étude de la variation de la marée dans la mer Rouge.

Dans un premier tableau figurent les constantes harmoniques des six ondes principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$  pour toutes les stations où les ingénieurs hydrographes de la Marine royale italienne ont placé des marégraphes.

On trouvera groupées dans un second tableau les distances à Périm et à Shermshelik d'un certain nombre de points de l'axe de la mer Rouge, les largeurs et les profondeurs moyennes de la mer en ces points, ainsi que leurs coordonnées géographiques.

Un troisième tableau contient les quantités relatives au potentiel générateur des six ondes envisagées.

1. **Constantes harmoniques.** — Tous les renseignements numériques relatifs aux constantes harmoniques des six ondes principales ont été tirés du tableau donné à la page 139 de l'important Mémoire du professeur Francesco Vercelli (1).

On y trouve, pour chacune de ces ondes, l'amplitude et le retard de la marée sur sa lune fictive, déterminées par l'analyse harmonique au moyen des hauteurs qu'ont enregistrées les marégraphes dans les stations suivantes : *Suez, Zafarana, Ras Gharib, Tor, Asharafi, Shadwan, Koseir, Gidda, Port Sudan, Massaua, Kamaran, Assab, Djibouti, Aden.*

Parmi ces stations, les cinq premières sont situées dans le golfe de Suez; les autres, jusqu'à Assab incluse, s'échelonnent le long de la mer Rouge. Aden et Djibouti sont des ports de l'océan Indien.

Comme amplitude  $A$  d'une marée pour la station  $N$ , nous avons adopté la moyenne des déterminations particulières obtenues au cours de plusieurs séries.

---

(1) *Annales hydrographiques de la Marine royale italienne*, vol. XI.

Étant donné le bon accord de ces valeurs particulières, on peut conclure que les amplitudes des diverses marées sont connues à 1<sup>cm</sup> près.

Pour chaque marée, nous avons également adopté comme retard la moyenne des retards observés.

Si l'on prend pour origine du temps, exprimé en heures moyennes, le passage de la lune fictive au méridien de Greenwich, et qu'on pose

$$\alpha = M_2^0 - \text{longitude est,}$$

pour les ondes semi-diurnes, et

$$\alpha = K_1^0 - \text{longitude est,}$$

pour les ondes diurnes, on sait que l'expression de la marée prend la forme  $A \cos(ct - \alpha)$ ,  $c$  étant la vitesse angulaire de l'onde considérée, et  $\alpha$ , sa phase au temps initial.

On trouvera dans le tableau ci-joint, en face de chaque station, les valeurs de l'amplitude, du retard et de la phase  $\alpha$  des six marées principales.

Nous avons ajouté les données analogues relatives à Périn, que M. Courtier, de la section des Marées au Service hydrographique de la Marine, a eu l'obligeance de nous communiquer.

Comme, d'autre part, l'amplitude et le retard de l'onde  $P_1$ , à Suez, manquent dans le tableau du professeur Vercelli, nous avons adopté pour l'amplitude le nombre donné dans le *Manual of Tides* américain pour 1904, p. 350. Pour  $P_1^0$  à Suez nous avons adopté la valeur de  $K_1^0$  dans la même station. Nous donnons au Chapitre IV (§ 24) les raisons qui ont motivé ce choix.

TABLEAU I.

Stations.	Lon- gitude.	Onde M <sub>1</sub> .		Onde S <sub>2</sub> .		Onde N <sub>2</sub> .		Onde K <sub>1</sub> .		Onde O <sub>1</sub> .		Onde P <sub>1</sub> .		
		A.	M <sub>1</sub> <sup>0</sup> . α.	A.	S <sub>2</sub> <sup>0</sup> . α.	A.	N <sub>2</sub> <sup>0</sup> . α.	A.	K <sub>1</sub> <sup>0</sup> . α.	A.	O <sub>1</sub> <sup>0</sup> . α.	A.	P <sub>1</sub> <sup>0</sup> . α.	
Suez.....	32,5	0,560	342	0,140	7	302	0,180	313	0,050	190	0,010	216	0,015	190
Zafarana....	32,7	424	345	280	127	4	299	136	315	250	11	232	199	—
Ras Gharib.	33,1	182	340	274	70	8	302	58	310	244	30	18	190	157
Tor.....	33,7	58	271	204	19	296	229	25	242	175	38	197	163,5	12
Asharafi....	33,7	134	184	117	40	212	145	43	155	88	23	201	167,5	16
Shadwan...	34,0	251	185	117	40	212	144	80	155	87	23	202	168	8
Koseir.....	34,2	219	180	112	55	205	137	66	150	82	20	192	158	20
Gidda.....	39,1	74	202	124	9	236	158	22	182	104	39	226	192	7
Port Sudan.	37,2	9	278	204	10	330	256	3	248	174	23	207	170	21
Massaua....	39,4	334	46	327	124	51	332	93	14	295	23	203	164	19
Kamaran....	42,4	328	28	303	89	56	331	92	8	283	17	76	34	8
Assab.....	42,8	78	358	272	30	257	171	22	352	266	181	18	335	62
Périm.....	43,3	366	226	139	171	242	155	105	226	139	351	33	350	180
Djibouti....	43,0	530	220	134	230	239	153	—	—	—	410	30	347	200
Aden.....	45,0	0,428	226	136	0,209	247	157	0,134	221	131	0,398	35	350	0,200

N. B. — Les amplitudes sont exprimées en mètres.

2. **Distances et profondeurs.** — Nous avons adopté comme axe principal de la mer Rouge l'axe II de Blondel, qui correspond à une ligne également distante, à très peu près, des deux bords.

Nous avons adopté en outre les 18 sections perpendiculaires à l'axe en lesquelles Blondel a partagé cette mer, et dont il a mesuré avec le plus grand soin les distances  $x$  à Périn ainsi que les largeurs  $l$ .

Comptée sur l'axe, la longueur  $x_0$  de la mer Rouge entre Périn et Shermshaik est  $0,3095$  rayons terrestres, soit  $1975^{\text{km}}$  ( $1$  rayon terrestre =  $6367400^{\text{m}}$  (1)).

Nous avons d'autre part tracé sur une carte à grande échelle les sections passant par les stations d'observations, et mesuré, au millimètre près, les distances de ces sections aux sections primitives immédiatement voisines, ce qui nous a permis d'obtenir, avec une approximation de  $4$  à  $5^{\text{km}}$ , les abscisses de ces sections. Ce sont, en rayons terrestres, et pour la mer Rouge proprement dite :

Stations.	Assab.	Kamaran.	Massaua.	Port Sudan.	Gidda.	Koseir.	Shermsheik.
Distance $x$ à Périn.	$0^{\text{R}},0090$	$0^{\text{R}},0430$	$0^{\text{R}},0773$	$0^{\text{R}},1562$	$0^{\text{R}},1781$	$0^{\text{R}},2828$	$0^{\text{R}},3095$

Dans ce qui suit nous appellerons  $X$  les distances comptées sur l'axe en prenant comme origine Shermshaik. On a par conséquent

$$X = 0,3095 - x.$$

Au sujet des profondeurs, Blondel ne donne pas de renseignements précis sur sa façon d'évaluer leurs valeurs moyennes le long des diverses sections. La carte publiée dans le *Manual of Tides* américain, pour 1900, contient assez peu de sondages.

Sans doute cette évaluation comporte une notable incertitude; mais cette incertitude diminue dans le cas où les profondeurs sont inférieures à  $100^{\text{m}}$  environ.

A cause du rôle capital joué par les profondeurs dans la théorie des marées, nous avons jugé utile d'accumuler le plus d'indications possibles.

Grâce à la bienveillante autorisation de M. Fichot, nous avons

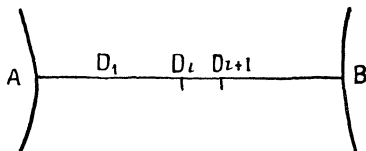
(1) Cette valeur du rayon terrestre a été prise dans Blondel, p. 28

pu consulter au Service hydrographique de la Marine les cartes de la mer Rouge contenant les sondages les plus récents.

Voici comment nous avons procédé pour le calcul de la profondeur moyenne relative à une section donnée AB.

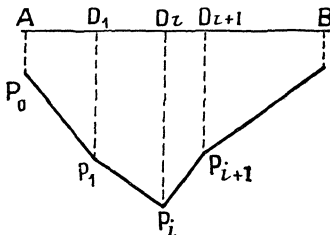
Ayant placé une réglette divisée en millimètres le long de cette section, nous avons relevé les divers sondages  $h_1, \dots, h_l, h_{l+1}, \dots, h_n$  indiqués sur la carte entre A et B, en des

Fig. 1.



points  $D_1, \dots, D_l, D_{l+1}, \dots, B$ , dont les distances comptées à partir de A sont respectivement :  $y_1, y_l, y_{l+1}, \dots, d$ . Si l'on considère la figure polygonale  $AP_0, \dots, P_l, P_{l+1}, \dots, B$  ainsi

Fig. 2.



obtenue dans la section verticale passant par AB, on peut écrire, d'après la définition de la moyenne,

$$(1) \quad h_m = \frac{1}{d} \int_0^d h \, dy.$$

C'est ce nombre que nous avons adopté comme profondeur moyenne de la mer dans la section AB.

Des relevés analogues ont été faits pour les 18 sections, et M. Gougenheim, Ingénieur hydrographe de la Marine, a eu l'obligeance de les vérifier.

TABLEAU II.

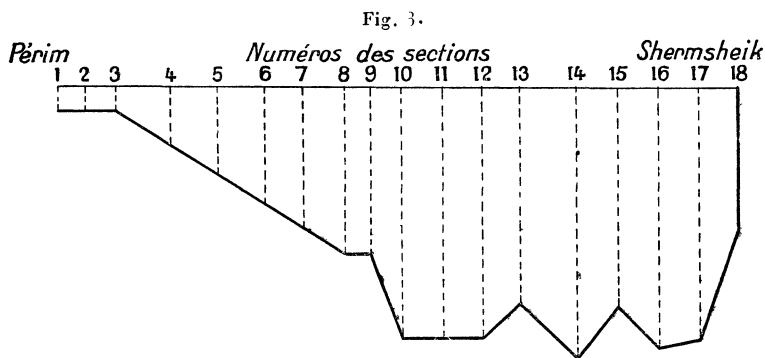
(1). N <sup>o</sup> .	(2). x.	(3). L.	(4). h <sub>B</sub> .	(5). σ <sub>B</sub> .	(6). φ.	(7). ψ.	(8). h <sub>m</sub> .	(9). σ <sub>m</sub> .	(10). X.	(11). N <sup>o</sup> . Sondages.	(12). X.
1...	0,0000	0,0043	0,0000078	0,00000034	0 <sup>0</sup> 12,65	43,33	0,0000064	0,00000028	0,3095	18	4
2...	74	104	78	81	13	43,14	57	59	3021	17	8
3...	268	199	78	155	14	42,55	75	150	2827	16	13
4...	462	297	220	652	15	42,00	178	529	2633	15	14
5...	676	509	283	1439	16	41,23	339	1724	2419	14	21
6...	881	527	393	2972	17	40,60	488	2571	2214	13	20
7...	1076	453	518	2345	18	40,14	603	2730	2019	12	11
8...	1279	459	487	2235	19	39,57	723	3319	1816	11	11
9...	1409	420	487	2045	19,38	38,90	717	3013	1686	10	13
10...	1551	422	911	3846	20	38,38	1134	4785	1544	9	13
11...	1727	337	1068	3596	21	38,18	1142	3860	1368	8	12
12...	1900	371	1037	3848	22	38,00	1188	4408	1195	7	8
13...	2094	402	974	3912	23	37,57	979	3934	1001	6	9
14...	2355	342	974	5329	24	36,44	1224	4221	740	5	6
15...	2537	339	895	3632	25	35,08	979	3318	558	4	6
16...	2734	308	942	2902	25	35,47	1185	3651	361	3	5
17...	2925	278	911	2530	27	34,89	1182	3287	170	2	7
18...	0,3095	0,0209	0,0000518	0,00001083	27,80	34,38	0,0000666	0,00001392	0,0000	1	13

Dans le Tableau II, figurent les profondeurs moyennes  $h_m$  calculées par la formule (1). On y trouve également les profondeurs moyennes  $h_B$  de Blondel, ainsi que les abscisses et les largeurs des 18 sections (cf. BLONDEL, p. 27). Ces diverses quantités sont exprimées en rayons terrestres.

- La colonne (1) contient les numéros d'ordre des sections, en prenant Périm comme origine;
- » (2), l'abscisse  $x$ , comptée à partir de Périm;
  - » (3), la largeur  $l$ ;
  - » (4), la profondeur  $h_B$ ;
  - » (5), la surface  $\sigma_B = l \times h_B$ ;
  - » (6), la latitude géographique  $\varphi$ ;
  - » (7), la longitude  $\psi$  (à l'est de Greenwich);
  - » (8), la profondeur  $h_m$ ;
  - » (9), la surface  $\sigma_m = l \times h_m$ ;
  - » (10), l'abscisse  $X$  comptée à partir de Shermshaik;
  - » (11), les numéros d'ordre des sections en prenant Shermshaik comme origine;
  - » (12), le nombre des sondages qui ont servi à la détermination des profondeurs  $h_m$ .

Il ressort du Tableau II que les profondeurs  $h_m$  sont en moyenne supérieures de 100<sup>m</sup> environ aux profondeurs  $h_B$  entre les sections 7 et 18 (origine Périm).

La courbe suivante représente la variation de la profondeur



moyenne  $h_m$ , entre Périm et Shermshaik.

L'échelle adoptée est 1000 fois plus grande pour les profondeurs que pour les abscisses.



*Profondeur moyenne dans un canal partiel.* — Dans la portion de la mer limitée par les sections d'abscisses  $x_n$  et  $x_k$ , la largeur moyenne  $L_m$  est donnée par la formule

$$(2) \quad L_m = \frac{\int_{x_n}^{x_k} l \, dx}{x_k - x_n}.$$

D'autre part le volume de ce canal partiel est

$$(3) \quad V = \int_{x_n}^{x_k} \sigma \, dx.$$

Par suite la profondeur moyenne  $H_m$  dans ce canal est la hauteur d'un parallélépipède droit ayant pour base le rectangle dont les dimensions sont  $x_k - x_n$  et  $L_m$ .

On a donc

$$H_m \times L_m \times (x_k - x_n) = V.$$

D'où, en remplaçant  $L_m$  et  $V$  par les valeurs (2) et (3),

$$(4) \quad H_m = \frac{\int_{x_n}^{x_k} \sigma \, dx}{\int_{x_n}^{x_k} l \, dx}.$$

Nous ferons usage de cette formule au Chapitre III.

**3. Potentiel.** — Nous rappelons que le potentiel générateur d'une onde est de la forme

$$(5) \quad \frac{W}{g} = U. G. C. \cos(ct + \alpha),$$

$U$  est le coefficient universel  $\frac{3}{2} \frac{M}{E} \left(\frac{a}{e}\right)^3 \alpha$ ; il est égal à  $0^m, 536$ ;

$G$  est un coefficient égal à  $\cos^2 \varphi$  pour les marées semi-diurnes, et à  $\sin^2 \varphi$  pour les marées diurnes,  $\varphi$  étant la latitude géographique;

$C$  est le coefficient astronomique; l'onde correspondante est souvent désignée par la lettre  $C$ ;

$c$  est la vitesse angulaire de l'onde;

$\alpha$  est la phase au temps initial.

Si l'on prend pour origine du temps, exprimé en heures moyennes, le passage de la lune fictive au méridien de Greenwich, on a pour les six ondes principales :

	$\frac{W}{g}$ .	Valeurs moyennes.	Vitesse angulaires ou $\lambda \sqrt{-1}$ .
(6)	$M_2 \dots 0,536 M_2 \cos^2 \varphi \cos(m_2 t - \psi)$	$M_2 = 0,45426$	$m_2 = 28,9841042$
	$S_2 \dots 0,536 S_2 \cos^2 \varphi \cos(s_2 t - 2\psi)$	$S_2 = 0,21137$	$s_2 = 30,0000000$
	$N_2 \dots 0,536 N_2 \cos^2 \varphi \cos(n_2 t - \psi)$	$N_2 = 0,08796$	$n_2 = 28,4397296$
	$K_1 \dots 0,536 K_1 \sin \varphi \cos(k_1 t - \psi)$	$K_1 = 0,26522$	$k_1 = 13,0410688$
	$O_1 \dots 0,536 O_1 \sin \varphi \cos(o_1 t - \psi)$	$O_1 = 0,18856$	$o_1 = 13,9430356$
	$P_1 \dots 0,536 P_1 \sin \varphi \cos(p_1 t - \psi)$	$P_1 = 0,08775$	$p_1 = 14,9589314$

$\psi$  est la longitude comptée positivement à l'ouest de Greenwich.

Blondel a calculé les fonctions

$$\cos^2 \varphi \sin \psi, \quad \cos^2 \varphi \cos \psi, \quad \sin \psi \sin 2 \varphi, \quad \cos \psi \sin 2 \varphi,$$

pour les 18 sections de la mer Rouge, et il a constaté que ces expressions peuvent se mettre sous la forme approchée  $A + Bx + Cx^2$ .

Les coefficients A, B, C, calculés par la méthode des moindres carrés, ont pour valeurs :

	A.	B.	C.	
(7)	$\cos^2 \varphi \sin 2 \psi \dots \dots \dots$	-0,9400	+0,275	+1,362
	$\cos^2 \varphi \cos 2 \psi \dots \dots \dots$	-0,0607	+0,928	-0,658
	$\sin 2 \varphi \sin \psi \dots \dots \dots$	-0,2855	-1,019	+1,431
	$\sin 2 \varphi \cos \psi \dots \dots \dots$	-0,3182	+1,182	+0,009

Quand on remplace dans l'expression (5) les quantités qui figurent au second membre par leurs valeurs tirées des tableaux (6) et (7), on trouve pour B et C les fonctions harmoniques suivantes :

	B.	C.
(8)	$M_2 \dots \dots \dots 0,236 \cos(m_2 t - 16,5)$	$0,368 \cos(m_2 t - 115,8)$
	$S_2 \dots \dots \dots 0,110 \cos(s_2 t - 16,45)$	$0,171 \cos(s_2 t - 115,7)$
	$N_2 \dots \dots \dots 0,046 \cos(n_2 t - 16,5)$	$0,071 \cos(n_2 t - 115,8)$
	$K_1 \dots \dots \dots 0,222 \cos(k_1 t - 319,2)$	$0,203 \cos(k_1 t - 90)$
	$O_1 \dots \dots \dots 0,157 \cos(o_1 t - 319,1)$	$0,145 \cos(o_1 t - 90)$
	$P_1 \dots \dots \dots 0,074 \cos(p_1 t - 319,4)$	$0,067 \cos(p_1 t - 90)$

Ces expressions, sauf celles de B et de C pour les ondes  $K_1$  et  $O_1$ , concordent avec celles que Blondel a données à la page 52 de son Mémoire.

Si l'on utilise les abscisses  $X$ , qui sont égales à  $0,3095 - x$ ,  $\frac{W}{g}$  s'écrit

$$A + B(0,3095 - X) + C(0,3095 - X)^2.$$

Appelons  $B'$  le coefficient de  $X$ ; on a  $B' = -B - 2C \times 0,3095$ , et par suite pour les diverses ondes

$B'$ .

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots\dots\dots 0,300 \cos(m_2 t - 245^\circ) \\ S_2 \dots\dots\dots 0,139 \cos(s_2 t - 244,9) \\ N_2 \dots\dots\dots 0,059 \cos(n_2 t - 244,8) \\ K_1 \dots\dots\dots 0,163 \cos(k_1 t - 173,6) \\ O_1 \dots\dots\dots 0,120 \cos(o_1 t - 173,8) \\ P_1 \dots\dots\dots 0,056 \cos(p_1 t - 172,9) \end{array} \right.$$

Au cours de ce travail nous nous servirons des valeurs de  $\frac{-\lambda^2}{g}$  pour les six ondes principales. Nous connaissons  $\lambda\sqrt{-1}$  par le tableau (6); d'autre part, on a  $g = 19,957$  (cf. BLONDEL, p. 28), ce qui donne pour les  $\log \frac{-\lambda^2}{g}$  les nombres suivants :

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Pour } M_2 \dots\dots\dots & \log \frac{-\lambda^2}{g} = \bar{2},10798 \\ \text{» } S_2 \dots\dots\dots & \text{»} = \bar{2},13791 \\ \text{» } N_2 \dots\dots\dots & \text{»} = \bar{2},09152 \\ \text{» } K_1 \dots\dots\dots & \text{»} = \bar{3},53822 \\ \text{» } O_1 \dots\dots\dots & \text{»} = \bar{3},47238 \\ \text{» } P_1 \dots\dots\dots & \text{»} = \bar{3},53347 \end{array} \right.$$

## CHAPITRE II.

### MÉTHODE DE RITZ.

#### Étude des Marées de la mer Rouge par la méthode de Ritz.

4. Puisque la mer Rouge peut être assimilée à un canal, nous rappelons que la marée  $\zeta$  s'obtient en résolvant l'équation différentielle du second ordre,

$$(11) \quad \frac{d}{dx} \left( \sigma \frac{d\varphi}{dx} \right) = \frac{l}{g} (\lambda^2 \varphi - W)$$

dans laquelle  $x, \sigma, l, g, \lambda^2, W$  ont la même signification qu'au Chapitre précédent;  $\varphi$ , qui n'a aucun rapport avec le  $\varphi$  du Chapitre I, est la fonction cotidale reliée à la marée  $\zeta$  par la formule

$$(12) \quad \frac{\lambda^2 \varphi - W}{g} = \zeta.$$

La fonction  $\varphi$  est assujettie à certaines conditions. Si, comme l'a fait Blondel, on adopte Périm pour point de départ,  $\zeta$ , et par suite  $\varphi$ , sont données en ce point par les observations. La seconde condition s'obtient en écrivant que sur la paroi terminale, à l'extrémité nord de la mer Rouge, le déplacement est nul, c'est-à-dire que l'on a

$$(13) \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \text{pour } x = x_0.$$

Si l'on emploie pour résoudre l'équation (11) la méthode de Ritz, dont M. Plancherel (1) a démontré l'exactitude dans tous les cas, on doit rendre minimum l'intégrale

$$\int_0^r \left[ \sigma \varphi'^2 - \frac{l}{g \lambda^2} (\lambda^2 \varphi - W)^2 \right] dx.$$

Posons, avec Blondel,

$$\varphi = \psi - \frac{g[\zeta] + [W]}{\lambda^2} = \psi + \Delta,$$

$[\zeta]$  et  $[W]$  sont la marée et le potentiel à Périm.

Nous aurons donc à annuler la variation première de

$$(14) \quad I = \int_0^{r_0} \left[ \sigma \psi'^2 - l \frac{\lambda^2}{g} \psi^2 - 2\psi \left( l \frac{W}{g} - l \frac{\lambda^2 \Delta}{g} \right) \right] dx$$

et puisque  $\frac{W}{g}$  peut se mettre sous la forme  $A + Bx + Cx^2$  tout le long de l'axe principal de la mer Rouge, il vient

$$\frac{W}{g} - \frac{\lambda^2 \Delta}{g} = Bx + Cx^2 - [\zeta]$$

si, dans l'intégrale (14), on remplace la fonction  $\psi$  par  $\Sigma \alpha_i \sin \mu_i x$ ,

---

(1) *Bull. des Sc. math.*, 1923, p. 376

où  $\mu_i = \frac{2i+1}{2x_0} \pi$ , les conditions du problème se trouvent satisfaites, puisque  $\varphi = 0$  pour  $x = 0$ ,  $\varphi' = 0$  pour  $x = x_0$ , et l'expression entre crochets devient

$$\Sigma \alpha_i \alpha_k X_{ik} - 2 \Sigma \alpha_i Y_i,$$

en posant

$$X_{ik} = \sigma \mu_i \mu_k \cos \mu_i x \cos \mu_k x + l \frac{\lambda^2}{g} \sin \mu_i x \sin \mu_k x,$$

$$Y_i = l [Bx + Cx^2 - [\zeta]] \sin \mu_i x.$$

Pour calculer l'intégrale (14), il faut donc calculer les intégrales définies suivantes :

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ik} = \int_0^{x_0} \sigma(x) \cos \mu_i x \cos \mu_k x \, dx, \\ l_{ik} = \int_0^{x_0} l(x) \sin \mu_i x \sin \mu_k x \, dx, \\ l_i = \int_0^{x_0} l(x) \sin \mu_i x \, dx, \\ l'_i = \int_0^{x_0} l(x) x \sin \mu_i x \, dx, \\ l''_i = \int_0^{x_0} l(x) x^2 \sin \mu_i x \, dx. \end{array} \right.$$

Ces calculs doivent être effectués pour toutes les valeurs de  $i$  et de  $k$  qui entrent dans l'approximation adoptée.

Ainsi que l'a remarqué Blondel, le nombre des intégrales (15) à calculer est un peu diminué, car on a les relations

$$2 \cos \mu_i x \cos \mu_k x = \cos(i-k) \frac{\pi x}{x_0} + \cos(i+k+1) \frac{\pi x}{x_0},$$

$$2 \sin \mu_i x \sin \mu_k x = \cos(i-k) \frac{\pi x}{x_0} - \cos(i+k+1) \frac{\pi x}{x_0}.$$

Si l'on adopte pour la fonction  $\psi$  la forme

$$(16) \quad \psi = \alpha_0 \sin \mu_0 x + \alpha_1 \sin \mu_1 x + \alpha_2 \sin \mu_2 x + \alpha_3 \sin \mu_3 x + \alpha_4 \sin \mu_4 x,$$

il faut faire dans les intégrales précédentes  $i$  et  $k$  égaux à 0, 1, 2, 3, 4, ce qui porte à 35 le nombre des intégrales définies à calculer.

Au lieu d'employer le procédé graphique de Blondel, nous

avons calculé les intégrales (15), qui sont de la forme  $\int_0^{x_0} E(x) dx$ , en faisant la somme des aires des trapèzes élémentaires limités par les ordonnées  $E(x_i)$ ,  $E(x_{i+1})$ , correspondant aux points d'abscisses  $x_i$ ,  $x_{i+1}$ . Ces trapèzes sont au nombre de 17 dans chaque intégrale quand on adopte la division de la mer Rouge en 18 sections.

A part de légères différences n'excédant pas quelques unités du dernier ordre conservé dans les calculs, nous nous sommes trouvée en accord avec Blondel sur tous les nombres contenus dans la page 48 de son Mémoire, sauf toutefois en ce qui concerne  $\mu_1 \mu_3 \sigma_{13}$  qui est égal à  $-10^7 \times 503$  et non à  $-10^7 \times 50$ .

Le Tableau III de l'Appendice contient les résultats de nos propres calculs.

3. Calcul des  $\alpha_i$ . — Les équations qui déterminent les inconnues  $\alpha_i$ , et qu'on obtient en annulant les dérivées partielles du premier ordre de l'intégrale définie (14), prises par rapport aux  $\alpha_i$ , sont

$$(17) \quad \sum_k \left( \mu_i \mu_k \sigma_{ik} + \frac{\lambda^2}{g} l_{ik} \right) \alpha_k = -[\zeta] l_i + B l_i + C l_i.$$

Nous connaissons toutes les quantités qui entrent dans ces équations, y compris les valeurs de  $\frac{-\lambda^2}{g}$  pour les six ondes principales (voir Chap. I).

A cause de l'erreur que nous venons de mentionner, le coefficient de  $\alpha_3$  dans la deuxième de ces équations et par suite son égal, le coefficient de  $\alpha_1$  dans la quatrième, se trouvent modifiés pour toutes les ondes.

Voici les valeurs obtenues pour les coefficients des équations (17) relatives aux ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ . (Ces coefficients sont, dans l'ordre indiqué, ceux de  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  dans la première équation, puis ceux de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  dans la deuxième, puis ceux de  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  dans la troisième, etc. On peut former avec ces coefficients le tableau triangulaire suivant que l'on complétera par symétrie. C'est le premier tableau de la page 49 de Blondel, rectifié.)

TABLEAU III.

	M.	S <sub>2</sub> .	N.	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub> .	P <sub>1</sub> .
A <sub>0</sub> .....	— 635	— 685	— 609	— 121	— 94	— 119
B.....	— 252	— 260	— 248	— 169	— 165	— 169
C.....	— 44	— 41	— 46	— 76	— 78	— 76
D.....	— 27	— 28	— 26	— 14	— 13	— 14
E.....	0	5	— 2	— 50	— 53	— 51
A <sub>1</sub> .....	108	53	137	674	703	676
F.....	— 536	— 542	— 533	— 472	— 469	— 472
G.....	— 407	— 401	— 412	— 477	— 481	— 478
H.....	169	173	167	127	124	126
A <sub>2</sub> .....	1568	1516	1595	2095	2123	2098
J.....	— 871	— 872	— 870	— 863	— 863	— 863
K.....	— 641	— 633	— 645	— 721	— 726	— 722
A <sub>3</sub> .....	4128	4077	4154	4644	4671	4646
M.....	—1484	—1484	—1484	—1487	—1487	—1487
A <sub>4</sub> .....	6942	6893	6968	7447	7473	7449

Dans les seconds membres des équations (17) les coefficients de  $[\zeta]$ , B, C sont les mêmes pour toutes les ondes; ce sont les valeurs des  $l_i$ ,  $l'_i$ ,  $l''_i$  multipliées par une puissance convenable de 10.

TABLEAU IV.

	$[\zeta]$ .	B.	C.
1 <sup>re</sup> équation.....	—72100	13510	2905
2 <sup>e</sup> » .....	—35700	560	— 750
3 <sup>e</sup> » .....	—12000	— 370	24
4 <sup>e</sup> » .....	— 6200	120	— 20
5 <sup>e</sup> » .....	3300	— 720	— 80

On voit d'après ce tableau que le coefficient de  $[\zeta]$  dans la 5<sup>e</sup> équation est égal à 3300 et non à — 3300 comme dans le tableau correspondant de Blondel (page 49).

Au cours d'une première lecture, nous avons cru à une faute d'impression, mais il n'en est rien, car en adoptant pour  $l_5$  la valeur erronée on retrouve bien les  $\alpha_i$  de la page 50, pour l'onde M<sub>2</sub>.

Après résolution, par élimination, des systèmes d'équations (17), nous avons obtenu pour les  $\alpha_i$  des six ondes principales les valeurs ci-après.

TABLEAU V.

M<sub>2</sub>.

$\alpha_0 = 73,19 [\zeta] - 42,10 \text{ B} - 12,18 \text{ C}$		
$\alpha_1 = 92,93$	+ 47,60	+ 17,33
$\alpha_2 = 38,74$	+ 21,61	+ 8,13
$\alpha_3 = 18,38$	+ 10,03	+ 3,73
$\alpha_4 = 5,72$	+ 2,87	- 1,11

S<sub>2</sub>.

$\alpha_0 = 78,01 [\zeta] - 31,07 \text{ B} - 8,45 \text{ C}$		
$\alpha_1 = 66,18$	+ 27,27	- 10,04
$\alpha_2 = 26,80$	+ 12,74	+ 4,96
$\alpha_3 = 12,69$	- 5,87	- 2,26
$\alpha_4 = 3,95$	+ 1,67	- 0,68

N<sub>2</sub>.

$\alpha_0 = 61,55 [\zeta] - 55,51 \text{ B} - 16,74 \text{ C}$		
$\alpha_1 = 126,89$	+ 74,02	+ 26,53
$\alpha_2 = 53,73$	+ 33,20	+ 12,17
$\alpha_3 = 25,52$	+ 15,57	+ 5,67
$\alpha_4 = 7,85$	- 4,49	- 1,68

K<sub>1</sub>.

$\alpha_0 = 425,13 [\zeta] - 64,13 \text{ B} - 12,08 \text{ C}$		
$\alpha_1 = 97,66$	- 27,42	- 7,01
$\alpha_2 = 44,00$	- 11,98	- 2,78
$\alpha_3 = 21,39$	- 5,98	- 1,44
$\alpha_4 = 10,17$	- 2,41	- 0,53

O<sub>1</sub>.

$\alpha_0 = 502,45 [\zeta] - 77,07 \text{ B} - 14,67 \text{ C}$		
$\alpha_1 = 119,09$	- 30,27	- 7,50
$\alpha_2 = 54,07$	- 13,33	- 3,02
$\alpha_3 = 26,30$	- 6,64	- 1,56
$\alpha_4 = 12,51$	- 2,76	- 0,59



P<sub>1</sub>.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 429,48 [\zeta] - 64,84 B - 12,23 C \\ \alpha_1 &= 99,18 \quad - 27,62 \quad - 7,04 \\ \alpha_2 &= 44,67 \quad - 12,66 \quad - 2,79 \\ \alpha_3 &= 21,78 \quad - 6,03 \quad - 1,46 \\ \alpha_4 &= 10,38 \quad - 2,45 \quad - 0,54 \end{aligned}$$

Le Tableau I de l'Appendice contient les résultats des vérifications pour tous les systèmes d'équations en  $\alpha_i$ .

Dans les coefficients  $[\zeta]$ , B, C, les centièmes seront abandonnés dans les calculs ultérieurs, mais il faut en tenir compte pour les vérifications.

Nous insisterons sur l'une quelconque de ces vérifications, par exemple celle qui est relative à l'onde M<sub>2</sub>, dans la 5<sup>e</sup> equation.

Quand on remplace dans le premier membre les  $\alpha_i$  par leurs valeurs en fonction de  $[\zeta]$ , B, C, on trouve que les coefficients finals de ces quantités résultent des opérations suivantes :

	55413	27968	10635
	-52108	-28736	-10746
Soit.....	3305	- 768	- 111
Pour.....	[ $\zeta$ ]	B	C

On obtient pour les autres vérifications des résultats analogues.

Ainsi les coefficients de  $[\zeta]$ , B, C proviennent de différences entre des nombres d'un ordre respectivement 10 et 100 fois supérieur aux résultats. Cela semble indiquer que les équations en  $\alpha_i$  sont voisines de l'indétermination.

On trouvera un peu plus loin (§ 8) une autre remarque venant à l'appui de cette hypothèse.

**6. Variation des éléments des six ondes principales.** — Mieux documentée que Blondel, puisque nous connaissons les valeurs exactes des constantes harmoniques des six ondes principales à Périn et dans plusieurs ports de la mer Rouge, nous sommes en mesure de comparer avec fruit les résultats fournis par la méthode de Ritz aux données de l'observation.

D'après la formule (12), on a, en remplaçant  $\varphi$  par sa valeur en fonction de  $\psi$ ,

$$\zeta = \frac{\lambda^2}{g} \psi + [\zeta] + \frac{[W] - W}{g}.$$

En tenant compte de la relation (16) et posant

$$\alpha_i = \delta_i [\zeta] + \beta_i B + \gamma_i C \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4),$$

la valeur précédente de  $\zeta$  s'écrit

$$(18) \quad \zeta = [\zeta] \left( 1 - \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \right) + B \left( -x + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x \right) + C \left( -x^2 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x \right).$$

Pour chaque onde nous connaissons  $\beta_i, \gamma_i, \delta_i$  (§ 5, Tableau V); B, C, [§ 3, formule (8)];  $\frac{\lambda^2}{g}$  [n° 3, formule (10)]. Du Tableau I (Chap. I), nous tirons les valeurs de  $\zeta$  à Périn, soient

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } M_2 \dots \dots \dots \quad 0,366 \cos(m_2 t - 139^\circ) \\ \text{» } S_2 \dots \dots \dots \quad 0,171 \cos(s_2 t - 155^\circ) \\ \text{» } N_2 \dots \dots \dots \quad 0,105 \cos(n_2 t - 139^\circ) \\ \text{» } K_1 \dots \dots \dots \quad 0,351 \cos(k_1 t - 350^\circ) \\ \text{» } O_1 \dots \dots \dots \quad 0,180 \cos(o_1 t - 353^\circ) \\ \text{» } P_1 \dots \dots \dots \quad 0,110 \cos(p_1 t - 347^\circ) \end{array} \right. [\zeta].$$

Nous connaissons donc tous les éléments numériques qui entrent dans la formule (18). Remplaçons  $x$  successivement par les abscisses des 18 sections intermédiaires, ainsi que des sections relatives aux stations d'observations. Sur une section déterminée L,  $\zeta$  se présente, tous calculs faits, sous la forme

$$\zeta_L = G \cos ct - G' \sin ct.$$

ou

$$\zeta_L = A \cos(ct - \alpha).$$

Les valeurs ainsi calculées pour les amplitudes A et pour les

heures cotidales  $\left(\frac{\alpha}{30}$  ou  $\frac{\alpha}{15}$ , suivant que l'onde considérée est semi-diurne ou diurne) font connaître la variation des marées des six ondes principales entre Périn et l'extrémité nord de la mer Rouge. Elles figurent dans le tableau ci-joint, et les calculs intermédiaires sont contenus dans le Tableau II de l'Appendice. Ces résultats sont traduits graphiquement par les courbes pointillées qui se trouvent à la fin du Chapitre IV.

TABLEAU VI. — *Méthode de Ritz.*

Variation de  $\zeta$  le long de la mer Rouge pour les ondes principales.  
Point de départ : *Périn.*

Sections et Stations.	M <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> .		N <sub>1</sub> .		K <sub>1</sub> .		O <sub>1</sub> .		P <sub>1</sub> .	
	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.
	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h
Périn .....	36,6	4,6	17,1	5,2	10,5	4,6	35,1	23,4	18,0	23,6	11,0	23,1
2.....	24,1	4,9	12,9	5,3	5,9	5,0	30,2	23,3	15,3	23,5	9,4	23,1
Assab.....	21,9	5,1	12,0	5,4	5,0	5,1	29,4	23,3	15,0	23,5	9,1	23,1
3.....	14,1	8,5	4,3	7,1	6,5	9,5	18,5	23,3	9,4	23,4	5,8	23,1
Kamaran.....	30,0	9,4	6,6	9,6	12,7	9,8	10,8	23,1	5,4	23,1	3,3	23,0
4.....	32,4	9,5	7,4	9,7	13,7	9,9	9,4	23,1	4,5	23,1	2,8	22,9
5.....	40,4	9,7	10,4	10,1	16,3	10,0	3,3	22,7	1,3	22,1	1,0	22,4
Massaua.....	39,2	9,7	10,7	10,2	15,9	10,0	1,5	21,5	0,7	20,3	0,6	21,9
6.....	36,6	9,7	9,7	10,3	14,3	10,0	0,5	17,3	0,4	19,8	0,1	21,0
7.....	25,8	9,8	7,3	10,4	9,9	10,0	1,3	12,0	0,8	13,5	0,3	13,2
8.....	13,7	9,8	4,0	10,6	5,3	10,1	2,5	11,8	1,4	12,0	0,8	11,5
9.....	6,9	10,2	2,5	10,9	2,6	10,3	3,4	11,5	1,9	11,8	0,9	11,2
10.....	1,6	0,6	1,0	0,4	0,6	1,0	4,6	11,2	2,5	11,4	1,5	10,9
Port Sudan....	1,8	0,7	1,0	0,4	0,5	1,8	4,6	11,2	2,6	11,4	1,5	10,9
11.....	6,9	3,1	1,4	2,7	2,6	3,6	5,8	11,4	3,2	11,6	1,7	11,1
Gidda.....	8,5	3,2	1,8	3,3	3,4	3,7	6,3	11,3	3,5	11,6	2,0	11,0
12.....	12,3	3,4	2,7	3,5	5,1	3,8	6,9	11,4	3,8	11,5	2,1	11,3
13.....	19,0	3,5	4,7	3,9	7,7	3,9	7,8	11,2	4,4	11,4	2,4	11,0
14.....	26,9	3,6	7,4	4,4	10,9	3,9	8,4	11,2	4,8	11,4	2,6	11,0
15.....	31,4	3,7	7,7	4,2	12,7	3,9	9,0	11,2	5,0	11,5	2,8	11,0
16.....	34,5	3,7	8,7	4,2	14,1	3,9	9,6	11,2	5,6	11,4	3,2	11,0
Koseir.....	35,6	3,7	9,0	4,3	14,3	4,0	10,4	11,2	5,7	11,4	3,3	11,1
17.....	36,1	3,7	9,0	4,3	14,6	4,0	10,7	11,2	5,9	11,5	3,5	11,1
Shermsheik ... (ou Shadwan).	36,3	3,8	9,0	4,4	14,9	4,0	11,0	11,2	6,5	11,5	3,6	11,1

7. **Comparaison avec les observations.** — Comparons maintenant les amplitudes théoriques données par le Tableau VI, aux amplitudes observées dans les diverses stations (Chapitre I, Tableau I), et formons les résidus O-C; on obtient ainsi les nombres suivants (exprimés en centimètres) :

TABLEAU VII. — *Amplitudes.*

Stations.	M <sub>2</sub> .	S <sub>2</sub> .	N <sub>2</sub> .	K <sub>1</sub> .	O <sub>1</sub> .	P <sub>1</sub> .
	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.
	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Perim (p <sup>t</sup> de départ)..	0	0	0	0	0	0
Assab.....	-14,1	-9,0	-2,8	-11,3	-8,8	-3,1
Kamaran.....	+2,8	+2,3	-3,5	-9,1	-4,6	-2,8
Massaua.....	-5,8	+1,7	-6,6	+0,8	+1,2	+0,7
Port Sudan.....	-0,9	0,0	-0,2	-2,3	-0,5	-0,7
Gidda.....	-1,1	-0,9	-1,2	-2,4	-1,7	-0,7
Koseir.....	-13,7	-3,5	-7,7	-8,4	-3,7	-2,6
Shadwan.....	-11,2	-5,0	-6,9	-8,7	-5,8	-2,8
Σ(O — C).....	-44,0	-14,4	-28,9	-41,4	-23,9	-12,0
O — C  <sub>m</sub> .....	7,1	3,2	4,1	6,1	3,8	1,9

|O — C|<sub>m</sub> est la moyenne des valeurs absolues des O — C pour une onde déterminée.

Nous donnons dans un second tableau les heures cotidales calculées et observées.

TABLEAU VIII. — *Heures cotidales.*

Stations.	M <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> .		N <sub>2</sub> .		K <sub>1</sub> .		O <sub>1</sub> .		P <sub>1</sub> .	
	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
Périm.....	4,6	4,6	5,2	5,2	4,6	4,6	23,3	23,3	23,5	23,5	23,1	23,1
Assab.....	9,7	5,1	5,7	5,4	8,9	5,1	22,3	23,3	23,0	23,5	22,3	23,1
Kamaran.....	10,1	9,4	11,0	9,6	9,4	9,8	2,3	23,1	9,3	23,1	2,3	23,0
Massaua.....	10,9	9,7	11,1	10,2	9,8	10,0	10,9	21,5	12,2	20,3	11,3	21,9
Port Sudan.....	6,8	0,7	8,5	0,4	5,8	1,8	11,3	11,2	11,9	11,4	11,3	10,9
Gidda.....	4,1	3,2	5,3	3,3	3,5	3,7	12,5	11,3	10,6	11,6	12,5	11,0
Koseir.....	3,7	3,7	4,6	4,3	2,7	4,0	10,5	11,2	12,8	11,4	10,5	11,1
Shadwan.....	3,9	3,8	4,8	4,4	2,9	4,0	11,2	11,2	11,9	11,5	11,2	11,1

Nous remarquons sur le Tableau VII le caractère systématiquement négatif des résidus pour toutes les ondes; ils sont maxima en valeur absolue aux deux extrémités de la mer Rouge et minima dans la région comprise entre Kamaran et Gidda.

Pour les ondes semi-diurnes, la zone nodale voisine d'Assab est indiquée par le calcul au nord de sa position observée; la seconde zone nodale, voisine de Port Sudan, est donnée correctement par le calcul; toutefois l'heure cotidale calculée  $y$  est très différente de l'heure observée.

En ce qui concerne les ondes diurnes, la position du nœud résultant des calculs est au nord de la position observée.

En définitive les résultats qui viennent d'être obtenus par la méthode de Ritz sont assez satisfaisants, mais laissent subsister un doute quant au frottement.

**8. Changement de profondeurs.** — On peut se demander s'ils ne seraient pas améliorés en adoptant comme profondeurs moyennes des diverses sections les nombres  $h_m$  au lieu des nombres  $h_B$  (Chap. I, § 2).

C'est pourquoi nous avons repris le calcul des intégrales définies (15) qui contiennent les profondeurs, et résolu le système d'équations en  $\alpha_i$  relatif à l'onde  $M_2$  (Tableau III de l'Appendice).

Nous avons obtenu, tous calculs faits :

$$(20) \quad \begin{cases} \alpha_0 = 193,15[\zeta] + 97,09B + 35,38C \\ \alpha_1 = -148,61 & -228,74 & -77,17 \\ \alpha_2 = -62,47 & -96,09 & -32,18 \\ \alpha_3 = -31,02 & -47,66 & -15,99 \\ \alpha_4 = -11,96 & -18,73 & -6,26 \end{cases}$$

Si l'on compare ces nombres aux résultats correspondants du Tableau V (§ 5), on remarque que les coefficients de  $[\zeta]$ ,  $B$ ,  $C$  sont très différents dans les deux cas. Portons les  $\alpha_i$  précédents dans la formule (18) (§ 6) qui donne la variation de  $\zeta$ ; on trouve pour les amplitudes et les heures cotidales de la marée  $M_2$  dans les diverses stations les nombres suivants :

*Marée M<sub>2</sub>.*

	Assab.		Kamaran.		Massaua.		Port Sudan.	
	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.
Amplitude..	58 <sup>cm</sup> , 3	7 <sup>cm</sup> , 8	131 <sup>cm</sup> , 2	32 <sup>cm</sup> , 8	126 <sup>cm</sup> , 0	33 <sup>cm</sup> , 4	6 <sup>mc</sup> , 8	0 <sup>cm</sup> , 9
H. cotidale..	3 <sup>h</sup> , 9	9 <sup>h</sup> , 7	3 <sup>h</sup> , 3	10 <sup>h</sup> , 1	3 <sup>h</sup> , 2	10 <sup>h</sup> , 9	9 <sup>h</sup> , 3	6 <sup>h</sup> , 8
	Gidda.		Kosei.		Shermsheik			
	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.		
Amplitude..	34 <sup>cm</sup> , 5	7 <sup>cm</sup> , 4	130 <sup>cm</sup> , 7	21 <sup>cm</sup> , 9	134 <sup>cm</sup> , 2	25 <sup>cm</sup> , 1		
H. cotidale..	9 <sup>h</sup> , 3	4 <sup>h</sup> , 1	9 <sup>h</sup> , 2	3 <sup>h</sup> , 7	9 <sup>h</sup> , 2	3 <sup>h</sup> , 9		

Nous constatons un gros désaccord entre le calcul et l'observation.

Celui-ci n'indique plus qu'une région nodale au lieu de deux, et donne des amplitudes beaucoup trop fortes. A Shermsheik, l'heure cotidale calculée est à 6 heures de la réalité.

Ainsi, pour un changement assez médiocre dans les profondeurs adoptées, on trouve une discordance considérable dans les résultats; il semble d'après cela que les profondeurs  $h_m$  soient à rejeter.

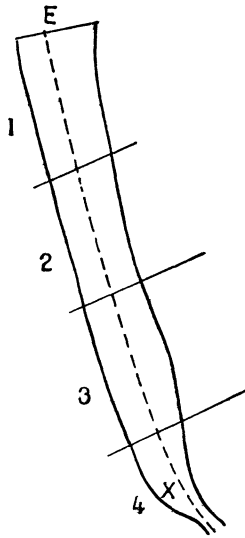
Ces résultats troublants nous amènent à essayer l'emploi d'une méthode toute différente pour étudier les marées de la mer-Rouge.

Comme, d'autre part, le régime de la marée varie très rapidement au voisinage immédiat de l'île de Périm, et que les données de l'observation sont peu nombreuses dans cette région, nous croyons plus rationnel d'adopter pour origine Shermsheik, extrémité nord fermée de la mer Rouge.

CHAPITRE III.  
MÉTHODE DE FRACTIONNEMENT  
EN CANAUX DE PROFONDEUR CONSTANTE.

La méthode que nous allons employer pour étudier les marées dans un canal de largeur et de profondeur variables, fermé à l'une de ses extrémités E, consiste à assimiler ce canal à une suite de canaux 1, 2, 3, 4, . . . , dont la profondeur est constante pour

Fig. 4.



chacun d'eux, mais varie d'un canal à l'autre, et dont la largeur est, ou constante, ou fonction exponentielle  $Se^{\lambda X}$  de  $X$ ,  $X$  étant la distance comptée à partir de E sur l'axe EX du canal.

On pourra toujours faire la subdivision de telle façon que dans chacun des canaux partiels le potentiel generateur  $\frac{W_i}{g}$  d'une onde déterminée ait la forme  $A_i + B_i X + C_i \Delta^2$ , où  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  sont des fonctions harmoniques du temps (cf. POINCARÉ, *Théories des Marées*, § 132). Dans ce qui suit nous supposons, pour simplifier,

qu'elles gardent les mêmes valeurs A, B', C tout le long du canal.

9. Canal de largeur constante. — Si dans l'équation différentielle rappelée au Chapitre précédent,

$$(11) \quad \frac{d}{dX} \left( \sigma \frac{d\varphi}{dX} \right) = \frac{l}{g} (\lambda^2 \varphi - W) \quad \text{où} \quad \sigma = lh,$$

on suppose constantes les quantités  $l$  et  $h$ , il vient en divisant les deux membres par  $l$

$$\frac{d^2 \varphi}{dX^2} = \frac{1}{gh} (\lambda^2 \varphi - W).$$

Posons  $\mu^2 = -\frac{\lambda^2}{gh}$  et remplaçons dans cette équation  $\varphi$  par  $\frac{g\zeta + W}{\lambda^2}$ ; on obtient

$$\frac{d^2 \zeta}{dX^2} + \mu^2 \zeta + \frac{d^2}{dX^2} \left( \frac{W}{g} \right) = 0,$$

d'où nous tirons l'expression bien connue de la marée  $\zeta$

$$(21) \quad \zeta = U_i \cos \mu X + V_i \sin \mu X - \frac{2C}{\mu^2}.$$

*Calcul des constantes d'intégration.* — Les constantes d'intégration  $U_i$  et  $V_i$  se déterminent par les conditions aux limites.

Dans le canal I, dont l'extrémité E est fermée, on détermine  $U_1$  et  $V_1$  en écrivant d'une part, que pour  $X = 0$ ,  $\zeta$  a une valeur  $\zeta_1$ , d'où

$$(22) \quad U_1 = \zeta_1 + \frac{2C}{\mu_1^2}$$

et, d'autre part, que  $\frac{d\varphi}{dX}$  est nul sur la paroi terminale E, d'où

$$(23) \quad V_1 = -\frac{B'}{\mu_1},$$

$U_1$  et  $V_1$  sont donc, comme  $\zeta_E$ , B', C, des fonctions harmoniques du temps.

Pour passer du calcul des constantes du premier canal au calcul



des constantes du second canal, ou, plus généralement, pour passer du calcul des constantes du canal  $i$  au calcul des constantes du canal  $i + 1$ , supposé de même largeur que le canal  $i$ , nous écrivons, qu'au point de jonction d'abscisse  $x_n$  des canaux  $i$  et  $i + 1$ , la fonction  $\zeta$  a la même valeur, ou  $\zeta_{i+1} = \zeta_i$ , ce qui fournit une première relation entre  $U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  (1).

Nous aurons la seconde relation en exprimant que la quantité de liquide qui arrive à la section d'abscisse  $X_n$  par le canal  $i$  est égale à celle qui s'écoule par le canal  $i + 1$ .

Or l'expression du liquide affluant à la section commune est  $\sigma \frac{d\varphi}{dX}$ . Comme la largeur  $l$  est la même pour les deux canaux, on a

$$\sigma_i = h_i l \quad \text{et} \quad \sigma_{i+1} = h_{i+1} l.$$

Évaluons  $\frac{d\varphi}{dx}$ . De la relation (21), et de la relation  $\varphi = \frac{g\zeta}{\lambda^2} - \frac{W}{\lambda^2}$ , on tire aisément

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{g}{\lambda^2} (-\mu U \sin \mu X + \mu V \cos \mu X) + \frac{g}{\lambda^2} (B' + 2CX).$$

De sorte que l'équation de continuité s'écrit, en divisant les deux membres par  $\frac{g}{\lambda^2}$ ,

$$h_i \frac{d\varphi_i}{dx} = h_{i+1} \frac{d\varphi_{i+1}}{dx}$$

ou, en développant,

$$(24) \quad h_i (-\mu_i U_i \sin \mu_i X_n + \mu_i V_i \cos \mu_i X_n + B' + 2CX_n) \\ = h_{i+1} [-\mu_{i+1} U_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n + \mu_{i+1} V_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n + B' + 2CX_n].$$

La relation  $\zeta_{i+1} = \zeta_i$ , développée, donne

$$(25) \quad U_i \cos \mu_i X_n + V_i \sin \mu_i X_n - \frac{2C}{\mu_i^2} \\ = U_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n + V_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n - \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} = \zeta_n.$$

Ainsi quand les constantes  $U_i$  et  $V_i$  sont connues, les constantes  $U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  sont déterminées par les équations (24) et (25).

---

(1) POINCARÉ, *Théorie des Marées*, § 128.

Ces équations résolues par rapport à  $U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  donnent, en posant

$$r_{i+1} = \frac{\mu_{i+1}}{\mu_i},$$

d'où

$$\frac{h_i}{h_{i+1}} = r_{i+1}^2$$

et

$$\begin{aligned} K_{i+1} &= \frac{1}{\mu_{i+1}}(r_{i+1}^2 - 1), \\ (26) \quad \left\{ \begin{aligned} U_{i+1} &= \left( \zeta_n + \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} \right) \cos \mu_{i+1} X_n \\ &\quad + (U_i \sin \mu_i X_n - V_i \cos \mu_i X_n) r_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n \\ &\quad - (B' + 2CX_n) K_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n, \\ V_{i+1} &= \left( \zeta_n + \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} \right) \sin \mu_{i+1} X_n \\ &\quad - (U_i \sin \mu_i X_n - V_i \cos \mu_i X_n) r_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n \\ &\quad + (B' + 2CX_n) K_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Les quantités  $\zeta_n$ ,  $B'$ ,  $C$ ,  $U_i$ ,  $V_i$  étant des fonctions harmoniques du temps,  $U_{i+1}$ , et  $V_{i+1}$  se présenteront, tous calculs faits, sous la forme

$$H \cos ct + H' \sin ct,$$

où  $H$  et  $H'$  sont des nombres et  $c$  la vitesse angulaire de l'onde considérée.

**10. Canal de largeur variable.** — Afin de pouvoir intégrer l'équation des marées dans un canal dont la profondeur est constante, mais dont la largeur varie, nous admettrons, comme l'a fait M. Lévy <sup>(1)</sup>, que  $l$  peut être représentée par une fonction exponentielle de  $X$ . On pourra choisir les canaux partiels de façon que cette loi de variation soit très voisine de la réalité.

Posons donc

$$l = S e^{s(\Lambda - X_m)},$$

$X_m$  est la moyenne arithmétique des valeurs de  $X$  aux deux extrémités du canal considéré,  $S$  et  $s$  sont deux constantes qu'on déter-

---

<sup>(1)</sup> *Leçons sur la Théorie des Marées*, p. 221.

minera en tirant des valeurs extrêmes de  $X$  les valeurs correspondantes de  $l$ .

Portons la valeur précédente de  $l$  dans l'équation différentielle (11).

Comme  $\frac{dl}{dX} = sl$ , cette équation devient après avoir divisé les deux membres par  $S e^{s(\lambda - \lambda_m)}$

$$s \left( \frac{d\zeta}{dX} + \frac{1}{g} \frac{dW}{dX} \right) + \left( \frac{d^2\zeta}{dX^2} + \frac{1}{g} \frac{d^2W}{dX^2} \right) + \mu^2 \zeta = 0,$$

ou en remplaçant les dérivées première et seconde de  $W$  par leurs valeurs

$$(27) \quad \frac{d^2\zeta}{dX^2} + s \frac{d\zeta}{dX} + \mu^2 \zeta + s(B - 2CX) + 2C = 0.$$

Dans le cas où les racines  $r_1$  et  $r_2$  de l'équation

$$(28) \quad r^2 + sr - \mu^2 = 0$$

sont réelles, c'est-à-dire si  $\left| \frac{s}{2} \right| \geq \mu$ , on sait que l'équation (27), qui est du second ordre, à coefficients constants, avec un polynôme du premier degré en  $X$  au second membre, admet comme intégrale générale la fonction

$$(29) \quad \zeta = U_{t+1} e^{r_1 X} + V_{t+1} e^{r_2 X} + aX + b,$$

où

$$r_1 = \frac{1}{2} [-s + \sqrt{s^2 - 4\mu^2}],$$

$$r_2 = \frac{1}{2} [-s - \sqrt{s^2 - 4\mu^2}],$$

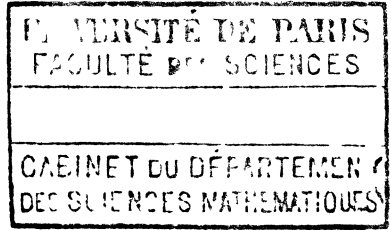
$$a = -\frac{2cs}{\mu^2},$$

$$b = \frac{1}{\mu^2} \left[ 2c \left( \frac{s^2}{\mu^2} - 1 \right) - sB' \right];$$

$U_{t+1}$  et  $V_{t+1}$  sont les constantes d'intégration.

Dans le cas où les racines de l'équation en  $r$  sont imaginaires, ce qui a lieu quand  $\left| \frac{s}{2} \right| < \mu$ , l'intégrale générale de l'équation (27) est

$$(30) \quad \zeta = e^{\alpha(X - X_m)} (U_{t+1} \cos \beta X + V_{t+1} \sin \beta X) + aX + b,$$



où

$$\alpha = -\frac{s}{2}$$

et

$$\beta = \sqrt{4\mu^2 - s^2},$$

$a$  et  $b$  ont les mêmes expressions que plus haut.

$U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  sont les constantes d'intégration.

*Calcul des constantes d'intégration.* — Comme nous l'avons fait au paragraphe 9, nous écrivons que sur la section commune aux canaux  $i$  et  $i+1$ , d'abscisse  $X_n$ , les conditions d'égalité d'amplitude et d'égalité de débit sont remplies.

On a

$$\frac{\lambda^2}{g} \frac{d\varphi}{dX} = \frac{d\zeta}{dX} \quad B' = 2CX.$$

Par suite, les équations qui permettent de déterminer les constantes  $U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  s'écrivent, quand  $\zeta$  est représentée par la formule (29),

$$(31) \quad \begin{cases} U_{i+1} e^{iX_n} - V_{i+1} e^{iX_n} = \zeta_{i,n} - aX_n - b, \\ U_{i+1} r_1 e^{iX_n} - V_{i+1} r_2 e^{iX_n} = \frac{h_i}{h_{i+1}} \frac{\lambda^2}{g} \left( \frac{d\varphi_i}{dX} \right)_{X=X_n} - a - B' - 2CX_n. \end{cases}$$

Dans le cas où  $\zeta$  est représentée par la formule (30), les constantes  $U_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  sont fournies par les équations

$$(32) \quad \begin{cases} U_{i+1} \cos \beta X_n - V_{i+1} \sin \beta X_n = \zeta_{i,n} - aX_n - b, \\ U_{i+1} (\alpha \cos \beta X_n - \beta \sin \beta X_n) - V_{i+1} (\alpha \sin \beta X_n + \beta \cos \beta X_n) \\ - \frac{h_i}{h_{i+1}} \frac{\lambda^2}{g} \left( \frac{d\varphi_i}{dX} \right)_{X=X_n} - a - B' - 2CX_n; \end{cases}$$

$\zeta_{i,n}$  et  $\left( \frac{d\varphi_i}{dX} \right)_{X=X_n}$  sont respectivement les valeurs numériques de  $\zeta$  et de  $\frac{d\varphi}{dX}$  pour  $X = X_n$  dans le canal  $i$ .

Nous ferons usage des formules de récurrence (26), (31) ou (32), suivant les cas.

La méthode que nous venons de développer n'a encore été employée, ce semble, par aucun auteur.

Nous allons l'appliquer d'abord à la mer Rouge, assimilée à un

canal fermé à Shermshiek, et, dans le Chapitre suivant, au golfe de Suez, assimilé à un canal fermé à Suez.

**11. Application à la mer Rouge.** — *Subdivision en quatre canaux.* — L'allure de la variation de la profondeur moyenne le long des 18 sections envisagées au Chapitre I (*voir* la figure), nous a conduite à essayer un fractionnement de la mer Rouge en quatre canaux dont les extrémités ont pour abscisses  $X_1, X_{10}, X_{11}, X_{16}, X_{18}$ .

Du Tableau I (Chap. I), on tire, pour les six ondes principales, les valeurs de  $\zeta$  à Shadwan, île située approximativement sur la même section que Shermshiek, et l'on trouve :

$$(33) \quad \zeta_E. \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Pour } M_2, \dots & 0,251 \cos(m_2 t - 117^\circ) \\ \text{» } S_2, \dots & 0,040 \cos(s_2 t - 144) \\ \text{» } N_2, \dots & 0,080 \cos(n_2 t - 87) \\ \text{» } K_1, \dots & 0,023 \cos(k_1 t - 168) \\ \text{» } O_1, \dots & 0,007 \cos(o_1 t - 178) \\ \text{» } P_1, \dots & 0,008 \cos(p_1 t - 168) \end{array} \right.$$

On connaît d'autre part [Chap. I, formules (8) et (9)] les valeurs de  $B'$  et de  $C$  qui figurent dans l'expression du potentiel générateur relatif à chaque onde  $\frac{W}{g} = A' + B'X + CX^2$ .

Calculons maintenant les profondeurs moyennes  $h_i$  des quatre canaux partiels envisagés, au moyen de la formule (4) établie dans le Chapitre I.

A l'aide des  $X, l, \sigma_c$  (relevé Chandon) des diverses sections, on trouve pour les intégrales définies qui entrent dans l'expression de  $h_i$  :

$$\begin{array}{ll} \int_0^{X_{10}} \sigma dx = \frac{12667 \times 10^{-10}}{2}, & \int_0^{X_{10}} l dx = \frac{11661 \times 10^{-6}}{2}; \\ \int_{X_{10}}^{X_1} \sigma dx = \frac{3965 \times 10^{-10}}{2}, & \int_{X_{10}}^{X_1} l dx = \frac{7029 \times 10^{-6}}{2}; \\ \int_{X_1}^{X_{16}} \sigma dx = \frac{614 \times 10^{-6}}{2}, & \int_{X_1}^{X_{16}} l dx = \frac{9687 \times 10^{-6}}{2}; \\ \int_{X_{16}}^{X_{18}} \sigma dx = \frac{47 \times 10^{-10}}{2}, & \int_{X_{16}}^{X_{18}} l dx = \frac{697 \times 10^{-6}}{2}; \end{array}$$

et par suite, pour les profondeurs moyennes  $h_i$ ,

$$(34) \quad \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 0,0001086 = 692,^m \\ h_2 = \quad \quad 564 = 359, \\ h_3 = \quad \quad 229 = 146, \\ h_4 = \quad \quad 67 = 43, \end{array} \right.$$

Afin de mieux apercevoir l'influence des variations de la profondeur sur les amplitudes et les heures cotidales, nous supposons d'abord que les 4 canaux ont une largeur constante. C'est donc la formule (26) que nous allons utiliser.

Connaissant  $\frac{\lambda^2}{g}$  pour les six ondes principales, et les profondeurs moyennes des 4 canaux, on calcule les valeurs correspondantes des  $\mu_i$ ,  $\mu_i \lambda_n$ ,  $\cos \mu_i \lambda_n$ ,  $\sin \mu_i \lambda_n$ , où  $\lambda_n = \lambda_{10}$ ,  $\lambda_{14}$ ,  $\lambda_{16}$ , puis  $r_{i+1}$  et  $h_{i+1}$ , pour  $i = 1, 2, 3$  et  $\frac{\lambda^2 G}{\mu_i^2}$  pour  $i = 1, 2, 3, 4$ .

On passe ensuite au calcul des  $U_i$  et  $V_i$  pour les canaux 2, 3, 4.  $U_1$  et  $V_1$  sont donnés par les formules (22) et (23).

*N. B.* — Ces calculs intermédiaires sont contenus dans les Tableaux IV et V de l'Appendice.

La variation des marées des six ondes principales entre Shermshiek et Périn est alors représentée par les formules suivantes :

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Onde } M_2 : \\ \zeta_1 = [-0,117 \cos \mu_1 X - 0,012 \sin \mu_1 X + 0,003] \cos m_2 t \\ \quad + [0,230 \cos \mu_1 X + 0,025 \sin \mu_1 X - 0,006] \sin m_2 t, \\ \zeta_2 = [-0,116 \cos \mu_2 X - 0,092 \sin \mu_2 X + 0,001] \cos m_2 t \\ \quad + [0,215 \cos \mu_2 X + 0,048 \sin \mu_2 X - 0,003] \sin m_2 t, \\ \zeta_3 = [0,139 \cos \mu_3 X - 0,055 \sin \mu_3 X + 0,001] \cos m_2 t \\ \quad + [-0,361 \cos \mu_3 X + 0,006 \sin \mu_3 X - 0,001] \sin m_2 t, \\ \zeta_4 = [0,054 \cos \mu_4 X - 0,227 \sin \mu_4 X] \cos m_2 t \\ \quad + [-0,257 \cos \mu_4 X - 0,341 \sin \mu_4 X] \sin m_2 t; \end{array} \right.$$



Onde P<sub>1</sub> :

$$(35) \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = [ -0,008 \cos \mu_1 X + 0,010 \sin \mu_1 X \quad ] \cos p_1 t \\ \quad + [ \quad 0,006 \cos \mu_1 X - 0,001 \sin \mu_1 X - 0,001 ] \sin p_1 t, \\ \zeta_2 = [ -0,009 \cos \mu_2 X + 0,005 \sin \mu_2 X \quad ] \cos p_1 t \\ \quad + [ \quad 0,006 \cos \mu_2 X \quad \quad \quad - 0,002 ] \sin p_1 t, \\ \zeta_3 = [ -0,009 \cos \mu_3 X - 0,001 \sin \mu_3 X \quad ] \cos p_1 t \\ \quad + [ \quad 0,001 \cos \mu_3 X + 0,003 \sin \mu_3 X - 0,001 ] \sin p_1 t, \\ \zeta_4 = [ \quad 0,009 \cos \mu_4 X - 0,009 \sin \mu_4 X \quad ] \cos p_1 t \\ \quad + [ -0,006 \cos \mu_4 X + 0,001 \sin \mu_4 X \quad ] \sin p_1 t. \end{array} \right.$$

On a d'ailleurs, pour les  $\mu_i$ ,

	M <sub>2</sub> .	S <sub>2</sub> .	N <sub>2</sub> .	K <sub>1</sub> .	O <sub>1</sub> .	P <sub>1</sub> .
log $\mu_1$ .....	1,03602	1,05099	1,02779	0,75114	0,71822	0,74877
log $\mu_2$ .....	1,17832	1,19328	1,17009	0,89344	0,86052	0,89106
log $\mu_3$ .....	1,37454	1,38951	1,36631	1,08966	1,05674	1,08729
log $\mu_4$ .....	1,63956	1,65452	1,63133	1,35468	1,32176	1,35230

12. Comparaisons avec les observations. — En remplaçant dans ces formules X successivement par les distances des stations d'observations a Shernsheik (Chap. I, § 2)  $\zeta$  se met, ainsi que nous l'avons dit plus haut, sous la forme

$$\zeta = A \cos(ct - \alpha).$$

Dans les tableaux suivants, nous donnons les amplitudes A, exprimées en centimètres, et les heures cotidales,  $\frac{\alpha}{30}$  pour les ondes semi-diurnes,  $\frac{\alpha}{15}$  pour les ondes diurnes, que nous comparons aux amplitudes et aux heures observées.



TABLEAU IX.

*Amplitudes des ondes semi-diurnes.*

Stations.	M <sub>2</sub> .			S <sub>2</sub> .			N <sub>2</sub> .		
	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
Canal 1. { Shermsheik (point de départ) Koseir Gidda Port Sudan	25,1	25,1	0	4,0	4,0	0	8,0	8,0	0
	21,9	24,5	- 2,6	5,5	4,0	+ 1,5	6,6	7,8	- 1,2
	7,4	5,2	+ 2,2	0,9	1,1	- 0,2	2,2	1,8	+ 0,4
	0,9	2,6	- 1,7	1,0	1,2	- 0,2	- 0,3	0,3	0,0
Canal 2 : Massaua	33,4	32,4	+ 1,0	12,4	5,5	+ 6,9	9,3	10,0	- 0,7
Canal 3 : Kamaran.	32,8	38,4	- 5,6	8,9	5,9	+ 3,0	9,2	12,6	- 3,4
Canal 4. { Assab. Périm	7,8	8,4	- 0,6	3,0	4,3	- 1,3	2,2	3,8	- 1,6
	36,6	19,2	- 17,4	17,1	6,4	+ 10,7	10,5	3,3	+ 7,2

*Amplitudes des ondes diurnes.*

Stations.	K <sub>1</sub> .			O <sub>1</sub> .			P <sub>1</sub> .		
	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
Canal 1. { Shermsheik (point de départ) Koseir Gidda Port Sudan	2,3	2,3	0	0,7	0,7	0	0,8	0,8	0
	2,0	1,8	- 0,2	2,0	0,4	+ 1,6	0,7	0,6	+ 0,1
	3,9	0,5	- 3,4	1,8	1,0	+ 0,8	1,3	0,1	+ 1,2
	2,3	1,0	- 1,3	2,1	1,3	+ 0,8	0,8	0,3	+ 0,5
Canal 2 : Massaua	2,3	2,6	- 0,3	1,9	2,0	- 0,1	1,3	0,8	+ 0,5
Canal 3 : Kamaran.	1,7	3,0	- 1,3	0,8	1,7	- 0,9	0,5	1,0	- 0,5
Canal 4. { Assab. Périm	18,1	1,7	- 16,4	6,2	0,5	+ 5,7	6,0	0,6	+ 5,4
	35,1	0,9	34,2	18,0	1,4	+ 16,6	11,0	0,4	+ 10,6

TABLEAU X.  
*Heures cotidiales.*

Stations.	M <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> .		N <sub>2</sub> .		K <sub>1</sub> .		O <sub>1</sub> .		P <sub>1</sub> .	
	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.
Canal 1.												
Shermsheik....	3,9	3,9	4,8	4,8	2,9	2,9	11,2	11,2	11,9	11,9	11,2	11,2
Koseir.....	3,7	3,7	4,6	4,6	2,7	2,9	10,3	10,9	12,8	12,0	10,5	10,9
Gidda.....	4,1	3,1	5,3	2,5	3,5	2,6	12,5	22,2	10,6	22,9	12,5	21,2
Port Sudan....	6,8	11,8	8,5	0,8	5,8	11,4	11,3	22,8	11,9	22,8	11,3	22,9
Canal 2.												
Massaua.....	10,9	9,9	11,1	10,5	9,8	8,9	10,9	22,3	12,2	22,4	11,3	22,6
Canal 3.												
Kamaran.....	10,1	9,7	11,0	10,0	9,4	8,8	2,3	22,3	9,3	22,1	2,3	22,2
Canal 4.												
Assab.....	9,7	7,1	5,7	6,6	8,9	8,4	22,3	22,3	23,0	12,0	22,3	20,7
Périm.....	4,6	4,7	5,2	5,7	4,6	3,5	23,3	22,6	23,5	10,9	23,1	19,1

On voit d'après ces tableaux que dans la majeure partie de la mer Rouge (jusqu'à Assab environ), c'est-à-dire sur une longueur de 1900<sup>km</sup>, il existe un accord satisfaisant entre le calcul et l'observation.

Pour les six stations comprises entre Shermshcik et Assab (inclus), la somme algébrique des O — C et la moyenne |O — C|<sub>m</sub> de leurs valeurs absolues sont pour les amplitudes des marées semi-diurnes :

Σ(O — C).....	M <sub>2</sub> .	S <sub>2</sub> .	N <sub>2</sub> .
O — C  <sub>m</sub> .....	—7 <sup>cm</sup> ,3	+9 <sup>cm</sup> ,7	—6 <sup>cm</sup> ,5
	2 <sup>cm</sup> ,3	2 <sup>cm</sup> ,2	1 <sup>cm</sup> ,2

Pour les cinq stations entre Shermshcik et Kamaran (inclus), le Σ(O — C) et les |O — C|<sub>m</sub>, relatifs aux amplitudes des marées diurnes, ont pour valeurs

Σ(O — C).....	K <sub>1</sub> .	O <sub>1</sub> .	P <sub>1</sub> .
O — C  <sub>m</sub> .....	—3 <sup>cm</sup> ,3	—2 <sup>cm</sup> ,2	—1 <sup>cm</sup> ,8
	1 <sup>cm</sup> ,3	0 <sup>cm</sup> ,8	0 <sup>cm</sup> ,6

De plus, les O — C pour toutes les ondes ne présentent pas de caractère systématique dans les canaux 1, 2, 3.

Il n'en est pas de même dans le canal 4. A Périn le desaccord est complet pour toutes les ondes entre les amplitudes observées et calculées.

Le canal 4 doit donc faire l'objet d'une étude particulière.

En ce qui concerne les heures cotidales des ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ , l'accord entre la théorie et l'observation est en général satisfaisant. Les régions nodales voisines de Port Sudan et d'Assab sont bien indiquées par le calcul. Nous remarquons toutefois qu'à Port-Sudan, les heures cotidales calculées et observées diffèrent de 6 heures, ce qui avait lieu également dans l'étude faite au Chapitre précédent par la méthode de Ritz (§ 7).

Pour les ondes diurnes, l'accord entre les heures cotidales calculées et observées est moins bon : en particulier, pour la région nodale, le calcul donne une position très éloignée de la réalité. Cela tient-il seulement au fait que les coefficients  $G$  et  $G'$  sont très petits ?

*Remarque relative à l'onde  $S_2$ .* — Si l'on adopte pour amplitude de la marée  $S_2$  à Shermshiek le nombre  $7^{\text{cm}}, 4$ , résultat des calculs du Chapitre suivant, au lieu de l'amplitude observée :  $4^{\text{cm}}, 3$ , on trouve un meilleur accord entre la théorie et l'ensemble des observations. Nous appellerons cette amplitude  $S_2$  (rectifiée) (Appendice, Tableau V).

Voici les résidus  $O - C$  qu'on obtient dans ce cas jusqu'à Assab (inclus) :

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Massaua.	Kamaran.	Assab.
$O - C \dots \dots$	$-1^{\text{cm}}, 7$	$-0^{\text{cm}}, 4$	$-0^{\text{cm}}, 5$	$+2^{\text{cm}}, 5$	$-1^{\text{cm}}, 6$	$-2^{\text{cm}}, 2$

d'où

$$\Sigma(O - C) = -3^{\text{cm}}, 9. \quad |O - C|_m = 1^{\text{cm}}, 5.$$

Les résultats auxquels nous sommes parvenue, suggèrent diverses études que nous allons passer en revue.

**13. Subdivision de la mer Rouge en 17 canaux partiels.** — *Comparaison avec les observations.* — On peut se demander si une subdivision de la mer Rouge en un plus grand nombre de canaux partiels ne conduirait pas à des résultats meilleurs.

C'est pourquoi nous avons repris l'étude de la marée principale  $M_2$ , en adoptant comme canaux partiels ceux que limitent les 18 sections envisagées par Blondel.

En appliquant les formules établies au début de ce Chapitre, et supposant toujours constante la largeur de chaque canal, la variation de la marée  $M_2$  entre Sheikhsheik et Perim est représentée par les formules suivantes :

$$(36) \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = - [ -0,116 \cos \mu_1 X \quad 0,011 \sin \mu_1 X \quad 0,002 ] \cos m_1 t \\ \quad [ \quad 0,229 \cos \mu_1 X \quad 0,024 \sin \mu_1 X \quad -0,005 ] \sin m_1 t, \\ \zeta_2 = [ -0,116 \cos \mu_2 X \quad 0,011 \sin \mu_2 X \quad 0,003 ] \cos m_2 t \\ \quad [ \quad 0,229 \cos \mu_2 X \quad 0,027 \sin \mu_2 X \quad -0,006 ] \sin m_2 t, \\ \zeta_3 = [ -0,118 \cos \mu_3 X \quad 0,011 \sin \mu_3 X \quad 0,003 ] \cos m_3 t \\ \quad [ \quad 0,231 \cos \mu_3 X \quad 0,027 \sin \mu_3 X \quad -0,006 ] \sin m_3 t, \\ \zeta_4 = [ -0,117 \cos \mu_4 X \quad 0,011 \sin \mu_4 X \quad 0,003 ] \cos m_4 t \\ \quad - [ \quad 0,229 \cos \mu_4 X \quad 0,026 \sin \mu_4 X \quad -0,006 ] \sin m_4 t, \\ \zeta_5 = [ -0,118 \cos \mu_5 X \quad 0,011 \sin \mu_5 X \quad 0,002 ] \cos m_5 t \\ \quad [ \quad 0,230 \cos \mu_5 X \quad 0,026 \sin \mu_5 X \quad -0,006 ] \sin m_5 t, \\ \zeta_6 = [ -0,118 \cos \mu_6 X \quad 0,011 \sin \mu_6 X \quad +0,003 ] \cos m_6 t \\ \quad - [ \quad 0,230 \cos \mu_6 X \quad 0,027 \sin \mu_6 X \quad -0,006 ] \sin m_6 t, \\ \zeta_7 = [ -0,114 \cos \mu_7 X \quad 0,016 \sin \mu_7 X \quad -0,003 ] \cos m_7 t \\ \quad + [ \quad 0,224 \cos \mu_7 X \quad +0,017 \sin \mu_7 X \quad -0,006 ] \sin m_7 t, \\ \zeta_8 = [ -0,116 \cos \mu_8 X \quad 0,014 \sin \mu_8 X \quad 0,002 ] \cos m_8 t \\ \quad - [ \quad 0,227 \cos \mu_8 X \quad 0,020 \sin \mu_8 X \quad -0,006 ] \sin m_8 t, \\ \zeta_9 = [ -0,127 \cos \mu_9 X \quad 0,008 \sin \mu_9 X \quad 0,002 ] \cos m_9 t \\ \quad + [ \quad 0,247 \cos \mu_9 X \quad +0,006 \sin \mu_9 X \quad -0,002 ] \sin m_9 t, \\ \zeta_{10} = [ -0,130 \cos \mu_{10} X \quad -0,020 \sin \mu_{10} X \quad 0,002 ] \cos m_{10} t \\ \quad + [ \quad 0,249 \cos \mu_{10} X \quad 0,123 \sin \mu_{10} X \quad -0,004 ] \sin m_{10} t, \\ \zeta_{11} = [ -0,127 \cos \mu_{11} X \quad -0,066 \sin \mu_{11} X \quad 0,002 ] \cos m_{11} t \\ \quad - [ \quad 0,239 \cos \mu_{11} X \quad +0,188 \sin \mu_{11} X \quad -0,003 ] \sin m_{11} t, \\ \zeta_{12} = [ -0,103 \cos \mu_{12} X \quad -0,109 \sin \mu_{12} X \quad +0,001 ] \cos m_{12} t \\ \quad + [ \quad 0,172 \cos \mu_{12} X \quad 0,227 \sin \mu_{12} X \quad -0,003 ] \sin m_{12} t, \\ \zeta_{13} = [ -0,022 \cos \mu_{13} X \quad -0,121 \sin \mu_{13} X \quad 0,001 ] \cos m_{13} t \\ \quad [ \quad 0,005 \cos \mu_{13} X \quad +0,302 \sin \mu_{13} X \quad -0,002 ] \sin m_{13} t, \\ \zeta_{14} = [ -0,111 \cos \mu_{14} X \quad -0,108 \sin \mu_{14} X \quad 0,001 ] \cos m_{14} t \\ \quad - [ -0,269 \cos \mu_{14} X \quad +0,174 \sin \mu_{14} X \quad -0,001 ] \sin m_{14} t, \\ \zeta_{15} = [ -0,001 \cos \mu_{15} X \quad 0,160 \sin \mu_{15} X \quad ] \cos m_{15} t \\ \quad - [ \quad 0,099 \cos \mu_{15} X \quad -0,304 \sin \mu_{15} X \quad -0,001 ] \sin m_{15} t, \\ \zeta_{16} = [ \quad 0,044 \cos \mu_{16} X \quad -0,196 \sin \mu_{16} X \quad ] \cos m_{16} t \\ \quad + [ -0,188 \cos \mu_{16} X \quad 0,298 \sin \mu_{16} X \quad ] \sin m_{16} t, \\ \zeta_{17} = [ \quad 0,206 \cos \mu_{17} X \quad -0,064 \sin \mu_{17} X \quad ] \cos m_{17} t \\ \quad - [ -0,380 \cos \mu_{17} X \quad -0,009 \sin \mu_{17} X \quad ] \sin m_{17} t \end{array} \right.$$

Les  $\log \mu_i$  ont pour valeurs dans les 17 canaux :

Canal.	1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\log \mu_i$ .....	1,06268	1,01732	1,03786	1,03191	1,03407	1,03745
Canal	7.	8.	9.	10.	11.	12.
$\log \mu_i$ .....	1,02059	1,02600	1,07066	1,12522	1,14315	1,18742
Canal.	13.	14.	15.	16.	17.	
$\log \mu_i$ .....	1,24510	1,33078	1,48579	1,63464	1,66789	

Les Tableaux IV et VI de l'Appendice contiennent les calculs intermédiaires. Si au moyen des formules (36) on calcule les valeurs de  $\zeta$  correspondant aux stations d'observations, et que l'on forme ensuite les résidus  $O - C$  relatifs aux amplitudes, on obtient le tableau suivant (qui contient aussi les  $O - C$  obtenus dans la subdivision en 4 canaux) :

	Kosen.	Gidda	Port Sudan	Mas- sana.	Kamatan.	Assab.	Périm.
(17 canaux) $O - C$ ....	$-2^{em}.7$	$+2^{em}.0$	$-1^{em}.4$	$-4^{em}.8$	$-2^{em}.7$	$-0^{em}.9$	$+21^{em}.7$
(4 canaux) $O - C$ . . .	$-2^{em}.6$	$+2^{em}.2$	$-1^{em}.7$	$1^{em}.0$	$-5^{em}.6$	$-0^{em}.6$	$+17^{em}.4$

Entre Shermshiek et Assab (inclus), la subdivision en 17 canaux donne pour les six stations,

$$\Sigma(O - C) = -6^{em}.9. \quad | O - C |_m = 2^{em}.4,$$

et la subdivision en 4 canaux a donné

$$\Sigma(O - C) = -7^{em}.3. \quad | O - C |_m = 2^{em}.3.$$

Le premier  $\Sigma(O - C)$  est meilleur que le second; quant aux  $O - C$   $|_m$ , ils sont identiques.

En rapprochant les heures cotidales calculées dans les deux cas, on trouve

	Kosen	Gidda	Port Sudan.	Mas- sana.	Kamatan	Assab	Périm.
(17 canaux) $\frac{\sigma}{30}$ . . . . .	3 <sup>h</sup> .9	3 <sup>h</sup> .1	12 <sup>h</sup> .0	9 <sup>h</sup> .9	9 <sup>h</sup> .8	8 <sup>h</sup> .0	4 <sup>h</sup> .7
(4 canaux) $\frac{\sigma}{30}$ . . . . .	3 <sup>h</sup> .7	3 <sup>h</sup> .1	11 <sup>h</sup> .8	9 <sup>h</sup> .9	9 <sup>h</sup> .7	7 <sup>h</sup> .1	4 <sup>h</sup> .7

Il n'y a de changement qu'à Assab où l'heure cotidale calculée 8<sup>h</sup>.0 dans le premier cas, est plus voisine que dans le second cas de l'heure observée 9<sup>h</sup>.7.

Il n'y a donc pas un grand avantage à fractionner la mer en un très grand nombre de canaux; les calculs sont beaucoup plus longs, et la précision n'est pas sensiblement augmentée.

L'allure générale de la variation de la profondeur moyenne sera par suite un guide suffisant dans le choix des canaux partiels.

**14. Variations de la marée  $M_2$  dans la mer Rouge en supprimant le potentiel générateur.** — On peut aussi se demander dans quelle mesure varient les amplitudes et les heures cotidales calculées quand on ne tient pas compte du potentiel generateur.

En reprenant les calculs relatifs à la marée  $M_2$  pour 4 canaux dans l'hypothèse  $B = C = O$  (Tableau VI de l'Appendice), on trouve que les résidus  $O - C$  relatifs aux amplitudes ont les valeurs suivantes :

*Marée  $M_2$ .*

	Kosen.	Gidda.	Port Sudan.	Mas- saa.	Kamaran.	Assab.	Périm.
(Sans potentiel)							
$O - C \dots\dots$	$-2^{\text{cm}}, 2$	$-3^{\text{cm}}, 8$	$-1^{\text{cm}}, 5$	$-2^{\text{cm}}, 2$	$-2^{\text{cm}}, 8$	$+5^{\text{cm}}, 7$	$+17^{\text{cm}}, 6$
(Avec potentiel)							
$O - C \dots\dots$	$-2^{\text{cm}}, 6$	$-2^{\text{cm}}, 2$	$-1^{\text{cm}}, 7$	$+1^{\text{cm}}, 0$	$-5^{\text{cm}}, 6$	$-6^{\text{cm}}, 6$	$+17^{\text{cm}}, 4$

Nous avons répété à dessein les résidus obtenus en tenant compte du potentiel générateur.

Jusqu'à Assab inclus on a, sans potentiel,

$$\Sigma(O - C) = 5^{\text{cm}}, 2; \quad |O - C|_m = 3^{\text{cm}}, 0,$$

et avec potentiel,

$$\Sigma(O - C) = -7^{\text{cm}}, 3; \quad |O - C|_m = 2^{\text{cm}}, 3.$$

On constate que les  $O - C$  restent du même ordre, ainsi que  $\Sigma(O - C)$  et  $|O - C|_m$ . Il ne s'est donc pas introduit d'erreur systématique en supprimant le potentiel générateur.

Les heures cotidales calculées, sans tenir compte du potentiel, sont en meilleur accord que dans le premier cas avec les heures observées, à Gidda et à Port Sudan; l'inverse se produit à Assab et à Périm.

Voici ces nombres :

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Mas-saua.	Kamaran.	Assab.	Périm.
Calcul sans potentiel...	3,9	3,9	9,9	9,9	9,9	3,7	3,9
» avec potentiel...	3,8	3,1	11,8	9,9	9,7	7,1	4,7
Observation.....	3,7	4,1	6,8	10,9	10,1	9,7	4,6

15. **Changement de profondeurs.** — Afin de rechercher dans quelle mesure la variation de la marée dans un canal dépend des profondeurs adoptées, nous avons repris l'étude de la marée  $M_2$  avec les profondeurs  $h_B$  (relevé Blondel).

En appliquant la formule (4) du Chapitre I, on a pour les profondeurs moyennes des 4 canaux les valeurs suivantes :

$$(37) \quad \begin{cases} h_1 = 0,0000927 = 591^m \\ h_2 = 0,0000436 = 278 \\ h_3 = 0,0000225 = 143 \\ h_4 = 0,0000078 = 50 \end{cases}$$

Mettons en regard les O — C relatifs aux amplitudes et les heures cotidales calculées dans les deux hypothèses de profondeurs, pour les diverses stations.

	Canal 1.			Canal 2.	Canal 3.	Canal 4.	
	Koseir.	Gidda.	P <sup>t</sup> Sudan.	Massaua.	Kamaran.	Assab.	Perim.
(Profondeur $h_m$ ) O — C.	— 1 <sup>cm</sup> ,6	— 1 <sup>cm</sup> ,7	— 1 <sup>cm</sup> ,7	+ 1 <sup>cm</sup> ,0	— 5 <sup>cm</sup> ,6	— 0 <sup>cm</sup> ,6	— 17 <sup>cm</sup> ,4
(Profondeur $h_B$ ) O — C.	— 1 <sup>cm</sup> ,5	— 1 <sup>cm</sup> ,8	— 1 <sup>cm</sup> ,6	0 <sup>cm</sup> ,0	— 1 <sup>cm</sup> ,7	— 7 <sup>cm</sup> ,4	— 4 <sup>cm</sup> ,3
(Prof. $h_m$ ) Heure cotid.	3 <sup>h</sup> ,8	3 <sup>h</sup> ,1	11 <sup>h</sup> ,8	9 <sup>h</sup> ,9	9 <sup>h</sup> ,7	7 <sup>h</sup> ,1	4 <sup>h</sup> ,7
(Prof. $h_B$ ) Heure cotid..	3 <sup>h</sup> ,7	2 <sup>h</sup> ,2	10 <sup>h</sup> ,6	9 <sup>h</sup> ,8	9 <sup>h</sup> ,7	4 <sup>h</sup> ,5	4 <sup>h</sup> ,1
Observation.....	3 <sup>h</sup> ,7	4 <sup>h</sup> ,1	6 <sup>h</sup> ,8	10 <sup>h</sup> ,9	10 <sup>h</sup> ,1	9 <sup>h</sup> ,7	4 <sup>h</sup> ,6

*N. B.* — Les Tableaux IV et VI de l'Appendice contiennent les calculs intermédiaires.

On voit que les résultats obtenus dans les canaux 1, 2, 3 diffèrent bien peu quand on passe des profondeurs  $h_m$  (relevé Chandon) aux profondeurs  $h_B$  (relevé Blondel).

Entre Shermshelik et Kamaran (inclus) on a, pour les 5 stations,  $\Sigma(O - C) = -6^{\text{cm}},7$ ;  $|O - C|_m = 2^{\text{cm}},6$  (avec les profondeurs  $h_m$ ), et

$\Sigma(O - C) = -4^{\text{cm}},9$ ;  $|O - C|_m = 2^{\text{cm}},9$  (avec les profondeurs  $h_B$ ).

Ce sont des quantités du même ordre de grandeur.

Il y a d'autre part un accord satisfaisant entre les heures cotidales calculées dans les deux hypothèses.

Et cependant nous avons remarqué (Chap. I, § 2) que dans la partie profonde de la mer Rouge, c'est-à-dire dans le canal 1,  $h_m$  est supérieure de 100<sup>m</sup> à  $h_b$ .

Ainsi, contrairement à ce qui s'est produit quand nous avons employé la méthode de Ritz (Chap. II, § 8), un changement sensible de profondeur moyenne dans les régions de grandes profondeurs n'amène qu'une modification insignifiante dans les amplitudes calculées. C'est un résultat des plus rassurants car la détermination de la profondeur moyenne de la mer à l'aide des sondages est en effet d'autant moins précise que cette profondeur est plus grande.

Dans le cas des faibles profondeurs, le phénomène inverse se produit. On voit sur le tableau précédent que dans le canal 4, où  $h_m$  et  $h_b$  ne diffèrent que de 7<sup>m</sup>, les O — C des amplitudes dans les deux stations, et les heures cotidales à Assab sont très différents dans les deux cas. Nous insisterons sur cette question dans le paragraphe suivant.

**16. Étude particulière du canal 4 limité par les sections 16 et 18.** — Conservons l'hypothèse où le canal 4 a une largeur constante et cherchons si une profondeur plus grande que 43<sup>m</sup> rendrait mieux compte de la variation d'amplitude dans ce canal, qui comprend deux stations d'observations.

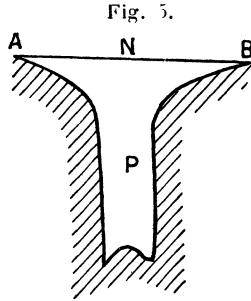
Voici les considérations qui nous amènent à faire cette supposition.

Le long de l'axe de la mer Rouge dans le canal 4, le sol sous-marin présente dans sa partie centrale une vallée profonde P, comprise entre deux parois presque verticales (*fig.* ci-après). D'après les sondages, c'est un peu au sud de la section 16 que la section perpendiculaire à l'axe affecte cette forme. En A et B sont les rivages, en N le niveau de la mer.

De part et d'autre de la fosse P la profondeur moyenne est très faible (environ 20<sup>m</sup>). Brusquement elle dépasse 100<sup>m</sup> dans la région P. Dans ces conditions, il paraît probable que la définition de la profondeur moyenne de la section, telle qu'elle est comprise



en général (Chap. I, § 2), ne doit pas s'appliquer ici. Étant donnée l'importance que prend à partir de la section 17 la fosse P,



son effet sur la variation de la marée doit être prépondérant; on est ainsi conduit à adopter comme profondeur moyenne une valeur supérieure à celle qui résulte des sondages.

C'est pourquoi nous avons repris les calculs des constantes  $U_i$  et  $V_i$  du canal 4 pour les marées  $M_2$  (principale semi-diurne) et  $K_1$  (principale diurne), en adoptant comme profondeur moyenne successivement  $53^m$ ,  $63^m$ ,  $73^m$ . Rappelons que la profondeur déduite des sondages et calculée au moyen de la formule (1) (Chap. I) est de  $43^m$ . On trouve ainsi pour les constantes harmoniques des marées  $M_2$  et  $K_1$  à Assab et à Périn les valeurs suivantes :

Profondeurs.	$M_2$ .		$K_1$ .	
	Amplitude.	Heure cotidale.	Amplitude.	Heure cotidale.
	cm	h	cm	h
$43^m$ { Assab.....	8,4	7,1	1,9	23,4
{ Périn.....	19,2	4,7	1,4	23,7
$53^m$ { Assab.....	4,7	8,0	1,8	22,5
{ Périn.....	12,4	5,1	1,2	22,3
$63^m$ { Assab.....	13,1	8,8	2,1	22,3
{ Périn.....	11,6	6,3	1,5	22,5
$73^m$ { Assab.....	15,6	9,0	2,2	22,2
{ Périn.....	7,4	7,2	1,9	22,3
Observations { Assab.....	7,8	9,0	18,1	22,3
{ Périn.....	36,6	4,6	35,1	23,3

*N. B.* — Les calculs intermédiaires figurent au Tableau VII de l'Appendice.

Les nombres qui précèdent montrent qu'aucune hypothèse de profondeur au-dessus de 43<sup>m</sup> ne fournit d'accord entre les constantes harmoniques calculées et observées dans les deux stations.

Nous constatons de nouveau combien une faible variation de la profondeur moyenne du canal introduit un changement important dans les constantes harmoniques de la marée semi-diurne. Au contraire la marée diurne reste sensiblement la même quelle que soit l'hypothèse de profondeur.

17. **Variation de largeur dans le canal 4.** -- Tenons compte maintenant de la rapide diminution de largeur qui se produit dans ce canal entre les sections 16 et 18, et faisons varier cette largeur suivant la loi exponentielle adoptée au début de ce Chapitre,  $l = S e^{s(X-X_0)}$ .

Nous déterminons S et s, en écrivant que pour

$$X = X_{16} = 0^R, 2827,$$

on a

$$l = l_{16} = 0^R, 0199,$$

et d'autre part que pour

$$X = X_{18} = 0^R, 3095,$$

on a

$$l = l_{18} = 0^R, 0043.$$

On trouve ainsi

$$S = 0,00925 \quad \text{et} \quad s = -57,17,$$

d'où

$$\frac{s}{2} = -28,585.$$

Bien que S n'intervienne pas dans la suite de cette étude, nous l'avons calculé pour nous rendre compte de l'erreur commise sur la largeur de la section intermédiaire 17.

Pour  $X = X_{17} = 0^R, 3021$ , le calcul donne  $l = 0^R, 0065$ , alors que la largeur observée est  $0^R, 0104$ . Le resserrement des rives est donc sensiblement exagéré par la formule  $l = S e^{s(X-X_0)}$ .

D'après la liste des valeurs de  $\log \mu_i$  données au paragraphe 11, on voit que la variation des marées semi-diurnes est représentée

par la formule (30), tandis que la formule (29) représente la variation des marées diurnes.

En adoptant comme profondeur moyenne celle que donnent les sondages, soit 43<sup>m</sup>, on trouve pour la variation de la marée M<sub>2</sub> dans le canal 4

$$\zeta = e^{\alpha(\lambda - \lambda_0)} \times (U_1 \cos \beta X + V_1 \sin \beta X) + a X + b$$

avec

$$\alpha = 28,585, \quad \beta = 32,931;$$

$$a = -0,010 \cos m_2 t + 0,021 \sin m_2 t$$

$$b = -0,004 \quad -0,008$$

$$U_1 = -0,063 \quad +0,253$$

$$V_1 = 0,582 \quad -0,678$$

*N. B.* — Les calculs intermédiaires sont dans le Tableau VIII de l'Appendice.

Si dans la formule qui donne  $\zeta$ , on remplace  $\lambda$  successivement par les abscisses d'Assab et de PÉRIM, on obtient pour les constantes harmoniques les valeurs suivantes (profondeur moyenne 43<sup>m</sup>) :

*Marée M<sub>2</sub>.*

	Assab.		PÉRIM.	
	Calcul.	Observation.	Calcul.	Observation.
Amplitude.....	22 <sup>cm</sup> , 1	7 <sup>cm</sup> , 8	77 <sup>cm</sup> , 8	36 <sup>cm</sup> , 6
Heure cotidale.....	4 <sup>h</sup> , 9	9 <sup>h</sup> , 0	4 <sup>h</sup> , 2	4 <sup>h</sup> , 6

Les amplitudes calculées en tenant compte de la variation de largeur du canal 4 sont, on le voit, très différentes des quantités correspondantes quand on suppose la largeur constante. Nous remarquons toutefois que le désaccord subsiste entre le calcul et l'observation. La région nodale voisine d'Assab n'est plus indiquée par le calcul à sa place réelle.

Pour les mêmes considérations qu'au paragraphe précédent nous sommes amenée à reprendre les calculs en adoptant comme profondeur moyenne une valeur supérieure à 43<sup>m</sup>.

Nous trouvons ainsi les résultats contenus dans le tableau ci-après :

$M_2$ .

	Assab		Périm.		Profondeurs.
	Amplitude.	Heure cotidale.	Amplitude.	Heure cotidale.	
Calcul.....	<sup>cm</sup> 15,5	<sup>h</sup> 5,2	<sup>cm</sup> 60,3	<sup>h</sup> 4,3	<sup>m</sup> 53
	9,6	7,6	46,9	4,3	63
	8,4	6,9	38,6	4,4	73
Observation. . .	7,8	9,0	36,6	4,6	

Pour la profondeur de  $73^m$  il existe un accord satisfaisant, aussi bien à Assab qu'à Périm. entre les constantes harmoniques calculées et observées.

Il n'est donc pas douteux que nous sommes au voisinage de la solution.

Les calculs relatifs aux deux autres marées semi-diurnes  $S_2$  et  $N_2$ , auxquels nous ajoutons les calculs pour  $S_2$  (rectifiée), donnent avec la profondeur de  $73^m$  les résultats suivants :

	Assab.		Périm.	
	Amplitude.	Heure cotidale.	Amplitude.	Heure cotidale
$N_2$ .	<sup>cm</sup> 2,9	<sup>h</sup> 6,4	<sup>cm</sup> 7,5	<sup>h</sup> 3,3
	2,2	8,9	10,5	4,6
$S_2$ .	4,6	6,4	11,0	5,5
	3,0	5,7	17,1	5,2
$S_2$ (rectifiée)	5,3	6,0	18,3	5,1
	3,0	5,7	17,1	5,2

(Voir le Tableau VIII de l'Appendice.)

Nous remarquons encore une fois que les résidus relatifs à l'onde  $S_2$  sont améliorés quand on adopte la marée  $S_2$  (rectifiée) comme point de départ.

Ainsi les calculs s'accordent convenablement avec les observations, en ce qui concerne les marées semi-diurnes, quand on suppose que la profondeur moyenne du canal 4 est de  $73^m$ .

La fonction suivante représente donc correctement la variation de la marée pour les ondes semi-diurnes, dans le canal 4 (profon-

deur moyenne :  $73^m$ ) :

$$\zeta_4 = e^{2(\lambda - \lambda_0)} (U_4 \cos \beta X + V_4 \sin \beta X) + \alpha X + b$$

avec

$$\alpha = 28,585,$$

puis

$$(38) \left\{ \begin{array}{l} \text{Pour l'onde } M_2. \left\{ \begin{array}{l} \beta = 17,541 \\ a = -0,016 \cos m_2 t + 0,033 \sin m_2 t \\ b = -0,007 \quad - 0,014 \\ U_4 = -0,445 \quad + 0,825 \\ V_4 = -0,232 \quad + 0,539 \end{array} \right. \\ \\ \text{Pour l'onde } S_2. \left\{ \begin{array}{l} \beta = 19,698 \\ a = -0,007 \cos s_2 t + 0,015 \sin s_2 t \\ b = -0,003 \quad - 0,006 \\ U_4 = -0,069 \quad + 0,036 \\ V_4 = -0,114 \quad + 0,108 \end{array} \right. \\ \\ \text{Pour l'onde } S_2 \\ \text{rectifiée.} \left\{ \begin{array}{l} \beta = 19,698 \\ a = -0,007 \cos s_2 t + 0,015 \sin s_2 t \\ b = -0,003 \quad - 0,006 \\ U_4 = -0,113 \quad + 0,075 \\ V_4 = -0,212 \quad - 0,191 \end{array} \right. \\ \\ \text{Pour l'onde } N_2. \left\{ \begin{array}{l} \beta = 16,305 \\ a = -0,003 \cos n_2 t + 0,007 \sin n_2 t \\ b = -0,001 \quad - 0,003 \\ U_4 = 0,011 \quad + 0,349 \\ V_4 = 0,008 \quad - 0,081 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Pour les marées diurnes, quelle que soit l'hypothèse de profondeur moyenne, on ne parvient pas à expliquer le relèvement d'amplitude qui se manifeste déjà à Assab. En adoptant  $73^m$ , les amplitudes calculées à Assab et à Périn sont de quelques millimètres seulement, et de plus les heures cotidiales calculées sont très différentes des heures observées (Tableau IX de l'Appendice).

18. Variation de largeur dans le canal I. — Avant de terminer cette étude nous avons cru utile de chercher si la variation de lar-

geur du canal 1 entre la section 1 et la section 10 apporte un changement appréciable dans les amplitudes et les heures calculées de la marée  $M_2$ .

La formule qui représente la variation de largeur s'écrit ici

$$l = S e^{4111 \left( \lambda - \frac{\lambda_0}{2} \right)}$$

et celle qui représente la variation de la marée

$$(39) \quad \zeta = e^{\alpha X} (U_1 \cos \beta X + V_1 \sin \beta X) + aX + b$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha &= - 2,055, & \beta &= 10,669; \\ a &= 0,013 \cos m_2 t - 0,027 \sin m_2 t; \\ b &= 0,003 & & - 0,006; \\ U_1 &= - 0,117 & & + 0,230; \\ V_1 &= - 0,011 & & + 0,071. \end{aligned}$$

Si dans la formule qui donne  $\zeta$  on remplace  $\lambda$  successivement par les abscisses de Koseir, Gidda et Port Sudan, on trouve pour les amplitudes et les heures calculées en ces stations les nombres suivants :

*Marée  $M_2$ .*

	Koseir.		Gidda.		Port Sudan	
	Ampli- tude.	Heure cotidale.	Ampli- tude.	Heure cotidale.	Ampli- tude.	Heure cotidale.
Largeur variable..	<sup>cm</sup> 25	<sup>h</sup> 3,9	<sup>cm</sup> 7	<sup>h</sup> 3,4	<sup>cm</sup> 3,1	<sup>h</sup> 2,9
Largeur constante.	24,5	3,8	5,2	3,1	2,6	11,8
Observation.....	21,9	3,7	7,4	4,1	0,9	6,8

$\Sigma(O - C) = - 5^{cm}, 6, |O - C|_m = 1^{cm}, 9$  en tenant compte de la variation de largeur;

$\Sigma(O - C) = - 2^{cm}, 1, |O - C|_m = 2^{cm}, 2$  dans le cas où la largeur est supposee constante.

Ces résultats montrent qu'on ne commet pas d'erreur appréciable en supposant constante la largeur du canal 1.

De même dans le canal 3, les amplitudes et les heures cotidales

des marées  $M_2$  et  $K_1$ , calculées en tenant compte de la variation de largeur, sont presque identiques aux nombres correspondants calculés dans l'hypothèse où la largeur reste constante.

19. **Résumé.** — En définitive la variation de la marée pour les ondes semi-diurnes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$  est correctement représentée par les fonctions  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  du paragraphe II (formules 35), et  $\zeta_4$  du paragraphe 17 (formules 38).

Pour les ondes diurnes  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ , la variation de la marée est représentée de façon satisfaisante, jusqu'à la section 16 inclus, par les fonctions  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  du paragraphe II (formules 35). Les fonctions  $\zeta_4$  du même paragraphe donnent bien l'heure cotidale exacte à Périn, mais non l'amplitude.

Si l'on admet la théorie de Harris, ces résultats peuvent s'expliquer de la façon suivante : il y a une résonance suffisante de la mer Rouge et de l'océan Indien avec la période semi-diurne, c'est pourquoi nous avons pu obtenir un nombre satisfaisant pour la marée semi-diurne à Périn. Au contraire, avec la période diurne, l'océan Indien seul est en bonne résonance et non la mer Rouge. De là une variation rapide pour l'amplitude de la marée diurne dans le détroit qui réunit ces deux bassins, variation que notre méthode de fractionnement en canaux partiels, applicable seulement à une mer étroite, se trouve impuissante à déceler,

On trouvera dans le tableau ci-joint les amplitudes et les heures cotidales des marées des six ondes principales, y compris l'onde  $S_2$  (rectifiée), calculées au moyen des formules que nous venons de rappeler pour les diverses sections et pour les stations d'observations.

Les courbes en trait plein, à la fin du Chapitre IV, sont la traduction graphique de ce tableau.

TABLEAU XI.

*Méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante.*

Point de départ : *Shermsheik*, extrémité fermée de la mer Rouge.

Sections et stations.	M <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> (rect.).		N <sub>2</sub> .		K <sub>1</sub> .		O <sub>1</sub> .		P <sub>1</sub> .	
	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.
Canal 1.														
Shermsheik...	cm 25,1	h 3,9	cm 4,0	h 4,8	cm 7,4	h 4,8	cm 8,0	h 2,9	cm 2,3	h 11,2	cm 0,7	h 11,9	cm 0,8	h 10,5
2.....	25,1	3,8	4,0	4,6	7,3	4,7	8,0	2,9	2,0	11,0	0,5	12,0	0,7	10,9
Koseir.....	24,5	3,8	4,0	4,6	7,2	4,7	7,8	2,9	1,8	10,9	0,4	12,0	0,6	10,9
3.....	23,9	3,8	3,8	4,3	6,9	4,7	7,6	2,9	1,6	11,1	0,3	12,0	0,6	10,9
4.....	21,5	3,8	3,4	4,4	6,1	4,6	6,9	2,9	1,3	11,1	0,1	18,0	0,5	10,6
5.....	18,5	3,7	2,9	4,2	5,2	4,5	6,0	2,9	0,8	11,1	0,4	21,8	0,3	10,9
6.....	12,9	3,6	2,1	3,7	3,4	4,2	4,2	2,8	0,3	12,0	0,6	22,8	0,2	11,2
7.....	8,2	3,4	1,5	3,1	2,1	3,7	2,8	2,7	0,2	22,2	0,8	22,5	0,6	12,1
Gidda.....	5,2	3,1	1,1	2,5	1,3	3,0	1,8	2,6	0,5	22,2	1,0	22,9	0,1	21,2
8.....	3,8	2,7	1,1	2,1	1,1	2,3	1,3	2,6	0,5	22,6	1,1	22,5	0,1	21,2
Port Sudan...	2,6	11,8	1,2	0,8	1,5	0,2	0,3	11,4	1,0	22,8	1,3	22,8	0,3	22,9
9.....	2,7	11,6	1,2	0,8	1,6	0,1	0,4	10,9	1,0	22,8	1,3	22,8	0,3	22,9
10.....	6,1	10,6	1,7	0,0	2,6	11,5	1,4	9,3	1,2	22,4	1,5	22,5	0,3	22,9
Canal 2.														
11.....	12,6	10,1	2,6	11,3	4,4	11,0	3,5	9,0	1,5	22,5	1,5	22,5	0,4	23,2
12.....	22,1	10,0	4,0	10,8	7,2	10,8	6,5	9,0	2,0	22,4	1,7	22,6	0,5	22,7
13.....	29,4	9,9	5,0	10,6	9,1	10,7	8,9	9,0	2,4	22,4	1,8	22,5	0,7	22,4
Massaua.....	32,4	9,9	5,5	10,5	9,9	10,7	10,0	8,9	2,6	22,3	2,0	22,4	0,8	22,6
14.....	31,4	9,8	5,8	10,5	10,3	10,6	10,7	8,9	2,8	22,3	2,0	22,4	0,9	22,4
Canal 3.														
15.....	38,9	9,7	6,0	10,1	10,7	10,4	12,6	8,8	3,0	22,3	1,7	22,1	1,0	22,2
Kamaran.....	38,4	9,7	5,9	10,0	10,5	10,3	12,6	8,8	3,0	22,3	1,7	22,1	1,0	22,2
16.....	34,7	9,6	5,2	9,7	8,6	10,1	11,8	8,8	3,0	22,3	1,4	22,0	1,1	21,9
Canal 4.														
Assab.....	8,4	6,9	4,6	6,4	5,3	6,0	2,9	6,4						
Périm.....	38,6	4,4	11,0	5,5	18,3	5,1	7,5	3,3						



## CHAPITRE IV.

### MARÉES DU GOLFE DE SUEZ.

20. Au Chapitre VIII de sa *Théorie des Marées* (§ 116), Lévy insiste sur l'importance du frottement dans les canaux de faible profondeur. Il introduit des coefficients de frottement dans les formules où il étudie les marées du canal de Suez, entre Suez et le lac Amer, sur une longueur de 29<sup>km</sup>. Dans cette partie, le canal a 8<sup>m</sup>,5 de profondeur moyenne.

Le golfe de Suez, long de 300<sup>km</sup>, n'a fait, à notre connaissance, l'objet d'aucune étude détaillée, exception faite des résultats approchés donnés par H. Poincaré (*Théorie des Marées*, § 234). La comparaison des calculs avec les observations donne, en adoptant une profondeur moyenne de 37<sup>m</sup>, les résidus suivants :

0<sup>cm</sup> à Suez, point de départ; puis, en centimètres : +3, +13, +6, +16, —26, —15 pour les diverses stations jusqu'à Shadwan.

Nous allons appliquer à l'étude des marées dans ce golfe la méthode exposée au Chapitre précédent, en adoptant Suez comme point de départ.

Nous verrons que l'accord entre la théorie et l'observation pour les marées des six ondes principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $P_1$  permet d'affirmer qu'on peut déjà négliger le frottement dans un canal de 45<sup>m</sup> de profondeur moyenne, contrairement à l'opinion de Lévy qui estime nécessaire d'introduire ce facteur quand la profondeur est inférieure à 100<sup>m</sup>.

Réunissons d'abord les données numériques qui sont relatives aux constantes harmoniques de la marée à Suez, aux profondeurs du golfe, et au potentiel générateur des diverses ondes.

21. **Données numériques.** — 1° *Constantes harmoniques.* — Nous trouvons dans le Tableau I du Chapitre I de ce Mémoire les constantes harmoniques pour cinq stations d'observations situées dans le golfe de Suez : Suez, Zafarana, Ras Gharib, Tor, Asharafi.

Les marées relatives aux six ondes principales ont, à Suez, extrémité fermée du golfe, qui nous sert de point de départ, les valeurs suivantes :

$$(40) \quad \begin{array}{l} \text{Ondes.} \\ \zeta. \\ \left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots\dots\dots 0,560 \cos(m_2 t - 277) \\ S_2 \dots\dots\dots 0,140 \cos(s_2 t - 302) \\ N_2 \dots\dots\dots 0,180 \cos(n_2 t - 248) \\ K_1 \dots\dots\dots 0,050 \cos(k_1 t - 157,5) \\ O_1 \dots\dots\dots 0,010 \cos(o_1 t - 183,5) \\ P_1 \dots\dots\dots 0,015 \cos(p_1 t - 157,5) \end{array} \right. \end{array}$$

2° *Distances et profondeurs.* — Sur une carte à grande échelle du Service hydrographique nous avons mené entre Suez et Jubal une ligne équidistante des bords du golfe, et nous avons compté les distances sur cet axe en prenant Suez comme origine. La largeur moyenne du golfe est de 40<sup>km</sup> environ.

Deux séries de mesures effectuées sur la carte à un millimètre près, ont donné, en rayons terrestres, les nombres suivants pour les abscisses *x* des sections perpendiculaires à l'axe et passant par les stations d'observations :

Stations.....	Zafarana.	Ras Gharib.	Tor.	Asharafi.	Shadwan.
Distances à Suez.....	0 <sup>R</sup> ,01437	0 <sup>R</sup> ,02898	0 <sup>R</sup> ,03526	0 <sup>R</sup> ,04237	0 <sup>R</sup> ,04847

Comme la connaissance exacte des profondeurs est d'autant plus importante que le canal est moins profond, nous avons relevé le plus de sondages possibles.

Entre Suez et Jubal nous avons tracé 17 sections équidistantes, perpendiculaires à l'axe. Le long de chacune d'elles nous avons noté les divers sondages indiqués sur la carte et calculé leur moyenne *h<sub>m</sub>* à l'aide de la formule (1) du Chapitre I.

Nous avons ainsi obtenu les nombres suivants :

TABLEAU XII.

Sections.	Distance à Suez.	Profon- deur <i>h<sub>m</sub></i> .	Nombre de sondages.
1.....	0 <sup>cm</sup>	5 <sup>m</sup>	1
2.....	5	26	7
3.....	10	38	9
4.....	15	39	5
5.....	20	49	7
6.....	25	37	8
7.....	30	49	11

TABLEAU XII (*suite*).

Sections.	Distance à Suez.	Profon- deur $h_m$ .	Nombre de sondages
8. ....	35 <sup>cm</sup>	43 <sup>m</sup>	10
9. ....	40	42	11
10. ....	45	35	9
11. ....	50	45	8
12. ....	55	46	8
13. ....	60	42	9
14. ....	65	58	9
15. ....	70	55	8
16. ....	75	31	10
17. ....	80	64	14

La section 17 est à 1<sup>km</sup> environ au nord de Jubal.

Il ressort de ce tableau que la profondeur moyenne ne varie que de quelques mètres quand on passe d'une section à la suivante; il est donc naturel de considérer d'abord le golfe de Suez comme un canal ayant une profondeur constante égale à

$$\frac{1}{x_{17}} \int_0^{x_{17}} h_m dx = 41^m, 8.$$

22. **Potentiel générateur.** — A cause de la faible profondeur du golfe, les termes relatifs au potentiel, qui entrent dans le calcul de la marée, sont très petits, et nous pourrions utiliser l'expression qui figure dans le Chapitre précédent

$$\frac{W}{g} = A' + B'X + CX^2,$$

où X a des valeurs négatives entre Shermshaik et Suez.

Le Tableau XI de l'Appendice donne l'erreur commise sur le potentiel à Suez quand on emploie ce développement.

Comme nous comptons les distances à partir de Suez, nous mettrons l'expression précédente sous la forme  $A'' + B''x + Cx^2$  où

$$B'' = B' - 2Cl,$$

$l$ , distance à Suez de la section passant par Shermshaik, est égale à 0<sup>R</sup>,045. Les  $B''$  calculés par cette formule pour les six ondes

principales ont pour valeurs :

$$(41) \quad \begin{array}{l} \text{Ondes.} \\ \text{M}_2 \dots\dots\dots \\ \text{S}_2 \dots\dots\dots \\ \text{N}_2 \dots\dots\dots \\ \text{K}_1 \dots\dots\dots \\ \text{O}_1 \dots\dots\dots \\ \text{P}_1 \dots\dots\dots \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{B}'' \\ - 0,111 \cos m_2 t - 0,302 \sin m_2 t \\ - 0,052 \cos s_2 t - 0,140 \sin s_2 t \\ - 0,022 \cos n_2 t - 0,059 \sin n_2 t \\ - 0,168 \cos k_1 t + 0,001 \sin k_1 t \\ - 0,119 \cos o_1 t \\ - 0,056 \cos p_1 t + 0,001 \sin p_1 t \end{array}$$

Les valeurs de C figurent au Chapitre I.

23. Calcul de la marée dans le golfe de Suez. — Grâce à ces éléments, il est possible d'étudier la variation de la marée le long de l'axe du golfe.

Avec les notations du Chapitre III, on a les valeurs suivantes pour les constantes d'intégration :

$$U = \zeta_E - \frac{2C}{\mu_1^2},$$

$$V = - \frac{B''}{\mu_1},$$

d'où

$$\zeta = \left( \zeta_E + \frac{2C}{\mu_1^2} \right) \cos \mu_1 x - \frac{B''}{\mu_1} \sin \mu_1 x - \frac{2C}{\mu_1^2}.$$

Occupons-nous d'abord de la marée relative à l'onde principale  $M_2$ .

Si, dans la formule qui donne  $\mu$  en fonction de  $h$ , on remplace  $h$  par 42<sup>m</sup> ou 0<sup>m</sup>,00000658, profondeur calculée plus haut, à l'aide des sondages, on trouve un accord assez satisfaisant entre les amplitudes calculées et les amplitudes observées (voir le premier tableau ci-après).

La somme algébrique des O — C est — 1<sup>cm</sup>,6, la moyenne de leurs valeurs absolues est 4<sup>cm</sup>,4.

Il est intéressant de chercher dans quelle mesure varient ces quantités quand la profondeur adoptée est un peu différente.

C'est pourquoi nous avons d'abord refait les calculs des U, V,  $\zeta$  avec la profondeur 44<sup>m</sup> et ensuite avec 46, 48, 50<sup>m</sup>.

Pour ces profondeurs comprises entre 42 et 50<sup>m</sup> nous avons obtenu les O — C suivants :

*Marée M<sub>2</sub>.*

Profondeurs.	42 <sup>m</sup> .	44 <sup>m</sup> .	46 <sup>m</sup> .	48 <sup>m</sup> .	50 <sup>m</sup> .
O — C à Zafarana . . . . .	<sup>cm</sup> —2,4	<sup>cm</sup> —2,8	<sup>cm</sup> —3,3	<sup>cm</sup> —3,6	<sup>cm</sup> —4,1
» Ras Gharib . . . . .	+2,7	+1,2	—0,3	—1,6	—2,9
» Tor . . . . .	+7,5	+5,7	—3,7	+2,0	+0,4
» Asharafi . . . . .	—3,7	—1,5	+0,6	+2,9	+4,7
» Shadwan . . . . .	—5,7	—3,8	—1,1	—1,2	+3,3
Σ(O — C) . . . . .	—1,6	—1,2	—0,4	+0,9	+1,4
O — C   <sub>m</sub> . . . . .	4,4	3,0	1,8	2,3	3,1

L'examen de ce tableau permet de conclure que la profondeur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations est environ 46<sup>m</sup>; elle ne diffère que de 4<sup>m</sup> de la profondeur calculée par les sondages.

Des calculs analogues portant sur la marée N<sub>2</sub>, la plus importante après M<sub>2</sub>, donnent un résultat très voisin du précédent. Voici les O — C des amplitudes pour des profondeurs moyennes de 46 et de 48<sup>m</sup>.

*Marée N<sub>2</sub>.*

Profondeurs	46 <sup>m</sup> .	48 <sup>m</sup> .
O — C à Zafarana . . . . .	<sup>cm</sup> —1,3	<sup>cm</sup> —0,7
» Ras Gharib . . . . .	—0,7	—1,0
» Tor . . . . .	—0,5	0,0
» Asharafi . . . . .	+1,0	—1,6
» Shadwan . . . . .	—0,3	—1,0
Σ(O — C) . . . . .	—0,2	—1,1
O — C   <sub>m</sub> . . . . .	0,8	0,9

C'est encore la profondeur de 46<sup>m</sup> qui donne ici les meilleurs résultats.

Nous avons laissé de côté dans cette recherche la marée S<sub>2</sub>, car son amplitude observée à Shadwan est manifestement trop faible, ainsi que l'accusent les observations relatives à cette onde dans les stations de la mer Rouge (*voir* fin du Chapitre III).

En adoptant comme profondeur moyenne 46<sup>m</sup>, nous obtenons pour la représentation des marées des six ondes principales dans le golfe de Suez les fonctions suivantes :



*Ondes diurnes.*

	K <sub>1</sub> .			O <sub>1</sub> .			P <sub>1</sub> .		
	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Suez . . . . .	5	5	»	1	1	»	1,5	1,5	»
Zafarana . . .	»	»	»	1,1	0,9	+0,2	»	»	»
Ras Gharib . .	3,0	3,5	—0,5	1,8	0,5	+1,3	1,0	1,1	—0,1
Tor . . . . .	3,8	3,0	+0,8	1,5	0,4	+1,1	1,2	1,0	+0,2
Asharafi . . .	2,3	2,5	—0,2	1,6	0,2	+0,4	0,8	0,8	0,0
Shadwan . . .	2,3	2,8	—0,5	0,7	0,2	+0,5	0,8	0,6	+0,2
Σ(O — C) . .	»	»	—0,4	»	»	+3,5	»	»	+0,3
O — C  <sub>m</sub> . .	»	»	0,5	»	»	0,5	»	»	0,1

On voit d'après les deux tableaux précédents que l'accord entre la théorie et l'observation est très satisfaisant en ce qui concerne les amplitudes des six ondes principales.

Dans le tableau qui suit on trouvera les heures cotidales calculées comparées aux heures cotidales observées dans les diverses stations.

TABLEAU XIV.

	M <sub>2</sub> .		S <sub>2</sub> .		N <sub>2</sub> .		K <sub>1</sub> .		O <sub>1</sub> .		P <sub>1</sub> .	
	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
Suez . . . . .	9,2	9,2	10,1	10,1	8,3	8,3	10,5	10,5	12,2	12,2	10,5	10,5
Zafarana . . . .	9,3	9,2	10,0	10,1	8,3	8,3	»	10,4	13,3	12,4	»	10,4
Ras Gharib . . .	9,1	9,2	10,1	10,2	8,1	8,3	»	10,3	10,5	12,8	»	10,3
Tor . . . . .	6,8	9,4	7,6	11,1	5,8	8,2	10,9	10,3	10,6	12,9	11,9	10,3
Asharafi . . . .	3,9	3,2	4,8	3,9	2,9	2,3	11,2	10,2	10,2	13,7	11,2	10,1
Shadwan . . . .	3,9	3,2	4,8	4,0	2,9	2,3	11,2	10,0	11,9	13,8	11,5	10,1

L'accord est en général satisfaisant entre le calcul et l'observation; toutefois nous remarquons que la ligne nodale des marées semi-diurnes est indiquée par le calcul un peu au sud de sa position observée.

Sur les graphiques ci-après on a représenté la variation des marées des six ondes principales le long du golfe de Suez. Afin d'avoir une meilleure détermination, nous avons calculé ζ pour deux stations fictives : l'une, située à égale distance de Suez et de

Zafana, a pour abscisse  $x = 0^{\text{h}}, 00719$ ; l'autre, équidistante de Zafarana et de Ras Gharib, a pour abscisse  $x = 0^{\text{h}}, 02168$ .

Les centres des petits cercles correspondent aux amplitudes observées. La variation de l'amplitude calculée est figurée en trait plein. Les heures cotidales observées et calculées sont inscrites en regard des stations correspondantes.

*Remarque au sujet de l'onde  $P_1$ .* — Nous avons noté au Chapitre I que le tableau des constantes harmoniques publié dans le Mémoire du Professeur Vercelli ne contient pas l'amplitude et la phase de l'onde  $P_1$  à Suez.

Comme les phases des ondes  $K_1$  et  $P_1$  sont égales à Tor, à Asharafi, et à Shadwan, il nous a paru légitime d'admettre qu'il en est de même à Suez.

C'est donc  $K_1^0$  qui a servi de point de départ pour les calculs relatifs à l'onde  $P_1$ .

Nous venons de constater que les heures cotidales de cette onde calculées pour les diverses stations du golfe sont ainsi d'accord avec les heures observées.

Si l'on adopte pour  $P_1$  à Suez la phase donnée dans le *Manual of tides* américain, pour 1904, p. 350, soit  $P_1^0 = 112^\circ$ , d'où  $\alpha = 79^\circ, 5$ , les heures cotidales calculées pour les autres stations sont en désaccord complet avec les heures observées. Ce résultat confirme le bien-fondé de notre hypothèse sur la phase de  $P_1$  à Suez.

**25. Détermination de la profondeur moyenne d'un golfe par les constantes harmoniques de deux de ces points.** — Si dans la formule qui donne la variation de la marée dans le golfe de Suez (§ 23), on néglige les termes relatifs au potentiel générateur, les résultats qu'on obtient s'écartent très peu des premiers. La différence des amplitudes calculées avec et sans potentiel pour les six ondes principales ne dépasse pas le centimètre.

Comme dans ce cas  $U = \zeta_{\text{Suez}}$  et  $V = 0$ , on a

$$(43) \quad \zeta = \zeta_{\text{Suez}} \cos \mu x.$$

Ainsi, dans un golfe dont la profondeur « réduite » ne varie guère, la marée est représentée avec une bonne approximation par une



fonction trigonométrique simple de la distance à l'extrémité fermée.

L'amplitude est maxima à l'extrémité du golfe et en tous les points dont les sections perpendiculaires à l'axe ont pour abscisses

$$x = \frac{h\pi}{\mu}, \quad \text{où} \quad (h = 1, 2, 3, \dots),$$

elle s'annule au contraire pour

$$x = (2k + 1) \frac{\pi}{2\mu}, \quad \text{où} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Ces points sont les nœuds du golfe.

Dans les régions séparées par un nœud, l'heure cotidale différera de 6 heures pour les ondes semi-diurnes et de 12 heures pour les ondes diurnes.

Comme  $x$  ne peut dépasser la longueur  $l$  du golfe et, que d'autre part, on a  $\mu^2 = -\frac{\lambda^2}{g}$ , on voit qu'étant donnés deux golfes de même longueur, c'est le moins profond qui a le plus de nœuds; si deux golfes ont même profondeur moyenne, c'est le plus long qui a le plus de nœuds.

On peut à l'aide de la formule (43) calculer, à quelques mètres près, la profondeur moyenne d'un golfe quand on connaît le nombre de ses nœuds et les constantes harmoniques de deux de ses points.

A notre connaissance ce problème n'a pas encore été traité. Soient  $A_n, \alpha_n, A_k, \alpha_k$  les constantes relatives aux deux stations  $n$  et  $k$ ;  $A_0$  et  $\alpha_0$  les constantes relatives à l'extrémité fermée du golfe (lesquelles peuvent d'ailleurs n'être pas connues); on a les identités

$$\begin{aligned} A_n \cos z_n &= A_0 \cos z_0 \cos \mu x_n, & A_n \sin z_n &= A_0 \sin z_0 \cos \mu x_n, \\ A_k \cos z_k &= A_0 \cos z_0 \cos \mu x_k, & A_k \sin z_k &= A_0 \sin z_0 \cos \mu x_k. \end{aligned}$$

En éliminant  $A_0 \cos z_0$  entre les deux équations du premier groupe, ou  $A_0 \sin z_0$  entre les deux équations du second groupe, on trouve pour déterminer  $\mu$ , et par suite  $h$  quand on fait choix d'une onde particulière, les équations suivantes qui se réduisent à une seule :

$$(44) \quad \begin{cases} A_n \cos z_n \cos \mu x_k - A_k \cos z_k \cos \mu x_n = 0, \\ A_n \sin z_n \cos \mu x_k - A_k \sin z_k \cos \mu x_n = 0. \end{cases}$$

Suivant que les  $\alpha$  seront voisins d'un multiple de  $\pi$  ou de  $\frac{\pi}{2}$ , on emploiera l'une ou l'autre de ces équations.

La connaissance du nombre des nœuds permettra de choisir les racines  $\mu_n$  qui conviennent au problème.

Supposons en effet que les observations aient révélé que le golfe possède  $p$  nœuds; en ce cas  $\cos \mu x$  s'annule au moins  $p$  fois, mais non  $p + 1$  fois, entre le fond et le débouché du golfe; on a donc, puisque  $l$  est la longueur du golfe, la double inégalité

$$(2p - 1) \frac{\pi}{2} < \mu l < (2p + 1) \frac{\pi}{2}$$

ou

$$(45) \quad (2p - 1) \frac{\pi}{2l} < \mu < (2p + 1) \frac{\pi}{2l}.$$

On tracera sur du papier quadrillé les courbes

$$y = \Lambda_n \cos z_n \cos \mu x_k \quad \text{et} \quad Y = \Lambda_k \cos z_k \cos \mu x_n$$

pour les valeurs de  $\mu$  comprises entre  $(2p - 1) \frac{\pi}{2l}$  et  $(2p + 1) \frac{\pi}{2l}$ , et l'on notera sur le graphique les valeurs de  $\mu$  pour lesquelles  $Y = -Y$ ; on les calculera ensuite avec plus de précision (à 1 unité près est suffisant) par approximations successives.

Si en particulier on connaît les constantes harmoniques du fond du golfe (station  $n$  par exemple), l'équation (44) se simplifie et s'écrit, puisque  $\cos \mu x_n = 1$ ,

$$(44 \text{ bis}) \quad \cos \mu x_k = \frac{\Lambda_k \cos z_k}{\Lambda_n \cos z_n} = \frac{\Lambda_k \sin z_k}{\Lambda_n \sin z_n}.$$

Cette équation a une infinité de racines, toutes comprises dans la formule

$$\mu_k = \frac{2\pi i}{x_k} \pm \mu_0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

en appelant  $\mu_0$  la plus petite racine en valeur absolue.

La racine  $\mu_k$  satisfaisant aux inégalités (45) sera la solution du problème.

**26. Application au golfe de Suez, qui est uninodal.** — 1° L'une des stations est Suez, fond du golfe.

Adoptons les constantes harmoniques de la marée  $M_2$  et associations à Suez successivement toutes les autres stations du golfe.

Formons

$A_n \sin \alpha_n = -0,556$	à Suez,
$A_k \sin \alpha_k = -0,418$	à Zafarana,
» $= -0,182$	à Ras Gharib,
» $= -0,032$	à Tor,
» $= 0,119$	à Asharafi,
» $= 0,224$	à Shadwan.

Puis résolvons l'équation (44 bis) par rapport à  $\mu$ .

Comme  $l = 0^r,05$  et  $p = 1$ , les conditions (45) s'écrivent ici

$$31 < \mu < 94.$$

Nous donnons dans le tableau suivant la valeur de  $\mu$  qui convient au problème dans chacune des cinq équations envisagées, ainsi que la profondeur  $h_{\text{calc}}$ . qu'on en déduit.

TABLEAU XV.

Stations associées.		$\mu_0$ à 0,1 près.	$h_{\text{calc}}$ .	$h_{\text{obs}}$ .	$h_{\text{obs}} - h_{\text{calc}}$ .
$n$ .	$k$ .				
Suez	Zafarana.....	49,7	33 <sup>m</sup>	42 <sup>m</sup>	+9 <sup>m</sup>
»	Ras Gharib.....	42,7	45		-3
»	Tor.....	43,0	44		-2
»	Asharafi.....	42,0	46		-4
»	Shadwan.....	41,1	49		-7

2° Aucune des deux stations n'est au fond du golfe.

Associations par exemple à Ras Gharib toutes les autres stations, excepté Suez, et résolvons l'équation (44) par rapport à  $\mu$ , en tenant compte des conditions (45).

Après quelques approximations successives guidées par la résolution graphique, on parvient aux résultats suivants :

TABLEAU XVI.

Stations associées.		$\mu_0$ à 0,1 près.	$h_{\text{calc.}}$	$h_{\text{obs.}}$	$h_{\text{obs.}} - h_{\text{calc.}}$
$n.$	$k.$				
Ras Gharib	Zafarana.....	41,5	48 <sup>m</sup>	42 <sup>m</sup>	—6 <sup>m</sup>
»	Tor.....	42,9	44		—2
»	Asharafi.....	42,3	46		—4
»	Shadwan.....	41,5	48		—6

Les Tableaux XV et XVI nous montrent que les constantes harmoniques de deux stations quelconques permettent de calculer la profondeur du golfe de Suez, à 5<sup>m</sup> près en moyenne. A part la combinaison Suez-Zafarana qui donne pour la profondeur un nombre un peu faible, les  $h_{\text{calc.}}$ , tirées des huit autres combinaisons, sont en très bon accord.

Leur moyenne est 46<sup>m</sup>. Les sondages avaient donné 42<sup>m</sup>. Remarquons qu'au paragraphe (23), où l'on tenait compte du potentiel générateur, nous avons finalement adopté 46<sup>m</sup> comme profondeur moyenne.

### CONCLUSIONS.

27. L'accord très satisfaisant entre la théorie et l'observation à Shadwan pour les amplitudes et les heures cotidales des six ondes principales prouve que la simple connaissance de la marée à Suez est suffisante si l'on veut calculer la marée jusqu'à Périn (inclus) pour les ondes semi-diurnes et jusqu'à la section 16 de la mer Rouge (à 100<sup>km</sup> au nord de Périn) pour les ondes diurnes. Ce faisant, l'erreur commise sur chaque marée ne dépasse pas en moyenne 2<sup>cm</sup>.

Voici le détail des  $\Sigma(O - C)$  et des  $|O - C|_m$ .

*Entre Suez et Périn (12 stations).*

	Amplitudes.			
	$M_2.$	$S_1.$	$S_2$ (rect.)	$N_2.$
$\Sigma(O - C)$ .....	—9 <sup>cm</sup> , 7	+17 <sup>cm</sup> , 9	—2 <sup>cm</sup> , 8	—2 <sup>cm</sup> , 5
$ O - C _m$ .....	2 <sup>cm</sup> , 1	2 <sup>cm</sup> , 4	1 <sup>cm</sup> , 6	1 <sup>cm</sup> , 0

*Entre Suez et la section 16 (10 stations).*

	Amplitudes.		
	K <sub>1</sub> .	O <sub>1</sub> .	P <sub>1</sub> .
Σ(O — C).....	+2 <sup>cm</sup> ,9	+5 <sup>cm</sup> ,7	+2 <sup>cm</sup> ,1
O — C  <sub>m</sub> .. . . . . .	0 <sup>cm</sup> ,9	0 <sup>cm</sup> ,8	0 <sup>cm</sup> ,4

D'autre part, à quelques fractions d'heure près, il y a accord jusqu'à Périn inclus, entre les heures cotidales calculées et observées pour toutes les ondes.

On peut encore tirer des recherches faites dans ce Mémoire plusieurs renseignements dont les plus importants sont assurément que le frottement et les marées de la croûte solide du Globe ne jouent pas un rôle appréciable dans les marées de la mer Rouge, ni même dans celles d'un golfe large et peu profond comme le golfe de Suez.

D'autre part, dans ce golfe, les variations de largeur sont sans influence appréciable sur la marée, et le fait que les amplitudes calculées pour des points de l'axe du golfe s'accordent de façon satisfaisante avec les amplitudes observées dans le voisinage des bords, montre que la marée est sensiblement la même le long d'une section perpendiculaire à l'axe.

En appliquant à l'étude des marées de la mer Rouge la méthode de « fractionnement en canaux de profondeur constante », nous avons constaté qu'il n'y a pas avantage à découper la mer en un très grand nombre de parties.

L'allure générale de la variation de la profondeur moyenne sera toujours un guide suffisant dans le choix des canaux partiels.

En outre, nous avons remarqué qu'on ne commet pas d'erreur systématique en négligeant le potentiel générateur, aussi bien dans la mer Rouge que dans le golfe de Suez. Cette suppression permettrait de simplifier beaucoup les calculs.

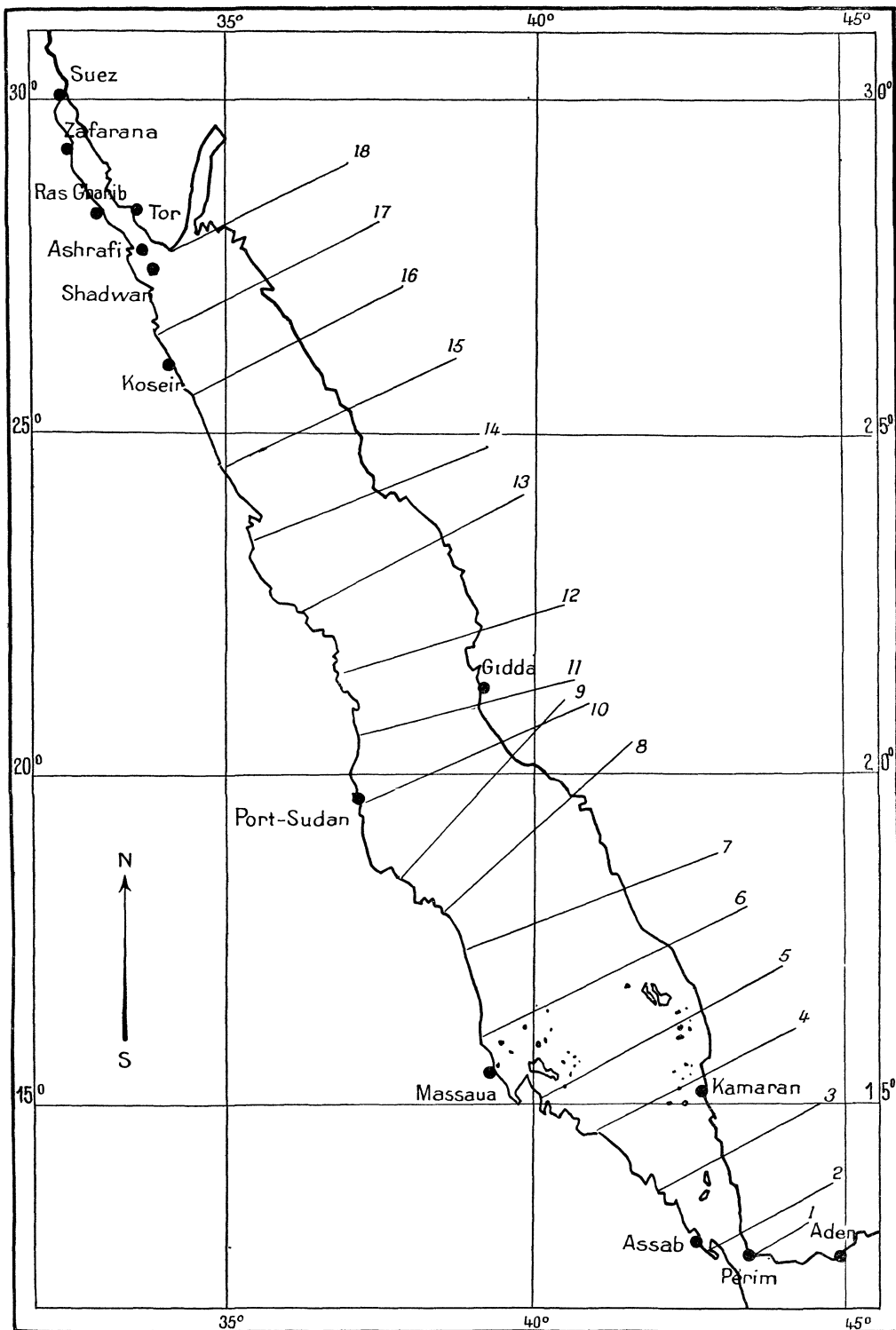
Enfin les formules qui représentent la variation de la marée dans la région où la profondeur moyenne est supérieure à 140<sup>m</sup> environ, ce qui a lieu pour les canaux 1, 2, 3, ont été établies en adoptant la profondeur déduite des sondages. Nous avons vu (§ 15) qu'avec une profondeur assez différente de celle-ci les résultats relatifs aux

amplitudes et aux heures cotidales sont à peine modifiés. En particulier, dans les régions où la profondeur moyenne est de l'ordre de 800<sup>m</sup>, il est indifférent de commettre une erreur de 100<sup>m</sup> sur cette quantité.

Mais pour représenter correctement la marée dans le canal 4 et dans le golfe de Suez, région où la profondeur moyenne est inférieure à 80<sup>m</sup>, nous avons dû procéder par approximations successives : une variation de 2<sup>m</sup> seulement sur une profondeur de 44<sup>m</sup> (golfe de Suez) produit dans la marée d'une onde semi-diurne une variation d'amplitude qui, en certaines régions, peut dépasser 2<sup>m</sup>. Comme les sondages sont plus nombreux dans les régions de faible profondeur, nous sommes donc assurée de trouver, après quelques tâtonnements autour du nombre calculé par les sondages, la profondeur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations.

Il est évident que la méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante se prête aisément à ce genre de recherches, tandis que la méthode de Ritz est d'un maniement beaucoup plus pénible. Chaque hypothèse sur la profondeur moyenne d'une ou de plusieurs sections nécessite un nouveau calcul de toutes les intégrales où entre cette quantité, ainsi qu'une nouvelle résolution des systèmes d'équations en  $x$ . Toutefois il serait intéressant, ainsi que le suggère M. Fichot, de reprendre l'étude des marées dans la mer Rouge par la méthode de Ritz, mais en adoptant comme point de départ Kamaran, au lieu de Périn. Il paraît évident, en effet, d'après les résultats fournis par la méthode des canaux partiels que les résidus systématiquement négatifs trouvés dans le Chapitre II sont dus à ce fait que la variation de la profondeur dans le canal 4, qui aboutit à Périn, n'est pas connue avec assez d'exactitude, et cela suffit pour fausser tous les résultats. Au contraire, dans la région de Kamaran, le rôle joué par la profondeur étant moindre, ainsi que nous l'avons démontré, il n'est pas douteux, qu'en partant de cette station, on parviendrait à des O — C satisfaisants avec la méthode de Ritz.





*Carte schématique de la mer Rouge.*

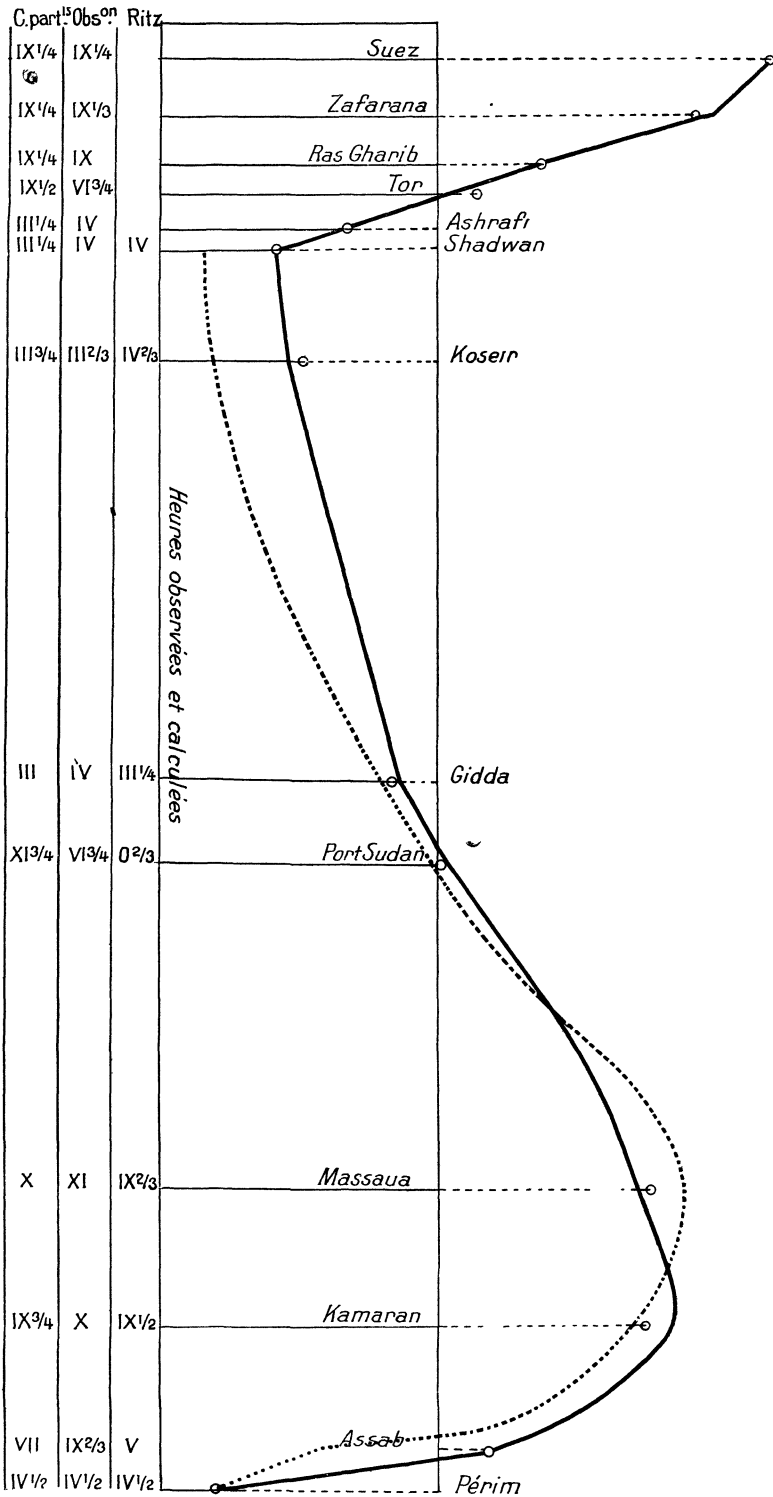
● Stations d'observations.

*N. B.* — Les sections sont numérotées de 1 à 18.





# Marée M<sub>2</sub>.



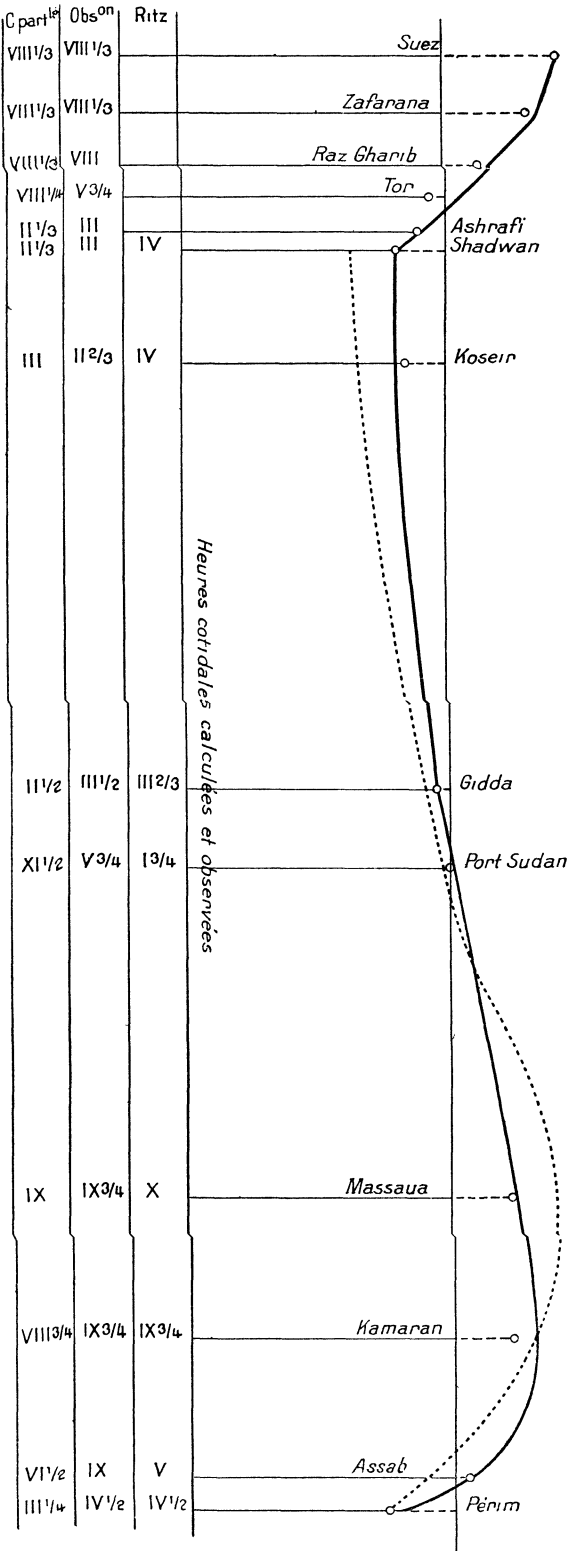
Echelle { Distances comptées sur l'axe : 1<sup>cm</sup> correspond à 0<sup>m</sup>,00185.  
 Amplitudes : 1<sup>cm</sup> correspond à 1<sup>cm</sup>,25.  
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels ————  
 » de Ritz .....  
 » Amplitude observée - - - - - ⊙







# Marée N<sub>2</sub>.



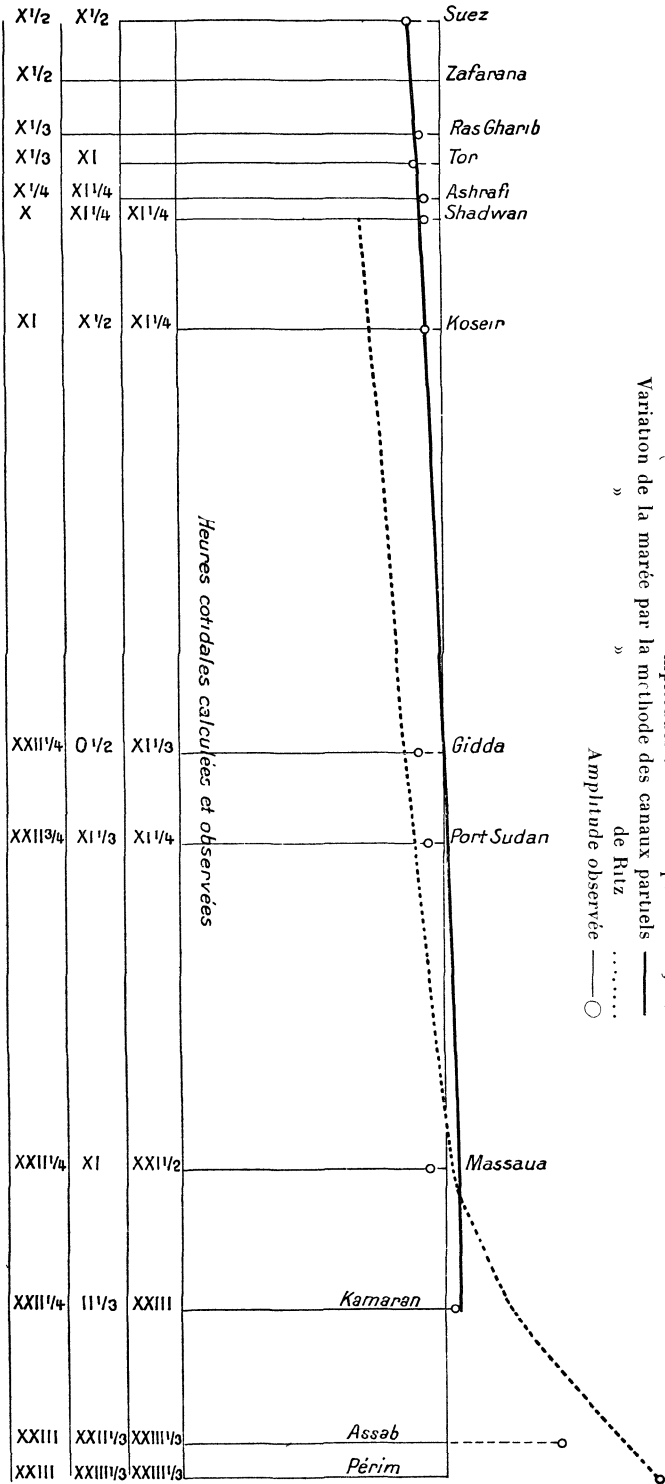
Heures cotidiales calculées et observées

Échelle { Distances comptées sur l'axe : 1 mm correspond à 0R,00185.  
 Pour les amplitudes : 1 mm correspond à 1 cm,25.  
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels ———  
 de Ritz .....  
 Amplitude observée ○



Marée K<sub>1</sub>.

C. part.<sup>ls</sup> Obs. Ritz

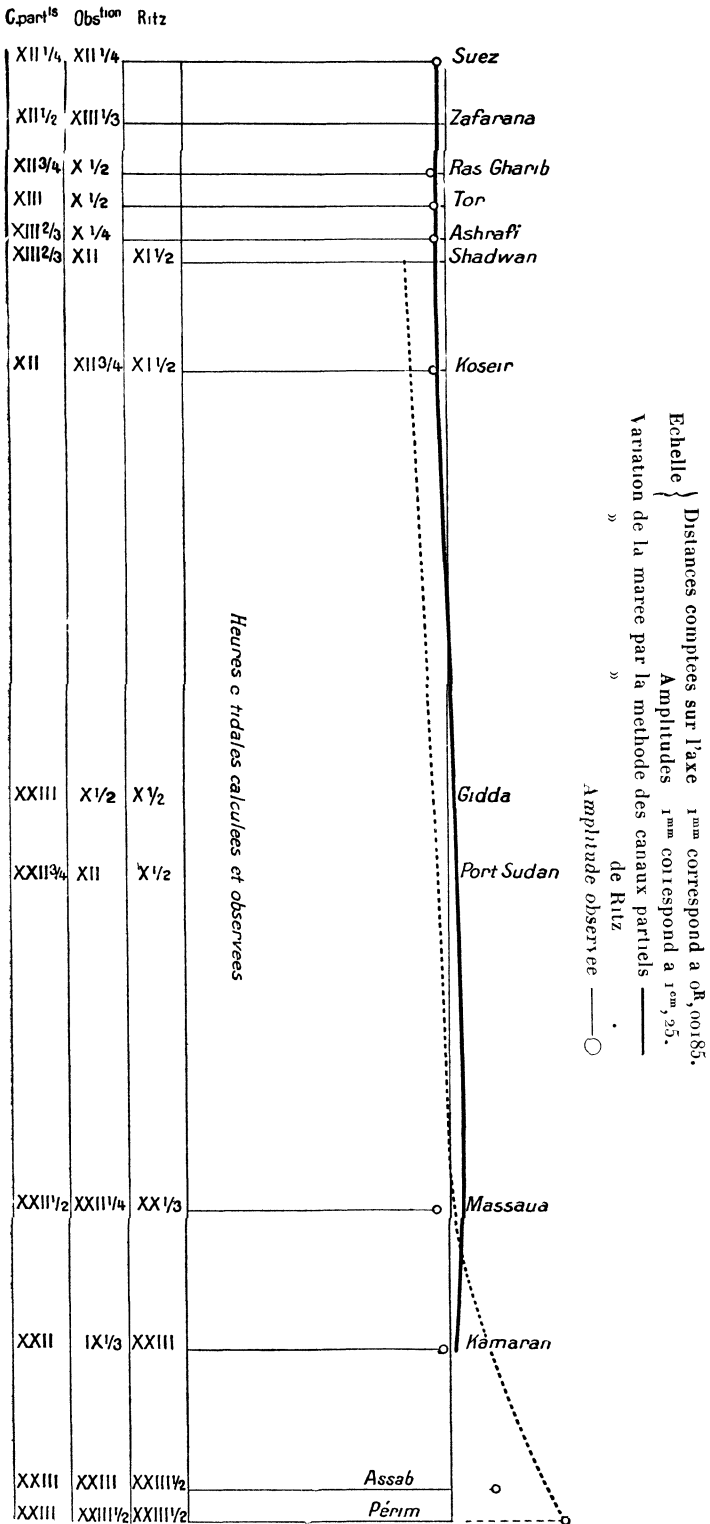


Échelle { Distances comptées sur l'axe : 1<sup>mm</sup> correspond à 0<sup>m</sup>,00185.  
 Amplitudes : 1<sup>mm</sup> correspond à 1<sup>m</sup>,25.  
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels  
 »  
 »  
 »  
 de Ritz  
 .....  
 Amplitude observée ———— ○





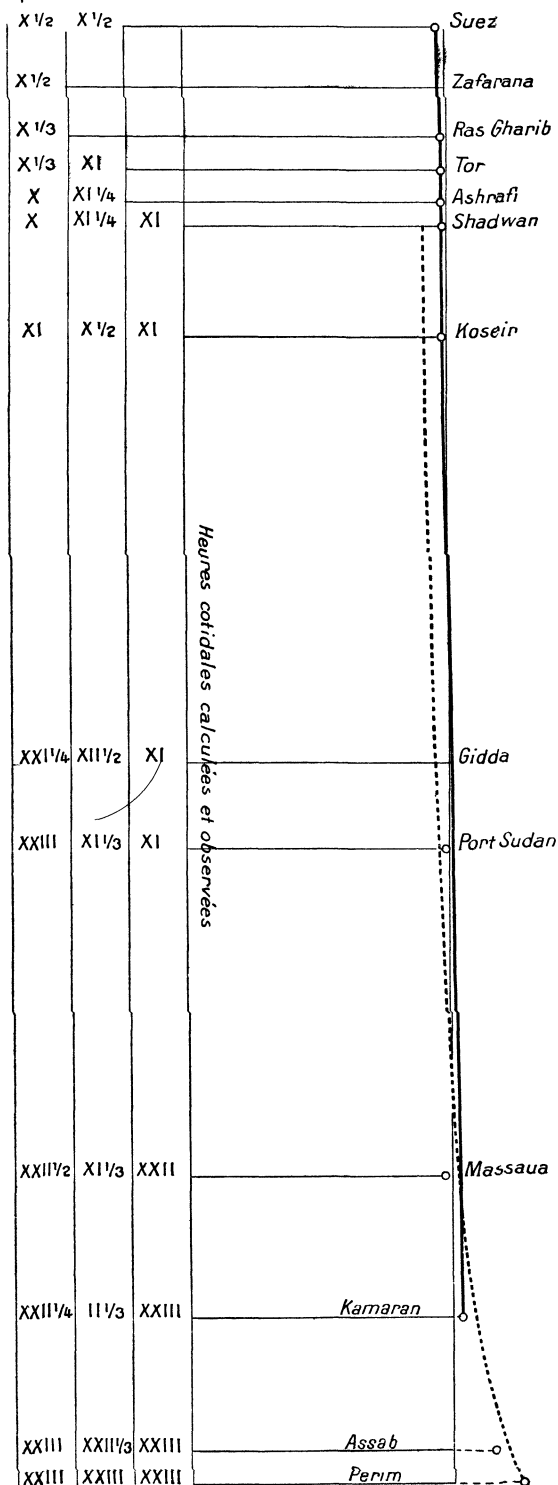
# Maree O<sub>1</sub>.





Marée P<sub>1</sub>.

C part<sup>15</sup> Obser<sup>on</sup> Ritz



Échelle { Distances comptées sur l'axe : 1<sup>mm</sup> correspond à 0<sup>r</sup>, 0018<sup>i</sup>.  
 Amplitudes : 1<sup>mm</sup> correspond à 1<sup>cm</sup>, 35,  
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels  
 de Ritz  
 Amplitude observée ———— ○



APPENDICE.

TABLEAU I.

Vérifications des équations en  $\alpha_i$ .

Ondes.	[ $\zeta$ ].	B.	C.	Ondes.	[ $\zeta$ ].	B.	C.
<i>1<sup>e</sup> équation.</i>				<i>2<sup>e</sup> équation.</i>			
Au lieu de :				Au lieu de :			
	— 72100	13510	2905		— 35700	560	— 750
on trouve :				on trouve :			
M <sub>2</sub> ...	—13170	— 4809	M <sub>2</sub> ...	11003	16235	5129	
	26734	7734		— 46690	—15665	— 5876	
	— 72002	13564	2925		— 35687	570	— 747
S <sub>2</sub> ...	— 72097	— 7776	— 2875	S <sub>2</sub> ...	— 39898	— 9259	— 3594
	20	21283	5791		4191	9812	2847
	— 72077	13507	2915		— 35707	553	— 747
N <sub>2</sub> ...	—20298	— 7289	N <sub>2</sub> ...	18695	24657	8068	
	33806	10195		— 54416	—24111	— 8823	
	— 72105	13508	2906		— 35721	546	— 755
K <sub>1</sub> ...				K <sub>1</sub> ...	67115	19345	4041
	— 72098	13509	2905		—102818	—18787	— 4792
O <sub>1</sub> ...					— 35703	558	— 751
	— 72115	13515	2905	O <sub>1</sub> ...	85271	22163	4587
					—120913	—21617	— 5346
P <sub>1</sub> ...					— 35642	546	— 759
	— 72098	13510	2903	P <sub>1</sub> ...	68354	19532	4082
					—104077	—18980	— 4827
					— 35723	552	— 745
<i>3<sup>e</sup> équation.</i>				<i>3<sup>e</sup> équation.</i>			
Au lieu de :				Au lieu de :			
	— 12000	— 370	24		— 12000	— 370	24
on trouve :				on trouve :			
M <sub>2</sub> ...	— 72706	—36090	—13250	K <sub>1</sub> ...	—104199	24715	5852
	60744	35736	13284		92180	—25098	— 5824
	— 11962	— 354	34		— 12019	— 383	28

Ondes. [ξ]. B. C. Ondes. [ξ]. B. C.

3<sup>e</sup> équation (suite).

Au lieu de :			Au lieu de :				
— 12000	— 370	24	— 12000	— 370	24		
on trouve :			on trouve :				
S <sub>2</sub> ...	40629	20588	7865	O <sub>1</sub> ...	— 106823	27942	6436
	<u>— 52634</u>	<u>— 20956</u>	<u>— 7843</u>		114791	<u>— 28300</u>	<u>— 6411</u>
	— 12005	— 368	22		— 12032	— 358	<u>25</u>
N <sub>2</sub> ...	— 97728	— 55895	— 20157	P <sub>1</sub> ...	— 105643	24938	5902
	<u>85699</u>	<u>55507</u>	<u>20181</u>		<u>93718</u>	<u>— 25302</u>	<u>— 5853</u>
	— 12029	— 388	24		— 11925	— 364	<u>49</u>

4<sup>e</sup> équation.

Au lieu de :			
— 6200	120	— 20	
on trouve :			
M <sub>2</sub> ...	— 82030	— 42454	— 15781
	<u>75873</u>	<u>42541</u>	<u>15726</u>
	— 6157	87	— 55
S <sub>2</sub> ...	51737	24802	9451
	<u>— 57954</u>	<u>— 24522</u>	<u>9360</u>
	— 6217	280	91
N <sub>2</sub> ...	— 112273	— 66043	— 24011
	<u>106010</u>	<u>66121</u>	<u>23988</u>
	— 6263	78	— 23
K <sub>1</sub> ...	— 105636	27900	6700
	<u>99335</u>	<u>— 27771</u>	<u>— 6687</u>
	— 6301	129	13
O <sub>1</sub> ...	— 129078	31170	7282
	<u>122847</u>	<u>— 31015</u>	<u>— 7287</u>
	— 6231	155	— 5
P <sub>1</sub> ...	— 107306	28161	6747
	<u>101190</u>	<u>— 28015</u>	<u>— 6783</u>
	— 6116	146	— 36

5<sup>e</sup> équation.

Au lieu de :			
3300	— 720	— 80	
on trouve :			
M <sub>2</sub> ...	55413	27968	10635
	<u>— 52108</u>	<u>— 28736</u>	<u>— 10746</u>
	3305	— 768	— 111
S <sub>2</sub> ...	— 35796	— 16930	— 6536
	<u>39066</u>	<u>16229</u>	<u>6424</u>
	3270	— 701	— 112
N <sub>2</sub> ...	75890	43758	16169
	<u>— 72651</u>	<u>— 44520</u>	<u>— 16264</u>
	3239	— 762	— 95
K <sub>1</sub> ...	88139	20737	4749
	<u>— 84787</u>	<u>— 21429</u>	<u>— 4837</u>
	3352	— 692	— 88
O <sub>1</sub> ...	108254	23637	5291
	<u>— 104993</u>	<u>— 24378</u>	<u>— 5339</u>
	3261	— 741	— 48
P <sub>1</sub> ...	89818	20981	4809
	<u>— 86542</u>	<u>— 21730</u>	<u>— 4909</u>
	3276	— 749	— 100

TABLEAU II.

Sections.	2.	Assab.	3.	Kamaran.	4.	5.	Massawa.	6.	7. *	8.	9.
$x$ .....	0,0074	0,0090	0,0268	0,0420	0,0462	0,0676	0,0773	0,0881	0,1076	0,1279	0,1409
$\sin \mu_0 x$ .....	0,038	0,046	0,136	0,216	0,232	0,336	0,385	0,432	0,519	0,609	0,656
$\sin \mu_1 x$ .....	112	137	397	609	617	887	924	974	998	990	889
$\sin \mu_2 x$ .....	187	226	629	887	922	990	925	787	400	104	—
$\sin \mu_3 x$ .....	260	314	813	999	997	674	385	11	630	086	—
$\sin \mu_4 x$ .....	0,332	0,400	0,940	0,924	0,838	0,004	—0,380	—0,773	—0,980	—0,427	0,152
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$ ..	0,65	0,58	—0,17	—0,67	—0,74	—0,98	—0,98	—0,90	—0,65	—0,36	—0,19
$\lambda^2 \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x$ ..	— 15	— 19	— 51	— 70	— 73	— 77	— 73	— 64	— 43	— 20	— 6
$\frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2$ ..	— 6	— 7	— 18	— 26	— 26	— 28	— 25	— 24	— 15	— 7	— 2
$\frac{g}{G}$ .....	—0,204	—0,193	—0,039	0,068	0,081	0,140	0,144	0,141	0,106	0,064	0,041
$G$ .....	0,128	0,104	—0,136	—0,292	—0,314	—0,379	—0,365	—0,338	—0,335	—0,121	—0,055
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$ ..	0,72	0,67	0,07	—0,34	—0,40	—0,62	—0,64	—0,59	—0,44	—0,25	—0,14
$\lambda^2 \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x$ ..	— 10	— 12	— 32	— 44	— 46	— 48	— 44	— 39	— 25	— 11	— 2
$\frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2$ ..	— 3	— 4	— 12	— 16	— 17	— 17	— 16	— 14	— 9	— 4	— 1
$\frac{g}{G}$ .....	—0,121	—0,114	—0,036	0,010	0,027	0,039	0,065	0,060	0,049	0,030	0,021
$G$ .....	0,044	0,038	—0,023	—0,063	—0,069	—0,086	—0,085	—0,076	—0,054	—0,027	—0,013
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$ ..	0,55	0,46	—0,50	—1,12	—1,21	—1,48	—1,44	—1,31	—0,92	—0,49	—0,25
$\lambda^2 \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x$ ..	— 23	— 28	— 76	—1,05	—1,09	—1,16	—1,09	— 96	— 65	— 30	— 10
$\frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2$ ..	— 8	— 10	— 28	— 38	— 40	— 41	— 39	— 35	— 22	— 10	— 3
$\frac{g}{G}$ .....	—0,051	—0,045	0,016	0,054	0,060	0,079	0,078	0,072	0,051	0,029	0,017
$G$ .....	0,030	0,022	—0,063	—0,115	—0,123	—0,143	—0,138	—0,124	—0,085	—0,044	—0,020



TABLEAU II (suite).

Sections.	10.	Port Sudan.	11.	Gidda.	12.	13.	14.	15.	16.	Koseir.	17.	Sherms- heik.
$x$ .....	0,1551	0,1562	0,1727	0,1781	0,1900	0,2094	0,2355	0,2537	0,2734	0,2878	0,2925	0,3095
$\sin \mu_0 x$ .....	0,708	0,712	0,768	0,786	0,822	0,874	0,920	0,960	0,983	0,991	0,996	1,000
$\sin \mu_1 x$ .....	703	692	400	417	246	—	430	—	853	—	967	—
$\sin \mu_2 x$ .....	—	713	—	946	—	825	—	154	609	—	779	908
$\sin \mu_3 x$ .....	—	698	—	732	—	994	—	400	—	582	—	823
$\sin \mu_4 x$ .....	0,719	0,752	0,999	0,961	0,679	—	0,139	—	0,789	—	0,344	0,714
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	0,03	—0,03	0,13	0,17	0,27	0,44	0,65	0,77	0,86	0,89	0,91	0,92
$M_2$	5	6	10	22	30	40	53	61	65	66	66	65
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	0,015	0,017	—0,005	—0,011	—0,025	—0,055	—0,089	—0,108	—0,125	—0,132	—0,137	—0,141
$S_2$	0,005	0,007	0,069	0,084	0,121	0,182	0,254	0,295	0,322	0,331	0,334	0,335
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	—0,04	—0,04	0,06	0,09	0,15	0,26	0,41	0,49	0,55	0,57	0,58	0,59
$S_2$	5	5	13	14	19	25	21	37	38	38	38	36
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	0,010	0,010	0,002	—0,003	—0,007	—0,021	—0,050	—0,045	—0,053	—0,056	—0,057	—0,060
$N_2$	0,002	0,002	0,014	0,018	0,026	0,042	0,054	0,063	0,069	0,070	0,069	0,067
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	—0,02	0,00	0,22	0,29	0,44	0,68	0,98	1,15	1,28	1,31	1,34	1,36
$N_2$	8	9	28	53	43	60	79	91	99	1,01	1,03	1,04
$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ 1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\sigma}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	0,005	0,003	—0,008	—0,012	—0,021	—0,035	—0,051	—0,061	—0,068	—0,070	—0,072	—0,072
$N_2$	0,003	0,004	0,025	0,032	0,046	0,069	0,096	0,111	0,123	0,125	0,127	0,130

TABLEAU II (suite).

Sections.	2.	Assab.	3.	Kamaran.	4.	5.	Massana.	6.	7.	8.	9.
K <sub>1</sub> .	$1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	0,85	0,48	0,24	0,20	0,02	-0,03	-0,06	-0,08	-0,10	-0,12
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots$	2	9	13	13	14	13	12	9	6	5
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots$	1	2	4	4	5	4	4	4	4	2
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	0,207	0,181	0,105	0,091	0,031	0,012	-0,001	-0,013	-0,025	-0,034
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	-0,053	-0,038	-0,026	-0,023	-0,011	-0,009	-0,005	0,000	0,001	0,004
O <sub>1</sub> .	$1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	0,84	0,46	0,21	0,17	-0,02	-0,06	-0,09	-0,10	-0,12	-0,14
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots$	2	9	13	12	13	13	12	9	6	5
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots$	1	3	4	4	5	4	4	4	3	2
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	0,132	0,093	0,053	0,044	0,011	0,004	-0,002	-0,007	-0,014	-0,019
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	-0,019	-0,020	-0,012	-0,010	-0,006	-0,006	-0,004	-0,003	0,000	0,001
P <sub>1</sub> .	$1 + \frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	0,85	0,48	0,23	0,19	0,01	-0,03	-0,06	-0,08	-0,10	-0,11
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots$	2	9	13	13	14	14	13	10	6	5
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots$	1	3	4	4	4	4	4	4	3	2
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	0,089	0,056	0,032	0,027	0,009	0,005	0,001	-0,003	-0,008	-0,009
	$\frac{\lambda^2}{\sigma} \dots$	-0,021	-0,014	-0,009	-0,008	-0,004	-0,003	-0,001	-0,001	0,001	0,002

TABLEAU II ( *fin* ).

Sections.	10.	Port Sudan.	11.	Gudda.	12.	13.	14.	15.	16.	Koseir.	17.	Sherms- helk.	
K <sub>1</sub>	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	-0,14	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,20	-0,21	-0,22	-0,23	-0,24	-0,24	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots$	2	2	0	1	4	8	9	11	12	13	15	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots$	2	0	0	1	1	3	4	5	5	6	7	
	G.....	-0,045	-0,057	-0,062	-0,068	-0,076	-0,082	-0,088	-0,094	-0,094	-0,102	-0,105	-0,108
	G'.....	0,010	0,009	0,011	0,011	0,016	0,018	0,018	0,018	0,019	0,021	0,022	0,023
O <sub>1</sub>	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	-0,16	-0,19	-0,20	-0,21	-0,22	-0,22	-0,22	-0,22	-0,24	-0,25	-0,26	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x + x \dots$	3	3	1	0	3	7	8	10	11	12	14	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x + x^2 \dots$	2	2	1	0	1	3	4	5	5	7	8	
	G.....	-0,025	-0,036	-0,035	-0,038	-0,043	-0,047	-0,049	-0,055	-0,056	-0,059	-0,064	
	G'.....	0,004	0,004	0,004	0,005	0,007	0,008	0,007	0,008	0,008	0,009	0,008	0,008
P <sub>1</sub>	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots$	-0,14	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,20	-0,21	-0,22	-0,23	-0,24	-0,24	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots$	2	2	0	1	4	8	9	12	13	14	16	
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots$	2	0	0	1	1	3	5	6	6	7	8	
	G.....	-0,014	-0,017	-0,019	-0,021	-0,023	-0,025	-0,027	-0,031	-0,032	-0,034	-0,035	
	G'.....	0,004	0,004	0,005	0,004	0,006	0,007	0,006	0,008	0,008	0,008	0,008	0,009

TABLEAU III.

$\int_0^{x_0} \sigma dx$	$= 10^{-9} \times 864,6,$	$\int_0^{x_0} l dx$	$= 10^{-9} \times 1103,65,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{\pi x}{x_0} dx$	$= -226,5,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{\pi x}{x_0} dx$	$= 10,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{2\pi x}{x_0} dx$	$= -198,4,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{2\pi x}{x_0} dx$	$= -161,35,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{3\pi x}{x_0} dx$	$= 3,9,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{3\pi x}{x_0} dx$	$= -110,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{4\pi x}{x_0} dx$	$= -40,9,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{4\pi x}{x_0} dx$	$= -111,75,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{5\pi x}{x_0} dx$	$= -1,0,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{5\pi x}{x_0} dx$	$= -29,95,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{6\pi x}{x_0} dx$	$= -12,5,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{6\pi x}{x_0} dx$	$= -22,50,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{7\pi x}{x_0} dx$	$= 43,7,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{7\pi x}{x_0} dx$	$= 10,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{8\pi x}{x_0} dx$	$= 5,1,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{8\pi x}{x_0} dx$	$= 6,80,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{9\pi x}{x_0} dx$	$= 19,0,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{9\pi x}{x_0} dx$	$= 45,35,$

$l_0 = 10^{-6} \times 7191,$	$l'_0 = 10^{-7} \times 2885,$	$l_{11} = 10^{-6} \times -6058,$
$l_1 = 3540,$	$l_1 = -726,$	$l_{12} = 678,$
$l_2 = 1222,$	$l_2 = 27,$	$l_{13} = -658,$
$l_3 = 640,$	$l_3 = 18,$	$l_{14} = -397,$
$l_4 = -310,$	$l_4 = -97,$	$l_{15} = 669,$
$l_0 = 10^{-7} \times 13441,$	$l_{00} = 10^{-6} \times 5468,$	$l_3 = 193$
$l_1 = 545,$	$l_{01} = 859,$	$l_{21} = -772,5,$
$l_2 = -235,$	$l_{02} = -269,$	$l_{31} = 5554,5,$
$l_3 = 141,$	$l_{03} = 88,$	$l_{3*} = 36,$
$l_4 = -833,$	$l_{04} = -477,$	$l_{4*} = 5368,$

$\mu_0^2 \sigma_{00} = 10^{-8} \times$	822,	$\mu_1 \mu_3 \sigma_{13} = 10^{-8} \times$	- 5393,
$\mu_0 \mu_1 \sigma_{01} =$	- 1642,	$\mu_1 \mu_4 \sigma_{14} =$	- 299,
$\mu_0 \mu_2 \sigma_{02} =$	- 1252,	$\mu_2^2 \sigma_{22} =$	27806,
$\mu_0 \mu_3 \sigma_{03} =$	- 334,	$\mu_2 \mu_3 \sigma_{23} =$	- 10774,
$\mu_0 \mu_4 \sigma_{04} =$	- 486,	$\mu_2 \mu_4 \sigma_{24} =$	- 8966,
$\mu_1^2 \sigma_{11} =$	10067,	$\mu_3^2 \sigma_{33} =$	57321,
$\mu_1 \mu_2 \sigma_{12} =$	- 5166,	$\mu_3 \mu_4 \sigma_{34} =$	- 17964,
		$\mu_4^2 \sigma_{44} =$	92178,

Valeurs des coefficients des  $\alpha_i$  (profondeurs  $h_m$ ).

Onde  $M_2$  :

$A_0 = -620,$	$A_1 = 228,$	$A_2 = 2052,$	$A_3 = 5019,$	$A_4 = 8528,$
$B = -275,$	$F = -604,$	$J = -1102,$	$M = -1801,$	
$C = -91,$	$G = -455,$	$K = -797,$		
$D = -45,$	$H = 21,$			
$E = 13,$				

N. B. — Dans le calcul des intégrales ci-dessus, on a tenu compte des valeurs de  $x$  pour lesquelles  $\cos K \frac{\pi x}{x_0}$  et  $\sin N \frac{\pi x}{2x_0}$  sont égaux à  $\pm 1$ .

TABLEAU IV.

Valeurs des  $r_{i+1}$  et  $k_{i+1}$ .

4 canaux (profondeurs  $h_m$ ).

$$r_2 = 1,388, \quad r_3 = 1,571, \quad r_4 = 1,841.$$

	$M_2$	$N_2$	$S_2$	$K_1$	$O_1$	$P_1$
$k_2 \dots \dots \dots$	0,061	0,062	0,059	0,119	0,128	0,119
$k_3 \dots \dots \dots$	62	63	60	119	129	121
$k_4 \dots \dots \dots$	55	55	53	105	115	105

4 canaux (profondeurs  $h_B$ ).

	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
Onde $M_2 \dots \dots$	1,458	1,392	1,885	0,065	0,039	0,047

17 canaux (profondeurs  $h_m$ ).

Onde  $M_2$ .

$i+1.$	$r_{i+1}.$	$k_{i+1}.$	$i+1.$	$r_{i+1}.$	$k_{i+1}.$
2.....	0,901	-0,018	10.....	1,134	0,021
3.....	1,048	0,009	11.....	1,042	0,006
4.....	0,986	-0,003	12.....	1,107	0,015
5.....	1,005	0,001	13.....	1,142	0,017
6.....	1,008	0,001	14.....	1,218	0,023
7.....	0,962	-0,007	15.....	1,429	0,034
8.....	1,013	0,002	16.....	1,409	0,023
9.....	1,108	0,019	17.....	1,080	0,003

Valeurs des  $\cos \mu_{i+1} X_n$  et  $\sin \mu_{i+1} X_n$ .

4 canaux.

	Profondeurs $h_m$ .						Profon- deurs $h_B$ .
	$M_2.$	$S_2.$	$N_2$	$K_1.$	$O_1.$	$P_1.$	
$\cos \mu_2 X_{10}...$	-0,826	-0,872	-0,799	0,249	0,341	0,256	-0,969
$\sin \mu_2 X_{10}...$	0,564	0,489	0,602	0,968	0,940	0,967	0,248
$\cos \mu_3 X_{14}...$	0,851	0,939	0,790	-0,986	-0,927	-0,983	0,874
$\sin \mu_3 X_{14}...$	-0,525	-0,345	-0,613	0,167	0,376	0,183	-0,486
$\cos \mu_4 X_{16}...$	0,972	0,981	0,891	0,994	0,939	0,997	0,450
$\sin \mu_4 X_{16}...$	-0,236	0,193	-0,453	0,114	-0,345	0,079	-0,893

17 canaux (profondeurs  $h_m$ ).

Onde  $M_2$ .

$i.$	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
$\cos \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,984	0,924	0,825	0,697	0,462	0,313	0,119	-0,244
$\sin \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,176	0,384	0,565	0,717	0,887	0,950	0,993	0,970
$i.$	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
$\cos \mu_{i+1} X_{i+1}.$	-0,628	-0,816	-0,999	-0,730	0,451	-0,203	0,929	0,075
$\sin \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,778	0,577	0,033	-0,683	-0,892	0,976	-0,368	0,997

TABLEAU V.  
Fractionnement en 4 canaux.

Sections.	2.	Kosair.	3.	4.	5.	6.	7.	Gidda.	8.	Port Sudan.	9.
$x_1$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0170 \\ 0,1817 \\ 0,9831 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0267 \\ 0,2901 \\ 0,9222 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0538 \\ 0,6022 \\ 0,8222 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0740 \\ 0,8040 \\ 0,9244 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1001 \\ 1,0876 \\ 0,4643 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1105 \\ 1,2984 \\ 0,2694 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1314 \\ 1,4276 \\ 0,1433 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1368 \\ 1,4863 \\ 0,0843 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1533 \\ 1,6656 \\ -0,9953 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1544 \\ 1,6775 \\ -0,1106 \end{pmatrix}$
$M_2$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1110 \\ 0,2860 \\ -0,1106 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1000 \\ 0,3820 \\ -0,1100 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0866 \\ 0,5700 \\ 0,0669 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0699 \\ 0,7200 \\ -0,0699 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0460 \\ 0,8886 \\ 0,0460 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0160 \\ 0,9633 \\ 0,0160 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0022 \\ 0,9990 \\ 0,0022 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0065 \\ 0,9960 \\ 0,0065 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0026 \\ 0,9953 \\ -0,0026 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0027 \\ 0,9944 \\ -0,0027 \end{pmatrix}$
$G_1$	$\begin{pmatrix} G \\ G \\ G \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2260 \\ 0,1912 \\ 0,3003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2221 \\ 0,4060 \\ 0,3003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1977 \\ 0,6255 \\ 0,4060 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1722 \\ 0,8232 \\ 0,6255 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1233 \\ 1,2577 \\ 0,8232 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0880 \\ 1,3439 \\ 1,2577 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0522 \\ 1,4777 \\ 1,3439 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0338 \\ 1,5384 \\ 1,4777 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0033 \\ 1,7240 \\ 1,5384 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0003 \\ 1,7364 \\ 1,7364 \end{pmatrix}$
$S_3$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1000 \\ 0,3053 \\ -0,1000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0927 \\ 0,5877 \\ -0,0927 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0233 \\ 0,9033 \\ 0,0233 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0170 \\ 0,7360 \\ -0,0170 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0088 \\ 0,9033 \\ 0,0088 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0001 \\ 0,9743 \\ 0,0001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0033 \\ 0,9960 \\ 0,0033 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0003 \\ 0,9999 \\ 0,0003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0111 \\ 0,9880 \\ 0,0111 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0011 \\ 0,9860 \\ 0,0011 \end{pmatrix}$
$S_2$ (rect.)	$\begin{pmatrix} G \\ G \\ G \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0558 \\ 0,0457 \\ 0,0457 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0533 \\ 0,0457 \\ 0,0457 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0457 \\ 0,0457 \\ 0,0457 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0366 \\ 0,0366 \\ 0,0366 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0230 \\ 0,0230 \\ 0,0230 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0088 \\ 0,0230 \\ 0,0088 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0000 \\ 0,0230 \\ 0,0000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0004 \\ 0,0230 \\ 0,0004 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0115 \\ 0,0230 \\ 0,0115 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0116 \\ 0,0230 \\ 0,0116 \end{pmatrix}$
$N_2$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1812 \\ 0,9804 \\ 0,1800 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2846 \\ 0,9270 \\ 0,2800 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5949 \\ 0,9270 \\ 0,5600 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7889 \\ 0,7050 \\ 0,7090 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,0672 \\ 0,4820 \\ 0,8760 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,2740 \\ 0,2920 \\ 0,9560 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,4008 \\ 0,1700 \\ 0,9850 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,4384 \\ 0,1112 \\ 0,9964 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,6343 \\ -0,0663 \\ 0,9980 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,6460 \\ -0,0760 \\ 0,9970 \end{pmatrix}$
$K_1$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0958 \\ 0,9905 \\ 0,0960 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2035 \\ 0,9279 \\ 0,2020 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3146 \\ 0,9115 \\ 0,3090 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,4172 \\ 0,9115 \\ 0,4050 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5644 \\ 0,8450 \\ 0,5350 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,6738 \\ 0,6240 \\ 0,6240 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7409 \\ 0,7380 \\ 0,6750 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7713 \\ 0,7170 \\ 0,6970 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8643 \\ 0,6490 \\ 0,7600 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8705 \\ 0,6440 \\ 0,7000 \end{pmatrix}$
$O_1$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0889 \\ 0,9900 \\ 0,0890 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1887 \\ 0,9820 \\ 0,1880 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2916 \\ 0,9380 \\ 0,2880 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3868 \\ 0,8210 \\ 0,3770 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5232 \\ 0,8660 \\ 0,5000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,6246 \\ 0,8110 \\ 0,5840 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,6868 \\ 0,7330 \\ 0,6560 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7150 \\ 0,7050 \\ 0,6560 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8012 \\ 0,6960 \\ 0,7180 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8070 \\ 0,6920 \\ 0,7220 \end{pmatrix}$
$P_1$	$\begin{pmatrix} \mu.x \\ \cos \mu.x \\ \sin \mu.x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0953 \\ 0,9905 \\ -0,0953 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2024 \\ 0,9279 \\ 0,2006 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3120 \\ 0,9115 \\ 0,3080 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,4150 \\ 0,9115 \\ 0,4030 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5613 \\ 0,8470 \\ 0,5320 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,6701 \\ 0,7840 \\ 0,6210 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7368 \\ 0,7200 \\ 0,6720 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7671 \\ 0,7530 \\ 0,6940 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8506 \\ 0,6530 \\ 0,7580 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8658 \\ 0,6448 \\ 0,7610 \end{pmatrix}$
$G_2$	$\begin{pmatrix} G \\ G \\ G \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0002 \\ 0,0002 \\ 0,0002 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0002 \\ 0,0002 \\ 0,0002 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0002 \\ 0,0002 \\ 0,0002 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,0001 \\ 0,0001 \\ 0,0001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0002 \\ 0,0002 \\ -0,0002 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0003 \\ 0,0003 \\ -0,0003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0003 \\ 0,0003 \\ -0,0003 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0001 \\ 0,0001 \\ -0,0001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0001 \\ 0,0001 \\ -0,0001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0001 \\ 0,0001 \\ -0,0001 \end{pmatrix}$

TBALEAU V (suite).

Fractionnement en 4 canaux.

Sections.	10.	11.	12.	13.	Massaua.	14.	15.	Kamaran.	16.	Assab.	17.	Périn.
$x$ .....	0,1686	0,1816	2,0219	0,2214	0,2322	0,2410	0,2633	0,2665	0,2827	0,3005	0,3031	0,3005
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	1,8318	3,0442	3,3381	3,5009	3,672	3,857	4,053	4,261	4,482	4,716	4,964	5,224
$M_2$ .	-0,238	-0,920	-0,993	-0,981	-0,957	-0,925	-0,888	-0,850	-0,807	-0,760	-0,719	-0,674
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,966	0,362	0,107	0,193	0,142	0,148	0,143	0,138	0,106	0,070	0,086	0,150
$S_2$ .	0,041	-0,104	-0,193	-0,262	-0,291	-0,311	-0,362	-0,362	-0,330	-0,246	-0,16	0,120
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	1,8960	2,8340	3,1507	3,4551	3,6236	3,7730	3,9160	4,0544	4,187	4,316	4,441	4,563
$S_2$ .	-0,319	-0,953	-1,0000	-0,951	-0,886	-0,806	-0,722	-0,639	-0,554	-0,470	-0,386	0,167
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,947	0,302	0,099	0,163	0,143	0,141	0,132	0,126	0,101	0,071	0,043	0,063
$S_2$ .	0,000	-0,009	-0,022	-0,033	-0,038	-0,041	-0,051	-0,051	-0,049	-0,044	-0,040	0,009
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,025	0,030	0,058	0,071	0,076	0,078	0,071	0,068	0,048	0,032	0,060	0,003
(rect.)	-0,007	-0,021	-0,042	-0,057	-0,063	-0,068	-0,080	-0,080	-0,071	-0,066	-0,062	0,032
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	1,7974	2,6866	2,9869	3,2753	3,4372	3,5788	3,7201	3,8616	4,0029	4,1441	4,2853	4,4265
$N_2$ .	-0,233	-0,859	-0,988	-0,991	-0,97	-0,906	-0,827	-0,743	-0,659	-0,575	-0,491	0,780
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,974	0,439	0,154	0,133	0,129	0,124	0,122	0,119	0,094	0,068	0,042	0,066
$S_2$ .	0,002	0,001	-0,001	-0,003	-0,004	-0,005	-0,006	-0,010	-0,011	-0,011	-0,011	0,008
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,1014	-0,035	-0,105	-0,189	-0,100	-0,107	-0,126	-0,126	-0,117	-0,086	-0,044	0,032
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,9506	1,4209	1,5797	1,7323	1,8168	1,8927	1,9688	2,0449	2,1210	2,1971	2,2732	2,3493
$K_1$ .	0,381	0,130	-0,009	-0,160	-0,144	-0,116	-0,095	-0,071	-0,047	-0,023	0,001	0,551
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,813	0,989	1,000	0,987	0,970	0,948	0,925	0,903	0,878	0,853	0,828	0,803
$S_2$ .	-0,005	-0,030	-0,068	-0,101	-0,111	-0,112	-0,113	-0,113	-0,113	-0,113	-0,113	0,003
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,8812	1,3172	1,4644	1,6038	1,6842	1,745	1,8004	1,8570	1,9146	1,9722	2,0300	2,0878
$O_1$ .	0,636	0,231	0,106	-0,035	-0,113	-0,183	-0,253	-0,323	-0,393	-0,463	-0,533	0,660
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,773	0,968	0,994	0,999	0,994	0,983	0,940	0,905	0,870	0,835	0,800	0,765
$S_2$ .	0,014	0,014	0,016	0,017	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	-0,006	-0,006	-0,006	-0,007	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,007	-0,006	-0,005	0,004
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,954	1,4131	1,5711	1,7228	1,8068	1,8824	1,9583	2,0342	2,1101	2,1860	2,2619	2,3378
$P_1$ .	0,385	0,157	0,000	-0,152	-0,233	-0,306	-0,377	-0,448	-0,519	-0,590	-0,661	0,776
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	0,811	0,988	1,000	0,989	0,972	0,932	0,888	0,844	0,800	0,756	0,712	0,668
$S_2$ .	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009
$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots \dots \dots \\ \cos \mu x \dots \dots \dots \\ \sin \mu x \dots \dots \dots \\ G' \dots \dots \dots \end{array} \right.$	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,003	-0,004	-0,005	-0,005	-0,006	-0,006	-0,006	0,004



TABLEAU VI.

Fractionnement en 17 canaux.

Sections et stations.	2.	Koseir.	3.	4.	5.	6.	7.	Gidda.	8.	Port Sudan.	9.
$\mu x$ .....	0,1964	0,2779	0,3757	0,6088	0,7964	1,0897	1,3026	1,3778	1,4344	1,6276	1,6393
$\cos \mu x$ ....	0,981	0,962	0,930	0,820	0,699	0,469	0,265	0,192	0,136	-0,056	-0,069
$\sin \mu x$ ....	0,195	0,275	0,367	0,572	0,714	0,883	0,964	0,982	0,991	0,998	0,998
G.....	-0,110	-0,106	-0,101	-0,088	-0,071	-0,042	-0,017	-0,003	0,003	0,023	0,025
G'.....	0,225	0,221	0,217	0,198	0,173	0,123	0,081	0,054	0,041	0,001	-0,002

4 canaux (sans potentiel).

G.....	-0,112	-0,109	-0,105	-0,094	-0,079	-0,053	-0,031	-0,016	-0,010	0,011	0,012
G'.....	0,220	0,215	0,207	0,184	0,155	0,104	0,060	0,032	0,019	-0,021	-0,024

4 canaux (profondeurs hb).

$\mu x$ .....	0,1999	0,3140	0,4246	0,6563	0,8703	1,1773	1,4055	1,5454	1,6089	1,8030	1,8159
$\cos \mu x$ ....	0,980	0,951	0,911	0,792	0,645	0,384	0,164	0,025	-0,038	-0,230	-0,243
$\sin \mu x$ ....	0,198	0,309	0,412	0,610	0,764	0,924	0,986	1,000	0,999	0,973	0,970
G.....	-0,110	-0,105	-0,099	-0,083	-0,065	-0,033	-0,006	0,010	0,017	0,040	0,041
G'.....	0,224	0,220	0,213	0,190	0,161	0,104	0,056	0,024	0,009	-0,036	-0,039

TABLEAU VI (suite).

*Fractionnement en 17 canaux.*

Sections et stations.	10.	11.	12	13	14.	15.	Kamaran.	16.	Assab.	17	Perim.
$\mu x$ .....	1,9839	2,4230	2,8073	3,3312	4,0836	4,2543	5,6594	8,1561	12,956	13,025	14,406
$\cos \mu x$ ....	-0,394	-0,753	-0,945	-0,982	-0,589	-0,442	0,800	-0,297	-0,716	0,925	0,897
$\sin \mu x$ ....	0,919	0,658	0,328	-0,189	-0,308	-0,897	-0,600	0,955	0,698	0,380	0,443
G.....	0,045	0,067	0,100	0,123	0,138	0,149	0,158	0,153	0,113	-0,033	-0,048
G'.....	-0,041	-0,090	-0,167	-0,215	-0,251	-0,278	-0,320	-0,320	-0,284	-0,061	-0,037

*4 canaux (sans potentiel).*

G.....	0,029	0,058	0,098	0,129	0,142	0,149	0,163	0,161	0,140	-0,008	-0,022
G'.....	-0,058	-0,116	-0,195	-0,255	-0,278	-0,294	-0,320	-0,317	-0,274	0,019	0,049

*4 canaux (profondeurs  $h_w$ ).*

$\mu x$ .....	1,9830	3,1444	3,4625	3,7969	3,9821	4,1485	6,3856	6,3621	6,7488	12,1810	12,2490
$\cos \mu x$ ....	-0,400	-1,000	-0,949	-0,793	-0,667	-0,534	1,000	0,997	0,894	0,928	0,950
$\sin \mu x$ ....	0,916	0,028	-0,316	-0,610	-0,745	-0,815	0,002	0,079	0,449	-0,373	-0,312
G.....	0,058	0,087	0,123	0,145	0,149	0,150	0,120	0,113	0,066	-0,109	-0,123
G'.....	-0,076	-0,148	-0,243	-0,307	-0,329	-0,338	-0,319	-0,308	-0,230	0,106	0,136

TABLEAU VII.

	Onde M <sub>2</sub> .			Onde K <sub>1</sub> .		
	I.	II	III	I	II	III.
<i>h</i> <sub>4</sub> .....	R 0,0000083	R 0,0000099	R 0,0000114	R 0,0000083	R 0,0000099	R 0,0000114
log μ <sub>4</sub> .....	1,59445	1,55617	1,52554	1,30957	1,27129	1,24066
<i>r</i> <sub>4</sub> .....	1,659	1,519	1,416	1,659	1,519	1,416
<i>k</i> <sub>4</sub> .....	0,044	0,037	0,030	0,086	0,069	0,057
cos μ <sub>4</sub> X <sub>16</sub> .....	0,116	-0,737	-0,998	0,869	0,537	0,206
sin μ <sub>4</sub> X <sub>16</sub> .....	-0,993	-0,681	-0,056	-0,496	-0,843	-0,979

Onde M<sub>2</sub> :

- (I)    ζ<sub>4</sub> = (-0,173 cos μ<sub>4</sub> X - 0,126 sin μ<sub>4</sub> X) cos m<sub>2</sub> t  
           + ( 0,215 cos μ<sub>4</sub> X + 0,357 sin μ<sub>4</sub> X) sin m<sub>2</sub> t,
- (II)    ζ<sub>4</sub> = (-0,193 cos μ<sub>4</sub> X - 0,057 sin μ<sub>4</sub> X) cos m<sub>2</sub> t  
           + ( 0,394 cos μ<sub>4</sub> X - 0,059 sin μ<sub>4</sub> X - 0,001) sin m<sub>2</sub> t,
- (III)    ζ<sub>4</sub> = (-0,114 cos μ<sub>4</sub> X + 0,151 sin μ<sub>4</sub> X) cos m<sub>2</sub> t  
           + ( 0,341 cos μ<sub>4</sub> X - 0,191 sin μ<sub>4</sub> X - 0,001) sin m<sub>2</sub> t;

Onde K :

- (I)    ζ<sub>4</sub> = ( 0,017 cos μ<sub>4</sub> X - 0,033 sin μ<sub>4</sub> X) cos k<sub>1</sub> t  
           + (-0,004 cos μ<sub>4</sub> X + 0,016 sin μ<sub>4</sub> X - 0,001) sin k<sub>1</sub> t,
- (II)    ζ<sub>4</sub> = (-0,007 cos μ<sub>4</sub> X - 0,033 sin μ<sub>4</sub> X) cos k<sub>1</sub> t  
           + ( 0,007 cos μ<sub>4</sub> X + 0,015 sin μ<sub>4</sub> X - 0,001) sin k<sub>1</sub> t,
- (III)    ζ<sub>4</sub> = (-0,010 cos μ<sub>4</sub> X - 0,029 sin μ<sub>4</sub> X) cos k<sub>1</sub> t  
           + ( 0,006 cos μ<sub>4</sub> X - 0,014 sin μ<sub>4</sub> X - 0,001) sin k<sub>1</sub> t.

TABLEAU VIII.

Notations :

Constantes auxiliaires indépendantes de la profondeur <i>h</i> <sub><i>i</i>+1</sub> .	Constantes auxiliaires fonctions de la profondeur <i>h</i> <sub><i>i</i>+1</sub>
R = B' + α CX <sub><i>n</i></sub> .	<i>p</i> = ζ <sub><i>n</i></sub> - α X <sub><i>n</i></sub> - <i>b</i> ,
S = μ <sub><i>i</i></sub> (-U <sub><i>i</i></sub> sin μ <sub><i>i</i></sub> X <sub><i>n</i></sub> + V <sub><i>i</i></sub> cos μ <sub><i>i</i></sub> X <sub><i>n</i></sub> ),	<i>q</i> = $\frac{h_i}{h_{i+1}}$ Q - R - <i>a</i> ,
Q = R + S = $\frac{\lambda^2}{g} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial X} \right)_{X=X_n}$ ,	<i>r</i> = $\frac{q - \alpha p}{\beta}$ ;

d'où

$$U_{i+1} = p \cos \beta X_n - r \sin \beta X_n.$$

$$V_{i+1} = p \sin \beta X_n + r \cos \beta X_n.$$

*Canal 4. — Onde M<sub>2</sub> :*

$$\frac{s}{\lambda} = -0,585 = -\alpha \left\{ \begin{array}{l} R = -0,217 \cos m_2 t - 0,085 \sin m_2 t; \\ S = -2,511 \quad + 3,553 \\ Q = -2,728 \quad + 3,468 \\ \zeta_{16} = 0,106 \quad - 0,330 \end{array} \right.$$

<i>h</i> (en ray. terr.).	0,000067 <sub>43</sub>	0,0000083	0,0000099	0,000114
$\mu_4$ .....	43,607	39,305	35,989	33,538
$\beta$ .....	32,931	26,978	21,866	17,541
Assab, $\cos \beta X$ ..	-0,897	-0,251	0,970	0,530
» $\sin \beta X$ ..	-0,443	0,968	0,240	-0,848
Périm, $\cos \beta X$ ..	-0,719	-0,477	0,885	0,656
» $\sin \beta X$ ..	-0,695	0,878	0,466	-0,755

	Coefficients de		Coefficients de		Coefficients de		Coefficients de	
	$\cos m_2 t$ .	$\sin m_2 t$ .	$\cos m_2 t$ .	$\sin m_2 t$ .	$\cos m_2 t$ .	$\sin m_2 t$ .	$\cos m_2 t$ .	$\sin m_2 t$ .
<i>a</i> .....	-0,010	0,021	-0,012	0,025	-0,014	0,028	-0,016	0,033
<i>b</i> .....	- 4	- 8	- 5	- 10	- 6	- 12	- 7	- 14
<i>p</i> .....	0,113	-0,329	0,114	-0,327	0,116	-0,326	0,117	-0,326
<i>q</i> .....	-9,017	11,816	-7,281	9,608	-6,066	8,062	-5,234	7,002
<i>r</i> .....	-0,372	0,645	-0,391	0,703	-0,429	0,794	-0,489	0,930
<i>U</i> <sub>4</sub> .....	-0,069	0,253	0,407	-0,759	0,072	-0,246	-0,445	0,825
<i>V</i> <sub>4</sub> .....	0,382	-0,678	0,023	-0,160	-0,437	0,823	-0,232	0,539
$\zeta_{Assab}$ .....	-0,185	0,120	-0,142	0,063	-0,063	-0,072	-0,074	-0,039
$\zeta_{Périm}$ .....	-0,469	0,620	-0,382	0,474	-0,311	0,351	-0,263	0,282

Onde S<sub>2</sub> et N<sub>2</sub> (*h* = 0<sup>R</sup>,0000114).

	Onde S <sub>2</sub> .		Onde S <sub>2</sub> (rect.).		Onde N <sub>2</sub> .	
	( $\cos s_2 t$ ).	( $\sin s_2 t$ ).	( $\cos s_2 t$ ).	( $\sin s_2 t$ ).	( $\cos n_2 t$ ).	( $\sin n_2 t$ ).
$\mu_4$ .....		34,715				32,908
$\beta$ .....		19,698				16,305
Assab, $\cos \beta X$ .....		0,934				0,186
» $\sin \beta X$ .....		-0,358				-0,982
Périm, $\cos \beta X$ .....		0,982				0,326
» $\sin \beta X$ .....		-0,186				-0,986
<i>a</i> .....	-0,007	0,015	-0,007	0,015	-0,003	0,007
<i>b</i> .....	- 3	- 6	- 3	- 6	- 1	- 3
<i>p</i> .....	0,023	-0,047	0,053	-0,069	-0,009	-0,116
<i>q</i> .....	-1,912	0,732	-3,093	1,666	-0,086	2,212
<i>r</i> .....	-0,131	0,105	-0,234	0,193	0,010	0,339
<i>U</i> <sub>4</sub> .....	-0,069	0,036	-0,113	0,075	0,011	0,349
<i>V</i> <sub>4</sub> .....	-0,114	0,108	-0,212	0,191	0,008	0,081
$\zeta_{Assab}$ .....	-0,045	-0,010	-0,053	0,001	-0,012	-0,028
$\zeta_{Périm}$ .....	-0,106	0,028	-0,162	0,084	-0,013	0,074

Canal 4. — Onde S<sub>2</sub> et N<sub>2</sub> (suite).

S<sub>2</sub>.

$$\begin{aligned} R &= -0,101 \cos s_2 t - 0,039 \sin s_2 t; \\ S &= -0,907 \quad + 0,392 \\ Q &= -1,008 \quad + 0,353 \\ \zeta_{16} &= 0,018 \quad - 0,049 \end{aligned}$$

S<sub>2</sub> (lect.)

$$\begin{aligned} R &= -0,101 \cos s_2 t - 0,039 \sin s_2 t; \\ S &= -1,496 \quad + 0,858 \\ Q &= -1,597 \quad + 0,819 \\ \zeta_{16} &= 0,048 \quad - 0,071 \end{aligned}$$

N<sub>2</sub>.

$$\begin{aligned} R &= -0,043 \cos n_2 t - 0,017 \sin n_2 t; \\ S &= -0,023 \quad + 1,116 \\ Q &= -0,066 \quad + 1,099 \\ \zeta_{16} &= -0,011 \quad - 0,117 \end{aligned}$$

TABLEAU IX.

	Onde K <sub>1</sub> .		Onde O <sub>1</sub> .		Onde P <sub>1</sub> .	
$\mu_4$ .....	- 17,404		16,134		17,310	
$r_1$ .....	51,262		52,182		51,333	
$r_2$ .....	5,908		4,988		5,837	
	$(\cos k_1 t).$ $(\sin k_1 t).$		$(\cos o_1 t)$ $(\sin o_1 t).$		$(\cos p_1 t).$ $(\sin p_1 t).$	
$a$ .....	0,000	0,077	0,000	0,063	0,000	0,025
$b$ .....	-0,032	0,017	-0,026	0,016	-0,011	0,006
$R$ .....	-0,168	0,134	-0,119	0,095	-0,056	0,045
$S$ .....	-0,062	0,000	-0,182	0,057	-0,024	-0,024
$\zeta_{16}$ .....	0,027	-0,013	0,012	-0,007	0,009	-0,006
$p$ .....	0,059	-0,052	0,038	-0,041	0,020	-0,019
$q$ .....	-0,292	0,057	0,483	0,146	-0,104	-0,028
$U_4$ .....	-0,014	0,008	-0,014	0,007	-0,005	0,002
$V_4$ .....	0,073	-0,050	0,052	-0,048	0,025	-0,023
$\zeta_{Assab}$ .....	0,014	0,003	-0,004	0,000	0,003	-0,007
$\zeta_{Périm}$ .....	-0,002	-0,012	-0,024	0,007	-0,002	-0,006

TABLEAU X.

	Ras				
	Zafarana.	Gharib.	Tou	Asharafi.	Shadwan.
$h = 42^m$ ; $\log \mu = 1,64488.$					
$\mu x$ .....	0,634	1,279	1,557	1,870	2,140
$\cos \mu x$ .....	0,806	0,287	0,014	-0,294	-0,539
$\sin \mu x$ .....	0,592	0,958	1,000	0,956	0,842
G.....	0,056	0,022	0,003	-0,018	-0,035
G'.....	-0,444	-0,153	-0,001	0,170	0,306

$h = 44^m$ ; $\log \mu = 1,63476.$					
$\mu x$ .....	0,620	1,250	1,521	1,827	2,090
$\cos \mu x$ .....	0,814	0,315	0,049	-0,254	-0,505
$\sin \mu x$ .....	0,581	0,949	0,999	0,967	0,869
G.....	0,056	0,023	0,005	-0,015	-0,032
G'.....	-0,449	-0,168	-0,020	0,148	0,287

Onde M<sub>2</sub>.

$h = 46^m$ ; $\log \mu = 1,62508.$					
$\mu x$ .....	0,606	1,222	1,487	1,787	2,044
$\cos \mu x$ .....	0,822	0,347	0,084	-0,215	-0,456
$\sin \mu x$ .....	0,569	0,940	0,996	0,977	0,890
G.....	0,057	0,025	0,008	-0,013	-0,029
G'.....	-0,453	-0,183	-0,040	0,127	0,260

$h = 48^m$ ; $\log \mu = 1,61583.$					
$\mu x$ .....	0,593	1,197	1,456	1,749	2,001
$\cos \mu x$ .....	0,830	0,365	0,115	-0,177	-0,417
$\sin \mu x$ .....	0,544	0,931	0,993	0,984	0,909
G.....	0,057	0,027	0,010	-0,010	-0,026
G'.....	-0,457	-0,196	-0,057	0,105	0,238

$h = 50^m$ ; $\log \mu = 1,60694.$					
$\mu x$ .....	0,581	1,172	1,426	1,714	1,961
$\cos \mu x$ .....	0,836	0,388	0,144	-0,143	-0,380
$\sin \mu x$ .....	0,549	0,921	0,989	0,990	0,925
G.....	0,058	0,028	0,017	-0,008	-0,024
G'.....	-0,461	-0,209	-0,073	0,087	0,217

Ras  
Zafarana. Gharib. Tor. Asharafi. Shadwan.

Onde N<sub>2</sub>.

$h = 46^m$ ;  $\log \mu = 1,61685$ .

$\mu x$ .....	0,595	1,199	1,459	1,754	2,006
$\cos \mu x$ .....	0,828	0,362	0,112	—0,182	—0,421
$\sin \mu x$ .....	0,560	0,931	0,994	0,983	0,907
G.....	—0,056	—0,025	—0,008	0,012	0,029
G'.....	—0,137	—0,059	—0,018	0,031	0,071

$h = 48^m$ ;  $\log \mu = 1,60760$ .

$\mu x$ .....	0,582	1,174	1,428	1,717	1,964
$\cos \mu x$ .....	0,835	0,386	0,143	—0,146	—0,383
$\sin \mu x$ .....	0,549	0,923	0,990	0,989	0,924
G.....	—0,057	—0,026	—0,010	0,010	0,026
G'.....	—0,138	—0,063	—0,023	0,025	0,065

Onde S<sub>2</sub>.

$h = 46^m$ ;  $\log \mu = 1,64005$ .

$x \mu$ .....	0,627	1,265	1,539	1,850	2,116
$\cos \mu x$ .....	0,809	0,301	0,031	—0,276	—0,518
$\sin \mu x$ .....	0,587	0,954	0,999	0,961	0,855
G.....	0,061	0,024	0,003	—0,019	—0,037
G'.....	—0,095	—0,033	—0,001	0,036	0,064

Onde K<sub>1</sub>.

$h = 46^m$ ;  $\log \mu = 1,34020$ .

$\mu x$ .....	0,315	0,634	0,772	0,927	1,060
$\cos \mu x$ .....	0,952	0,808	0,719	0,605	0,493
$\sin \mu x$ .....	0,307	0,590	0,695	0,797	0,870
G.....	—0,042	—0,032	—0,027	—0,022	—0,016
G'.....	0,018	0,015	0,013	0,011	0,009

Ras  
Zafarana. Gharib. Tor Asharafi. Shadwan

Onde O<sub>1</sub>.

$h = 46^m; \quad \log \mu = 1,30728.$

$\mu x$ .....	0,292	0,588	0,715	0,860	0,983
$\cos \mu x$ .....	0,958	0,834	0,757	0,656	0,559
$\sin \mu x$ .....	0,285	0,552	0,655	0,755	0,829
$G$ .....	-0,009	-0,005	-0,004	-0,002	-0,002
$G'$ .....	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001

Onde P<sub>1</sub>.

$h = 46^m \quad \log \mu = 1,33783.$

$\mu x$ .....	0,311	0,627	0,763	0,917	1,049
$\cos \mu x$ .....	0,952	0,809	0,722	0,607	0,498
$\sin \mu x$ .....	0,307	0,586	0,692	0,794	0,867
$G$ .....	-0,013	-0,010	-0,009	-0,007	-0,005
$G'$ .....	0,006	0,005	0,004	0,004	0,003

TABLEAU XI.

A Suez :  $\lambda = 30^\circ. \quad \psi = -32^\circ,5;$

d'où par le calcul direct :

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,680,$$

$$\sin^2 \lambda \cos 2\psi = 0,317.$$

Par les formules

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,940 + 0,275x + 1,362x^2,$$

$$\cos^2 \lambda \cos 2\psi = 0,061 + 0,928x - 0,658x^2:$$

où l'on remplace  $x$  par  $0^R,3570$ , distance de Suez à Périn. on

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,669,$$

$$\cos^2 \lambda \cos 2\psi = 0,307.$$

