

BULLETIN DE LA S. M. F.

SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 23 (1895), p. 62-64.

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1895__23__62_0

© Bulletin de la S. M. F., 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 6 MARS 1895.

PRÉSIDENTE DE M. GOURSAT.

Communications :

M. Bioche : *Sur une valeur approchée de π .*

M. Picard : *Sur l'équation différentielle du premier ordre et du second degré.*

M. Carvallo : *Sur les équations de Lagrange.*

M. Floquet adresse une Note *Sur les fonctions algébriques à trois déterminations.*

M. Demoulin adresse une Note *Sur la détermination des couples de surfaces applicables, telles que la distance de deux points correspondants soit constante.*

M. LAISANT fait la Communication suivante :

Remarque sur une équation différentielle linéaire.

On a une intégrale particulière de l'équation

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 10y = 0,$$

en remarquant que le produit $i(i-1)(i-2)(i-3)$ est égal à -10 , de telle sorte que si l'on pose $y = cx^i$, il vient

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -10cx^{i-3} = -\frac{10}{x^3}y,$$

c'est-à-dire que l'équation différentielle est vérifiée.

Il en sera évidemment de même si, au lieu de i , on écrit pour l'exposant de x l'une quelconque des racines de l'équation

$$z(z-1)(z-2)(z-3) + 10 = 0.$$

Or, ces racines sont i , $-i$, $3+i$, $3-i$.

On a donc pour l'intégrale générale

$$y = cx^i + c_1x^{-i} + c_2x^{3+i} + c_3x^{3-i}.$$

En posant $c + c_1 = k$, $c - c_1 = k_1$, $c_2 + c_3 = k_2$, $c_2 - c_3 = k_3$, on peut encore avoir l'intégrale sous la forme suivante

$$y = k \cos \log x + k_1 i \sin \log x + x^3 [k_2 \cos \log x + k_3 i \sin \log x] \\ = (k + k_2 x^3) \cos \log x + (k_1 + k_3 x^3) i \sin \log x.$$

Les constantes pouvant aussi bien prendre des valeurs imaginaires que réelles, l'intégrale peut enfin s'écrire :

$$y = A \sin \log ax + B x^3 \sin \log bx,$$

A, a, B, b étant les quatre constantes arbitraires.

M. RAFFY fait la Communication suivante :

Sur certaines équations différentielles linéaires.

Je ne sais si la proposition suivante n'a pas été déjà remarquée :

Pour intégrer l'équation linéaire d'ordre n, qui admet comme solutions particulières x, x^2, \dots, x^n , il suffit d'y remplacer les dérivées par des constantes arbitraires.

Formons en effet l'équation d'ordre n que vérifie le polynôme

$$(1) \quad y = C_1 x + C_2 x^2 + \dots + C_n x^n.$$

Différentiant n fois successivement et éliminant les constantes C, on devra évaluer à zéro un déterminant dont une colonne contient y et ses dérivées $y', y'', \dots, y^{(n)}$; tous les autres éléments sont des puissances de x, des constantes ou des zéros. L'équation, développée, est donc de la forme

$$(2) \quad p_n y^{(n)} - p_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + (-1)^{n-1} p_1 y' + (-1)^n p_0 y = 0,$$

tous les coefficients p étant des polynômes entiers en x. Pour les déterminer, remarquons que cette équation doit entraîner $y^{(n+1)} = 0$. Or, en la différentiant, on trouve

$$p_n y^{(n+1)} + (p'_n - p_{n-1}) y^{(n)} - (p'_{n-1} - p''_{n-2}) y^{(n-1)} + \dots \\ + (-1)^{n-1} (p'_1 - p_0) y' + (-1)^n p'_0 y = 0,$$

ce qui montre que p_0 se réduit à une constante et que tous les

binômes entre parenthèses sont nuls :

$$p'_1 - p_0 = p'_2 - p_1 = \dots = p'_n - p_{n-1} = 0.$$

Il suit de là que chaque polynôme p_r sera du degré r et contiendra le terme $p_0 x^r : r!$ Il n'en aura d'ailleurs pas d'autre, l'équation (2) devant être vérifiée quand on y remplace x par kx , quelle que soit la constante k . En conséquence cette équation peut s'écrire

$$(2) \quad y = y'x - \frac{y''}{2!}x^2 + \frac{y'''}{3!}x^3 - \dots + (-1)^{n-1} \frac{y^{(n)}}{n!}x^n.$$

Il suffit de la comparer à son intégrale générale (1) pour arriver à la conclusion annoncée.

On voit, par cet exemple, qu'il existe dans tous les ordres des équations différentielles dont on obtient l'intégrale générale en y remplaçant les dérivées par des constantes arbitraires. Il serait curieux, mais sans doute difficile, de former toutes ces équations.

SÉANCE DU 20 MARS 1895.

PRÉSIDENCE DE M. GOURSAT.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société : M. Hott, présenté par MM. Désiré André et Raffy; M. Dermenghem, présenté par MM. Appell et Goursat.

Communications :

M. Désiré André : *Sur les permutations quasi alternées.*

M. d'Ocagne : *Sur l'influence des erreurs de même sens.*

M. Laisant : *Note relative aux asymptotes et aux cercles de courbure.*

M. Humbert : *Génération géométrique des asymptotiques de la surface de Kummer.*

M. Goursat : *Sur des équations différentielles analogues à l'équation de Clairaut.*
